«УТВЕРЖДАЮ»
Руководитель
ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений»

О.А. Решетникова
«31» октября 2013 г.

«СОГЛАСОВАНО»
Председатель
Научно-методического совета
ФГБНУ «ФИПИ» по математике

А.Л. Семенов
«30» октября 2013 г.

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Демонстрационный вариант
контрольных измерительных материалов
единого государственного экзамена 2014 года
по математике

Подготовлен Федеральным государственным бюджетным
научным учреждением

«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Пояснения к демонстрационному варианту контрольных измерительных материалов для ЕГЭ 2014 года по МАТЕМАТИКЕ

Демонстрационный вариант единого государственного экзамена по математике 2014 года разработан по заданию Федеральной службы по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации.

Демонстрационный вариант предназначен для того, чтобы дать представление о структуре будущих контрольных измерительных материалов, количестве заданий, их форме, уровне сложности. Задания демонстрационного варианта не отражают всех вопросов содержания, которые могут быть включены в контрольные измерительные материалы в 2014 году. Структура работы приведена в спецификации, а полный перечень вопросов — в кодификаторах требований и элементов содержания по математике для составления контрольных измерительных материалов ЕГЭ 2014 года.

Вариант состоит из двух частей и содержит 21 задание.

Часть 1 состоит из 10 заданий (задания B1–B10) с кратким числовым ответом, проверяющих наличие практических математических знаний и умений базового уровня.

Часть 2 содержит 11 заданий по материалу курса математики средней школы, проверяющих базовый и профильный уровни математической подготовки. Из них пять заданий (задания B11–B15) с кратким ответом и шесть заданий (задания C1–C6) с развёрнутым решением.

Правильное решение каждого из заданий B1–B15 оценивается 1 баллом. Правильное решение каждого из заданий C1 и C2 оценивается 2 баллами, C3 и C4 — 3 баллами, C5 и C6 — 4 баллами. Максимальный первичный балл за выполнение всей работы — 33.

Верное выполнение не менее пяти заданий варианта КИМ отвечает минимальному уровню подготовки, подтверждающему освоение выпускником основных общеобразовательных программ общего (полного) среднего образования.

Структура варианта КИМ допускает проведение экзамена как по полному тексту, так и только по части 1 для проверки освоения базового уровня.

К каждому заданию с развёрнутым ответом, включённому в демонстрационный вариант, даётся возможное решение. Приведённые критерии оценивания позволяют составить представление о требованиях к полноте и правильности решений. Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов, система оценивания, спецификация и кодификаторы помогут выработать стратегию подготовки к ЕГЭ по математике.

Демонстрационный вариант
контрольных измерительных материалов
для проведения в 2014 году единого государственного экзамена
по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

На выполнение заданий варианта КИМ по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания В1–В10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 11 заданий (задания В11–В15 и С1–С6) базового, повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий В1–В15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий С1–С6 требуется записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, как они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом на задания В1–В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

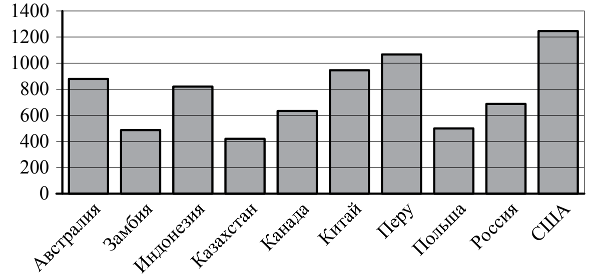
B1 Поезд отправился из Санкт-Петербурга в 23 часа 50 минут и прибыл в Москву в 7 часов 50 минут следующих суток. Сколько часов поезд находился в пути?

Ответ: ____________________________.

B2 Футболка стоила 800 рублей. Затем цена была снижена на 15%. Сколько рублей сдачи с 1000 рублей должен получить покупатель при покупке этой футболки после снижения цены?

Ответ: ____________________________.

B3 На диаграмме показано распределение выплавки меди в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимала Канада?



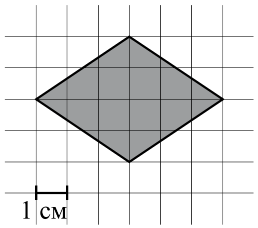
Ответ: ____________________________.

B4 Строительная фирма планирует купить 70 $м^3$ пеноблоков у одного из трёх поставщиков. Цены и условия доставки приведены в таблице. Сколько рублей нужно заплатить за самую дешёвую покупку с доставкой?

Постав-щик	Стоимость пеноблоков (руб. за 1 $м^3$)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия доставки
А	2 600	10 000	Нет
Б	2 800	8 000	При заказе товара на сумму свыше 150 000 рублей доставка бесплатная
В	2 700	8 000	При заказе товара на сумму свыше 200 000 рублей доставка бесплатная

Ответ: ___________________________.

B5 Найдите площадь ромба, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: ___________________________.

B6 В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов, в двух из них встречается вопрос о грибах. На экзамене школьнику достаётся один случайно выбранный билет из этого сборника. Найдите вероятность того, что в этом билете не будет вопроса о грибах.

Ответ: ___________________________.

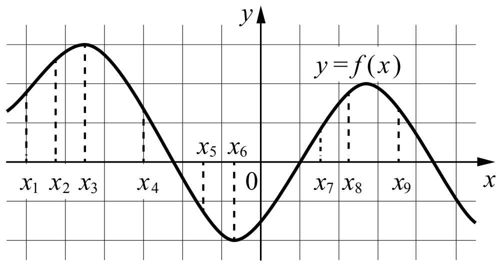
B7 Найдите корень уравнения $3^{x-5}=81$.

Ответ: ___________________________.

B8 Треугольник ABC вписан в окружность с центром O. Найдите угол BOC, если угол BAC равен $32°$. Ответ дайте в градусах.

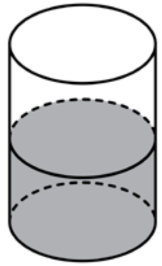
Ответ: ___________________________.

B9 На рисунке изображён график дифференцируемой функции $y=f(x)$. На оси абсцисс отмечены девять точек: x_1, x_2, ..., x_9. Среди этих точек найдите все точки, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна. В ответе укажите количество найденных точек.



Ответ: ___________________________.

B10 В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 16 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 2 раза больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.



Ответ: ___________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

Ответом на задания B11–B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B11 Найдите $\sin\alpha$, если $\cos\alpha = 0{,}6$ и $\pi < \alpha < 2\pi$.

Ответ: ____________________________.

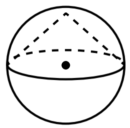
B12 Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковой сигнал частотой 749 МГц. Приёмник регистрирует частоту сигнала, отражённого от дна океана. Скорость погружения батискафа (в м/с) и частоты связаны соотношением

$$v = c\cdot\frac{f-f_0}{f+f_0},$$

где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемого сигнала (в МГц), f — частота отражённого сигнала (в МГц). Найдите частоту (в МГц) отражённого сигнала, если батискаф погружается со скоростью 2 м/с.

Ответ: ____________________________.

B13 Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы совпадает с центром основания конуса. Радиус сферы равен $10\sqrt{2}$. Найдите образующую конуса.



Ответ: ____________________________.

B14 Весной катер идёт против течения реки в $1\frac{2}{3}$ раза медленнее, чем по течению. Летом течение становится на 1 км/ч медленнее. Поэтому летом катер идёт против течения в $1\frac{1}{2}$ раза медленнее, чем по течению. Найдите скорость течения весной (в км/ч).

Ответ: ____________________________.

B15 Найдите точку максимума функции $y = \ln(x+4)^2 + 2x + 7$.

Ответ: ____________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 а) Решите уравнение $\cos 2x = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$.

C2 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны рёбра: $AB = 3$, $AD = 2$, $AA_1 = 5$. Точка O принадлежит ребру BB_1 и делит его в отношении $2:3$, считая от вершины B. Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A, O и C_1.

C3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_{3-x}\dfrac{x+4}{(x-3)^2} \geq -2, \\ x^3 + 6x^2 + \dfrac{21x^2+3x-12}{x-4} \leq 3. \end{cases}$$

C4 Две окружности касаются внешним образом в точке K. Прямая AB касается первой окружности в точке A, а второй — в точке B. Прямая BK пересекает первую окружность в точке D, прямая AK пересекает вторую окружность в точке C.

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB, если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

C5 Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + \left|x^2 - 8x + 7\right|$ больше 1.

C6 На доске написано более 40, но менее 48 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно -3, среднее арифметическое всех положительных из них равно 4, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -8.

а) Сколько чисел написано на доске?

б) Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?

в) Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?

Система оценивания

Ответы к заданиям В1–В15

Каждое из заданий В1–В15 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

№ задания	Ответ
B1	8
B2	320
B3	7
B4	192 000
B5	12
B6	0,92
B7	9
B8	64
B9	3
B10	4
B11	–0,8
B12	751
B13	20
B14	5
B15	–5

Решения и критерии оценивания заданий С1–С6

Количество баллов, выставляемых за выполнение заданий С1–С6, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, в частности, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное число баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

В критериях оценивания конкретных заданий содержатся общие требования к выставлению баллов.

При выполнении задания можно использовать без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендованных (допущенных) Министерством образования и науки Российской Федерации.

C1 а) Решите уравнение $\cos 2x = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$.

Решение.

а) Преобразуем обе части уравнения:

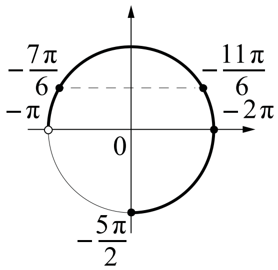
$$1 - 2\sin^2 x = 1 - \sin x;\ 2\sin^2 x - \sin x = 0;\ \sin x(2\sin x - 1) = 0,$$

откуда $\sin x = 0$ или $\sin x = \frac{1}{2}$.

Из уравнения $\sin x = 0$ находим: $x = \pi n$, где $n \in \mathbb{Z}$.

Из уравнения $\sin x = \frac{1}{2}$ находим: $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$, где $k \in \mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$.



Получаем числа: -2π; $-\frac{11\pi}{6}$; $-\frac{7\pi}{6}$.

Ответ: а) πn, $n \in \mathbb{Z}$; $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

б) -2π; $-\frac{11\pi}{6}$; $-\frac{7\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б* ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C2 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны рёбра: $AB = 3$, $AD = 2$, $AA_1 = 5$. Точка O принадлежит ребру BB_1 и делит его в отношении $2:3$, считая от вершины B. Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A, O и C_1.

Решение. Сечение плоскостью AOC_1 пересекает ребро DD_1 в точке P. Отрезок AP параллелен отрезку C_1O, отрезок C_1P параллелен отрезку AO. Следовательно, искомое сечение — параллелограмм AOC_1P (рис. 1).

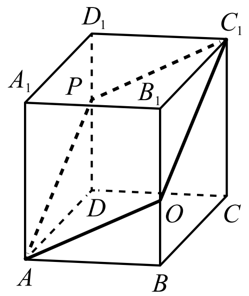


Рис. 1

$$BO = \frac{2}{5}BB_1 = 2,\ B_1O = 3.$$

$$C_1O = \sqrt{C_1B_1^2 + B_1O^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13};$$

$$AO = \sqrt{AB^2 + BO^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}.$$

Значит, AOC_1P — ромб. Найдем диагонали этого ромба:

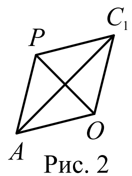


Рис. 2

$$AC_1 = \sqrt{AB^2 + BC^2 + CC_1^2} = \sqrt{9+4+25} = \sqrt{38},$$

$$OP = 2\sqrt{AO^2 - \frac{1}{4}AC_1^2} = \sqrt{4 \cdot 13 - 38} = \sqrt{14}.$$

Тогда $S_{AOC_1P} = \frac{AC_1 \cdot OP}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{38} \cdot \sqrt{14} = \sqrt{133}$.

Ответ: $\sqrt{133}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ ИЛИ решение не закончено, или при правильном ответе решение недостаточно обосновано	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

С3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_{3-x}\dfrac{x+4}{(x-3)^2} \ge -2, \\ x^3+6x^2+\dfrac{21x^2+3x-12}{x-4} \le 3. \end{cases}$$

Решение.

1. Решим первое неравенство системы:

$$\log_{3-x}\frac{x+4}{(x-3)^2} \ge -2;\ \log_{3-x}(x+4)-\log_{3-x}(x-3)^2 \ge -2;\ \log_{3-x}(x+4) \ge 0.$$

Рассмотрим два случая. Первый случай: $0<3-x<1$.

$$\begin{cases} \log_{3-x}(x+4)\ge 0, \\ 0<3-x<1; \end{cases} \begin{cases} 0<x+4\le 1, \\ 2<x<3; \end{cases} \text{ нет решений.}$$

Второй случай: $3-x>1$.

$$\begin{cases} \log_{3-x}(x+4)\ge 0, \\ 3-x>1; \end{cases} \begin{cases} x+4\ge 1, \\ x<2, \end{cases} \text{ откуда } -3\le x<2.$$

Решение первого неравенства исходной системы: $-3\le x<2$.

2. Решим второе неравенство системы:

$$x^3+6x^2+\frac{21x^2+3x-12}{x-4}\le 3;\ x^3+6x^2+\frac{21x^2}{x-4}\le 0;$$

$$\frac{x^4+2x^3-3x^2}{x-4}\le 0;\ \frac{x^2(x-1)(x+3)}{x-4}\le 0.$$

Решение второго неравенства исходной системы: $x\le -3$; $x=0$; $1\le x<4$.

3. Решение исходной системы неравенств: $x=-3$; $x=0$; $1\le x<2$.

Ответ: -3; 0; $[1;2)$.

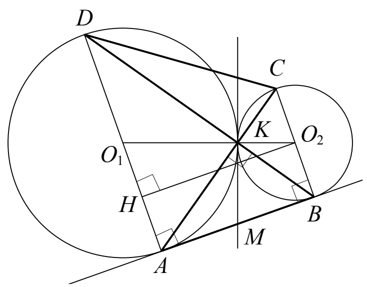
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах исходной системы	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве исходной системы ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

С4 Две окружности касаются внешним образом в точке K. Прямая AB касается первой окружности в точке A, а второй — в точке B. Прямая BK пересекает первую окружность в точке D, прямая AK пересекает вторую окружность в точке C.

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB, если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Решение.



а) Обозначим центры окружностей O_1 и O_2 соответственно. Пусть общая касательная, проведённая к окружностям в точке K, пересекает AB в точке M. По свойству касательных, проведённых из одной точки, $AM=KM$ и $KM=BM$. Треугольник AKB, у которого медиана равна половине стороны, к которой она проведена, — прямоугольный.

Вписанный угол AKD — прямой, поэтому он опирается на диаметр AD. Значит, $AD\perp AB$. Аналогично получаем, что $BC\perp AB$. Следовательно, прямые AD и BC параллельны.

б) Пусть, для определенности, первая окружность имеет радиус 4, а радиус второй равен 1.

Треугольники BKC и AKD подобны, $\dfrac{AD}{BC}=4$. Пусть $S_{BKC}=S$, тогда $S_{AKD}=16S$.

У треугольников AKD и AKB общая высота, следовательно, $\dfrac{S_{AKD}}{S_{AKB}}=\dfrac{DK}{KB}=\dfrac{AD}{BC}$, то есть $S_{AKB}=4S$. Аналогично, $S_{CKD}=4S$. Площадь трапеции $ABCD$ равна $25S$.

Вычислим площадь трапеции $ABCD$. Проведём к AD перпендикуляр O_2H, равный высоте трапеции, и найдём его из прямоугольного треугольника O_2HO_1:

$$O_2H=\sqrt{O_1O_2^2-O_1H^2}=4.$$

Тогда

$$S_{ABCD}=\frac{AD+BC}{2}\cdot AB=20.$$

Следовательно, $25S=20$, откуда $S=0{,}8$ и $S_{AKB}=4S=3{,}2$.

Ответ: 3,2.

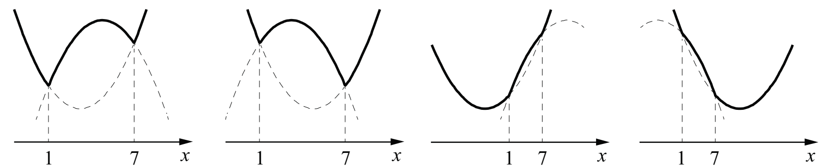
Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

C5 Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x)=2ax+\left|x^2-8x+7\right|$ больше 1.

Решение. При $x^2-8x+7\ge 0$: $f(x)=x^2+2(a-4)x+7$, а её график состоит из двух частей параболы с ветвями, направленными вверх, и осью симметрии $x=4-a$.

При $x^2-8x+7<0$: $f(x)=-x^2+2(a+4)x-7$, а её график есть часть параболы с ветвями, направленными вниз.

Все четыре возможных вида графика функции $f(x)$ показаны на рисунках.



Наименьшее значение функция $f(x)$ может принять только в точках $x=1$, $x=7$ или $x=4-a$. Поэтому наименьшее значение функции $f(x)$ больше 1 тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} f(1)>1, \\ f(7)>1, \\ f(4-a)>1; \end{cases} \quad \begin{cases} 2a>1, \\ 14a>1, \\ 2a(4-a)+\left|a^2-9\right|>1; \end{cases} \quad \begin{cases} a>\frac{1}{2}, \\ 2a^2-8a+1-\left|a^2-9\right|<0. \end{cases}$$

Если $\frac{1}{2}<a<3$, то $3a^2-8a-8<0$, откуда $\frac{4-\sqrt{40}}{3}<a<\frac{4+\sqrt{40}}{3}$. Этот промежуток содержит интервал $\frac{1}{2}<a<3$.

Если $a\ge 3$, то $a^2-8a+10<0$, откуда $4-\sqrt{6}<a<4+\sqrt{6}$. Значит, $3\le a<4+\sqrt{6}$.

Объединяя найденные промежутки, получаем: $\frac{1}{2}<a<4+\sqrt{6}$.

Ответ: $\frac{1}{2}<a<4+\sqrt{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений *а*, отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений *а*	2
Верно найдена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений *а*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

C6 На доске написано более 40, но менее 48 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно -3, среднее арифметическое всех положительных из них равно 4, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -8.

а) Сколько чисел написано на доске?

б) Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?

в) Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?

Решение.

Пусть среди написанных чисел k положительных, l отрицательных и m нулей. Сумма набора чисел равна количеству чисел в этом наборе, умноженному на его среднее арифметическое, поэтому $4k-8l+0\cdot m=-3(k+l+m)$.

а) Заметим, что в левой части приведённого выше равенства каждое слагаемое делится на 4, поэтому $k+l+m$ — количество целых чисел — делится на 4. По условию $40<k+l+m<48$, поэтому $k+l+m=44$. Таким образом, написано 44 числа.

б) Приведём равенство $4k-8l=-3(k+l+m)$ к виду $5l=7k+3m$. Так как $m\ge 0$, получаем, что $5l\ge 7k$, откуда $l>k$. Следовательно, отрицательных чисел больше, чем положительных.

в) Подставим $k+l+m=44$ в правую часть равенства $4k-8l=-3(k+l+m)$: $4k-8l=-132$, откуда $k=2l-33$. Так как $k+l\le 44$, получаем: $3l-33\le 44$, $3l\le 77$, $l\le 25$, $k=2l-33\le 17$; то есть положительных чисел не более 17.

в) Приведём пример, когда положительных чисел ровно 17. Пусть на доске 17 раз написано число 4, 25 раз написано число -8 и два раза написан 0. Тогда $\frac{4\cdot 17-8\cdot 25}{44}=-3$; указанный набор удовлетворяет всем условиям задачи.

Ответ: а) 44; б) отрицательных; в) 17.

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: — обоснованное решение п. *а*; — обоснованное решение п. *б*; — искомая оценка в п. *в*; — в п. *в* приведён пример, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

© 2014 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации