

Контрольные работы по алгебре

Контрольная работа № 1

Вариант 1 (1 ч)

1. Дан многочлен $f(a, b) = 2ab^2 - 11a^3 - 3ba^2 + 5ab^2 + 7a^2b + 4a(-1)ba - (a + b)ab$.
 - а) Приведите данный многочлен к стандартному виду.
 - б) Установите, является ли данный многочлен однородным.
 - в) Если данный многочлен является однородным, определите его степень.
2. Разложите многочлен на множители: а) $x^4 - 3x^3 + 3x - 9$;
б) $6a^2 - 5ab - 6b^2$.
3. Решите уравнение $x^3 - 7x + 6 = 0$.

-
4. Докажите, что выражение $a^{10} - 2a^9 + a^8$ делится на $a - 1$.

-
5. При каких значения параметров a и b многочлен $f(x) = 4x^4 - 16x^3 + 3x^2 + ax + b$ делится без остатка на многочлен $g(x) = x^2 - 4x + 1$?

Контрольная работа № 1

Вариант 2 (1 ч)

1. Дан многочлен $f(x, y) = 2x^3(-1)y^3x - 7y^2x^2yx^2 + 2xy^2 + 5 - 3yxy - 11y^3 + (x + y)yx - 2xyx$.
 - а) Приведите данный многочлен к стандартному виду.
 - б) Установите, является ли данный многочлен однородным.
 - в) Если данный многочлен является однородным, определите его степень.
2. Разложите многочлен на множители: а) $3x^3 - x^2 + 27x - 9$;
б) $6m^2 - 13mn - 5n^2$.
3. Решите уравнение $x^3 - 19x - 30 = 0$.

4. Докажите, что выражение $a^{17} + 2a^{16} + a^{15}$ делится на $a + 1$.

5. При каких значения параметров a и b многочлен

$f(x) = 5x^4 + 20x^3 + 11x^2 + ax + b$ делится без остатка на многочлен

$g(x) = 5x^2 + 10x + 6$?

Контрольная работа № 2

Вариант 1 (2 ч)

1. Вычислите: а) $\sqrt[4]{0,0625} - \sqrt[3]{-243}$; б) $\sqrt[4]{2^3 \cdot 3^5} \cdot \sqrt[4]{2^5 \cdot 3^7}$.

2. Решите уравнение: а) $\sqrt[4]{2x+1} = 3$; б) $\sqrt[3]{x^2 - x - 131} = -5$.

3. Постройте график функции $y = 3\sqrt[3]{x+1} - 2$.

4. Найдите область определения функции $y = \sqrt[4]{x^2 - 5x + 6} + \frac{\sqrt[5]{x+3}}{\sqrt{-x+2}}$.

5. Упростите выражение $\frac{\sqrt[3]{a^2} - 2\sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a^2} - 4\sqrt[3]{ab} + 4\sqrt[3]{b^2}}$.

6. Расположите в порядке убывания следующие числа: $\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[6]{6}$.

7. Найдите значение выражения $\sqrt[3]{343x^3} + \sqrt[4]{81x^4} - \sqrt{64x^2}$ при $x = -\frac{1}{2}$.

8. Решите неравенство $\sqrt[6]{x-1} < -x+3$.

9. Решите уравнение $\sqrt[3]{81x} + \sqrt[3]{243x^2} = 6$.

Контрольная работа № 2

Вариант 2 (2 ч)

1. Вычислите: а) $\sqrt[3]{-0,343} + \sqrt[6]{729}$; б) $\sqrt[5]{2^7 \cdot 11^3} \cdot \sqrt[5]{2^8 \cdot 11^7}$.
2. Решите уравнение: а) $\sqrt[4]{4-3x} = 4$; б) $\sqrt[5]{x^2 - x - 44} = -2$.
3. Постройте график функции $y = 2\sqrt[4]{x-2} + 1$.
4. Найдите область определения функции $y = \sqrt[6]{x^2 - x - 2} - \frac{\sqrt[3]{x-7}}{\sqrt[4]{-x-1}}$.
5. Упростите выражение $\frac{\sqrt[3]{a^2} + 3\sqrt[5]{ab}}{\sqrt[5]{a^2} + 6\sqrt[5]{ab} + 9\sqrt[5]{b^2}}$.
6. Расположите в порядке возрастания следующие числа: $\sqrt{2}, \sqrt[5]{5}, \sqrt[6]{6}$.

-
7. Найдите значение выражения $\sqrt[4]{625x^4} - \sqrt[5]{32x^5} - \sqrt{36x^2}$ при $x = -0,25$.

-
8. Решите неравенство $\sqrt[3]{x+3} > -x-1$.

9. Решите уравнение $\sqrt[5]{128x^2} = 24 + \sqrt[5]{64x}$.

Контрольная работа № 3

Вариант 1 (1 ч)

1. Вычислите: а) $27^{\frac{1}{3}} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$; б) $\left(3^{\frac{1}{3}} - 1\right)\left(3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}} + 1\right)$.
2. Упростите выражение $\left(a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}}\right)^2 - \left(a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}}\right)^2$.
3. Решите уравнение $x^{-\frac{2}{3}} - x^{-\frac{1}{3}} - 2 = 0$.
4. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = \frac{4}{3}x^{\frac{3}{4}} - x^{-2}$ в точке $x = 1$.

5. Решите неравенство $x^{-\frac{3}{4}} - 1 \leq (x-1)^{\frac{4}{3}}$.

6. Решите уравнение $z^3 + 8 = 0$ на множестве комплексных чисел.

Контрольная работа № 3

Вариант 2 (1 ч)

1. Вычислите: а) $81^{\frac{1}{4}} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$; б) $\left(2^{\frac{1}{3}} + 1\right)\left(2^{\frac{2}{3}} - 2^{\frac{1}{3}} + 1\right)$.

2. Упростите выражение $\left(a^{\frac{5}{2}} + 2a^{\frac{1}{2}}\right)^2 - \left(a^{\frac{5}{2}} - 2a^{\frac{1}{2}}\right)^2$.

3. Решите уравнение $x^{\frac{4}{3}} - 2x^{\frac{2}{3}} - 8 = 0$.

4. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = \frac{7}{4}x^{\frac{4}{7}} + x^{-3}$
в точке $x = 1$.

5. Решите неравенство $(x+1)^{-\frac{7}{9}} \geq x^{\frac{9}{7}} + 1$.

6. Решите уравнение $z^3 - 27 = 0$ на множестве комплексных чисел.

Контрольная работа № 4

Вариант 1 (2 ч)

1. Постройте график функции:

а) $y = 0,5^x + 1$; б) $y = \log_3(x+3)$.

2. Решите уравнение: а) $\left(\frac{1}{49}\right)^{-x} = \sqrt{\frac{1}{7}}$; б) $4^x + 7 \cdot 2^{x-1} = 4,5$.

3. Решите неравенство $3^{\frac{1}{5x-2}} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{5-3x}}$.

$$\log_2 \frac{\left(\frac{1}{8}\right)^3 \cdot 2^{-0,5}}{\left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot 2^{\frac{1}{5}}}$$

4. Вычислите .

5. Сравните числа: а) $a = \log_{\frac{1}{5}} \frac{7}{5}$, $b = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{7}}$; б) $a = \log_2 500$, $b = \sqrt[4]{10000}$.

6. Решите неравенство $\frac{5^x + 1}{0,2 - 5^x} \geq 2 \log_2 \sqrt{2}$.

7. Решите неравенство $7^{|x|} \leq 1 - x^2$.

Контрольная работа № 4

Вариант 2 (2 ч)

1. Постройте график функции:

а) $y = 3^{x-1}$; б) $y = \log_{\frac{1}{3}} x - 3$.

2. Решите уравнение: а) $\left(\frac{1}{36}\right)^{-x} = \sqrt{\frac{1}{6}}$; б) $3 \cdot 5^{2x-1} - 2 \cdot 5^x = 5$.

3. Решите неравенство $7^{\frac{1}{4-3x}} \geq \left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{1}{3-4x}}$.

$$\log_3 \frac{\left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot 9^{-0,5}}{\left(\frac{1}{81}\right)^{-0,2} \cdot 3^5}$$

4. Вычислите .

5. Сравните числа: а) $a = \log_{\frac{1}{7}} \frac{127}{7}$, $b = 0,5^{\frac{1}{5}}$; б) $a = \log_3 2000$; $b = \sqrt[3]{500}$.

6. Решите неравенство $\frac{3-7^x}{1-7^{x+1}} \geq 2 \log_7 \sqrt{7}$.

7. Решите неравенство $\left(\frac{1}{3}\right)^{|x|} \geq x^2 + 1$.

Контрольная работа № 5

Вариант 1 (2 ч)

1. Вычислите $36^{\log_6 5 + \log_9 81}$.

2. Решите уравнение:

а) $\lg x - \lg 12 = \log_{0,1}(x+1) - \log_{100} 4$;

б) $\log_3^2(x-1) - 2 \log_{\frac{1}{3}} \frac{9}{x-1} = 2^{\log_2 7}$;

в) $x^{\ln x} = e^2 x$.

3. Решите неравенство:

а) $\log_{\frac{1}{3}}(x-2) > -3 \log_{\frac{1}{5}} \sqrt[3]{\frac{1}{5}}$; б) $\left(1\frac{11}{25}\right)^{\log_9 x} > \left(\frac{5}{6}\right)^{\log_{\frac{1}{9}}(6-5x)}$.

4. Исследуйте функцию $y = e^{2x}(3x+2)$ на монотонность и экстремумы.

5. К графику функции $y = \ln(2x+4)$ проведена касательная, параллельная прямой $y = 0,5x - 3$. Найдите точку пересечения этой касательной с осью x .

6. Решите неравенство $\log_{5+x}(1-2x) \geq \log_{5+x} 3 + \log_{5+x} x^2$.

$$\begin{cases} \log_3^3 y^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^{-3x} = 127 \\ \log_3^2 y^2 - 2\left(\frac{1}{5}\right)^{-x} \cdot \log_3 y = 127 - 25^x. \end{cases}$$

7. Решите систему уравнений

Контрольная работа № 5

Вариант 2 (2 ч)

1. Вычислите $8^{\log_2 5 - \log_{27} 3}$.

2. Решите уравнение:

а) $\log_7 x + \log_{49} 36 = \log_1 (2x + 6) + \log_7 48$;

б) $\log_2^2(4 - x) + \log_{\frac{1}{2}} \frac{8}{4 - x} = 2^{\log_4 9}$;

в) $x^{\log_3 x} = \frac{1}{9} x^3$.

3. Решите неравенство:

а) $\log_{\frac{1}{2}}(x - 5) > -4 \log_{\frac{1}{3}} \sqrt[4]{\frac{1}{3}}$; б) $\left(5\frac{4}{9}\right)^{\log_5 x} > \left(\frac{3}{7}\right)^{\log_1 (5x-6)}$.

4. Исследуйте функцию $y = e^{4x}(2 - 3x)$ на монотонность и экстремумы.

5. К графику функции $y = \ln(x - 1)$ проведена касательная, параллельная биссектрисе первой координатной четверти. Найдите площадь треугольника, отсекаемого этой касательной от осей координат.

6. Решите неравенство $\log_{3+x} 3 + \log_{3+x} x^2 \leq \log_{3+x} (x + 4)$.

$$\begin{cases} \log_4^3 y^{\frac{1}{3}} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-3x} = -9 \\ \log_4^2 y + \left(\frac{1}{3}\right)^{-x} \cdot \log_4 y^3 = 27 - 9^{x+1}. \end{cases}$$

7. Решите систему уравнений

Контрольная работа № 6

Вариант 1 (1 ч)

1. Докажите, что функция $y = \frac{1}{5}x^5 - \cos 2x$ является первообразной для функции $y = x^4 + 2 \sin 2x$.
2. Для данной функции $y = \frac{2}{\sqrt{4x+13}} - \frac{3}{x^2}$ найдите ту первообразную, график которой проходит через точку $A(-3; -2)$.
3. Вычислите определенный интеграл:
 - а) $\int_0^{\pi} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \sin x \right) dx$;
 - б) $\int_1^2 \frac{4x^3 - 5x^2 + 2x + 1}{x^2} dx$.
4. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = 1 + x^2$ и прямой $y - 2 = 0$.

-
5. Известно, что функция $y = F(x)$ — первообразная для функции $y = (25x - x^3)\sqrt{x-3}$. Исследуйте функцию $F(x)$ на монотонность и экстремумы.

-
6. При каких значениях параметра a выполняется неравенство

$$\int_1^a (4x - a) dx \leq 5a - 6 \quad ?$$

Контрольная работа № 6

Вариант 2 (1 ч)

1. Докажите, что функция $y = \frac{1}{7}x^7 + \sin 3x$ является первообразной для функции $y = x^6 + 3 \cos 3x$.
2. Для данной функции $y = \frac{3}{\sqrt{6x-5}} + \frac{7}{x^2}$ найдите ту первообразную, график которой проходит через точку $A(1; -5)$.
3. Вычислите определенный интеграл:

а) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(-\frac{1}{\sqrt{x}} + \cos x \right) dx$; б) $\int_1^2 \frac{2x^3 + 7x^2 - 3x - 5}{x^2} dx$.

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = -2 - x^2$ и прямой $y + 3 = 0$.

5. Известно, что функция $y = F(x)$ - первообразная для функции

$$y = (4x - x^3)\sqrt{-x + 1} .$$

Исследуйте функцию $F(x)$ на монотонность и экстремумы.

6. При каких значениях параметра b выполняется неравенство

$$\int_1^b (b - 4x) dx \geq 11 - 7b \quad ?$$

Контрольная работа № 7

Вариант 1 (2 ч)

1. Решите уравнение:

а) $\frac{1}{x(x-2)} + \frac{2}{(x-1)^2} = 2$;

б) $2 \sin x \cos x + \sqrt{3} - 2 \cos x - \sqrt{3} \sin x = 0$;

в) $0,5^{|2x-1|-3} = 2^x$.

2. Решите неравенство:

а) $\frac{\log_{0,2} \log_3 25}{\log_3(-5x+6)} > 0$; б) $|2x+1| \geq 2,5x+1,5$.

3. Решите уравнение $\log_3(x+25) = 2^{58-x}$.

4. Решите уравнение $|\sin x| = \sin x + 2 \cos x$.

5. Внутри равнобедренного прямоугольного треугольника случайным образом выбрана точка. Какова вероятность того, что она расположена ближе к вершине прямого угла, чем к вершинам двух его острых углов?

6. Решите уравнение $\sin\left(-\frac{\pi x}{6}\right) = \log_3(x^2 + 6x + 12)$.

Контрольная работа № 7

Вариант 2 (2 ч)

1. Решите уравнение:

а) $\frac{1}{x(x+2)} + \frac{2}{(x+1)^2} = 2$;

б) $\sin 2x - 2\sin^2 x = 4\sin x - 4\cos x$;

в) $3^{|3x+4|} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-5+2x}$.

2. Решите неравенство:

а) $\frac{\log_5(2x-3)}{\log_1 \log_3 9} > 0$; б) $1,5x + 1 \leq |x-1|$.

3. Решите уравнение $\log_2(x+12) = 3^{502-x}$.

4. Решите уравнение $|\cos x| = \cos x - 2\sin x$.

5. Внутри квадрата случайным образом выбрана точка. Какова вероятность того, что она расположена внутри вписанного в него круга?

6. Решите уравнение $\cos 4\pi x = \log_2\left(2x^2 - 2x + \frac{5}{2}\right)$.

Контрольная работа № 8

Вариант 1 (2 ч)

1. Решите уравнение:

а) $\sqrt{x+6} = 0,25x + 0,25$; б) $(5^{x^2+x} - 1)\sqrt{4x+2} = 0$.

6. Решите неравенство $1 + 6x - \sqrt{7-3x} \geq 0$.

7. Решите систему уравнений: а) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 26, \\ xy = 5; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 3\sqrt{xy}, \\ x + y - 5 = 0. \end{cases}$

8. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств

$$\begin{cases} x + y \leq 5, \\ x - y + 5 \geq 0, \\ y + 1 \geq 0. \end{cases}$$

5. Докажите, что для любых неотрицательных чисел a, b выполняется

$$\text{неравенство } (a + b)(a + 2)(b + 2) \geq 16ab .$$

6. Решите уравнение в целых числах: $5x + 3y = 11$.

7. Три числа образуют арифметическую прогрессию. Если третий член данной прогрессии уменьшить на 3, то полученные три числа составят геометрическую прогрессию. Если второй член геометрической прогрессии уменьшить на $\frac{4}{3}$, то полученные три числа вновь составят геометрическую прогрессию. Найдите первоначально заданные числа.

Контрольная работа № 8

Вариант 2 (2 ч)

1. Решите уравнение:

а) $\sqrt{x+5} = 0,5x + 1$; б) $(11^{x^2-x} - 1)\sqrt{6x-3} = 0$.

2. Решите неравенство $x + 0,25\sqrt{7+2x} \geq 0,25$.

3. Решите систему уравнений: а) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 37, \\ xy = 6; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2\sqrt{x} - 2\sqrt{y} = \sqrt{xy}, \\ x + y = 5. \end{cases}$

4. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств

$$\begin{cases} x + y - 7 \leq 0, \\ x - y + 7 \geq 0, \\ y - 1 \geq 0. \end{cases}$$

5. Докажите, что для любых неотрицательных чисел a, b, c

$$\text{выполняется неравенство } (a + 1)(b + 1)(a + c)(b + c) \geq 16abc .$$

6. Решите уравнение в целых числах: $5x - 12y = 8$.

7. Три числа составляют геометрическую прогрессию. Если второй член данной прогрессии увеличить на 2, то полученные числа составят арифметическую прогрессию. Если третий член новой прогрессии увеличить на 9, то полученные три числа составят геометрическую прогрессию. Найдите первоначально заданные