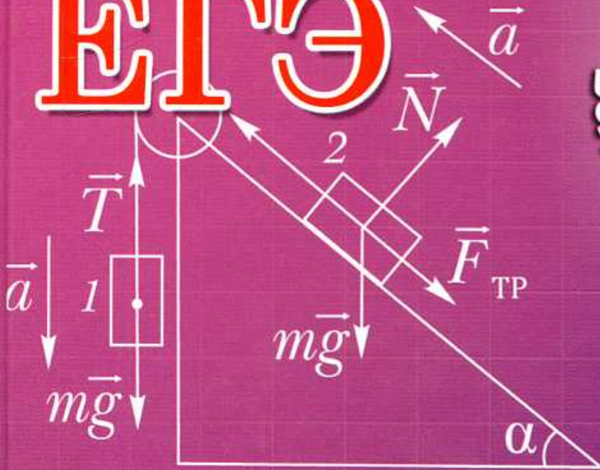
ЕГЭ



Большая перемена

И.Л. КАСАТКИНА

ФИЗИКА

Подробные ответы на задания ЕГЭ и решение типовых задач

10 - 11 классы

Большая перемена

И.Л. Касаткина

ФИЗИКА

Подробные ответы на задания ЕГЭ и решение типовых задач 10–11 классы

РОСТОВ-НА-ДОНУ
Феникс
2013

УДК 373.167.1:53
ББК 22.3я721
КТК 444
К 28

Касаткина И.Л.

К 28 Физика. Подробные ответы на задания ЕГЭ и решение типовых задач : 10–11 классы / И.Л. Касаткина. — Ростов н/Д : Феникс, 2013. — 509, [2] с.: ил. — (Большая перемена).

ISBN 978-5-222-20883-0

В пособии вниманию учащихся предложено большое количество разнообразных заданий по всем темам курса физики средней школы, подобных тем, которые предлагались в разные годы на ЕГЭ и тестировании по физике, а также даны подробные пояснения, как и почему надо ответить на каждое из них.

Книга послужит хорошим подспорьем учащимся средних школ, лицеев, гимназий, колледжей и техникумов. С ее помощью абитуриенты смогут блестяще подготовиться к ЕГЭ по физике. Она может быть полезна и студентам первых курсов технических вузов. Предлагаемые в пособии задания могут быть использованы педагогами при подготовке тестов для глубокой проверки знаний учащихся.

ISBN 978-5-222-20883-0

УДК 373.167.1:53
ББК 22.3я721

ВСТУПЛЕНИЕ

Дорогие старшеклассники и абитуриенты! Для поступления в вуз вы выбрали ЕГЭ по физике — важнейшему предмету, без знания которого невозможен прогресс в науке и промышленности. Законы физики лежат в основе всех специальных предметов, изучаемых в физико-математических и инженерных вузах, — без их понимания и умения применять на практике не может состояться толковый специалист. Набрав высокие баллы на ЕГЭ по физике, вы сможете — по вашему выбору — поступить в лучшие вузы страны соответствующего профиля, и что важно, на бюджетные отделения.

Но, к сожалению, результаты ЕГЭ показывают, что физику, один из самых трудных учебных предметов, многие выпускники усваивают плохо, о чем свидетельствуют печальные результаты последних лет. Данное пособие призвано оказать вам помощь при подготовке к этому непростому, но и не чрезмерно сложному экзамену — для тех, кто проявит должное усердие.

Следует знать, что содержание заданий ЕГЭ охватывает весь курс физики средней школы, поэтому в начале пособия мы привели Программу курса физики по всем учебным темам, чтобы при подготовке к экзамену вы ничего не упустили.

Примерно четверть вопросов части А являются качественными, проверяющими знание теории, а большинство остальных заданий этой части — относительно простые задачи, для решения которых достаточно знать основные законы и формулы физики и находить из этих формул или из соответствующих графиков нужные величины. И лишь последние пять заданий части А представляют собой задачи средней трудности, подобные тем, что приведены в школьных задачниках. В части В последнее время предлагаются качественные задачи, проверяющие умение думать и рассуждать. А вот часть С содержит действительно трудные задачи, для решения которых недостаточно знать основные законы и формулы, — надо еще уметь нестандартно мыслить. Но, чтобы научиться этому, необходимо прежде всего:

1) знать законы физики — не вызубрить! — а помнить, понимать и уметь применять на практике: при ответах на теоретические вопросы и решении задач;

2) выучить наизусть все основные формулы;

3) научиться решать задачи средней трудности;

4) перейти к задачам повышенной трудности.

Без выполнения этих условий вам вряд ли удастся справиться с задачами из части С и набрать высокий балл. Правда, если вы даже не доведете до конца их решение, но сумеете записать основные законы и формулы и приступить к решению, вам уже добавят баллы.

В наше пособие включены задания из следующих разделов курса физики: механики, молекулярной физики и термодинамики, электромагнетизма, колебаний и волн, оптики, теории относительности, физики атома и атомного ядра.

В начале каждого раздела приводятся все нужные законы и формулы с названием всех величин, входящих в них, и единиц измерений этих величин в СИ. В части 1 мы предлагаем задания типа А и Б, которые предлагались на ЕГЭ, а в части 2 — более серьезные задачи типа С. После всех заданий следует очень подробное разъяснение, как надо правильно ответить на каждое задание, а также приводятся необходимые рисунки и графики.

Не факт, что именно эти задания встретятся вам на экзамене. Но уже то, что вы будете готовы к встрече с подобными вопросами и задачами, существенно повысит ваши возможности. И если, поработав с этим пособием, вы сумеете потом правильно ответить на любое из его заданий, никуда не подглядывая, вы сделаете гигантский шаг по пути к высоким баллам на контрольных, промежуточных экзаменах и ЕГЭ.

И все у вас получится. Зато потом, когда вы станете студентами лучших вузов страны, — представляете, какое это будет счастье! Ради него стоит потрудиться.

Кстати, как у вас с математикой? Ведь математика — язык физики, без нее физика превращается в естествознание для младших классов. Поэтому математике тоже следует уделить внимание, выучив ее теоремы и формулы. В этом вам поможет Приложение, данное в конце нашего пособия, которое содержит все важнейшие теоремы и формулы математики, необходимые для решения задач физики.

К сожалению, объем этой книги не позволяет включить теоретическую часть курса, поэтому для ее повторения советуем вам обратиться к двухтомнику «Репетитор по физике. Теория» того же издательства и автора.

Хорошую службу сослужат вам и два задачника под тем же названием. Поработав с этими книгами, вы легко справитесь как с нашими заданиями, так и многими экзаменационными.

Желаем вам высоких баллов на экзаменах и ЕГЭ!

ПРОГРАММА ПО ФИЗИКЕ

МЕХАНИКА

Кинематика

Механическое движение и его виды. Относительность механического движения. Скорость. Ускорение. Уравнения прямолинейного равномерного и равноускоренного движений. Свободное падение. Движение по окружности с постоянной по модулю скоростью. Центростремительное ускорение.

Динамика

Масса. Плотность. Сила. Принцип суперпозиции сил. Силы в механике: сила тяжести, сила упругости, сила трения. Закон Гука. Законы динамики: первый закон Ньютона, второй закон Ньютона, третий закон Ньютона. Принцип относительности Галилея. Закон всемирного тяготения. Вес и невесомость.

Статика. Гидростатика

Момент силы. Условия равновесия твердого тела. Давление. Давление столба жидкости. Давление атмосферы. Закон Паскаля. Гидравлический пресс. Закон Архимеда. Условия плавания тел.

Законы сохранения в механике

Импульс тела и импульс силы. Закон сохранения импульса. Работа силы. Мощность. Простые механизмы. КПД механизмов. Кинетическая энергия. Потенциальная энергия. Закон сохранения механической энергии.

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Молекулярная физика

Основные положения молекулярно-кинетической теории строения вещества. Молекулы и атомы. Броуновское движение. Диффузия. Взаимодействие молекул. Модели строения газов, жидкостей и твердых тел. Идеальный газ. Средняя квадратичная скорость молекул. Основное уравнение кинетической теории идеального газа. Связь между давлением и средней кинетической энергией теплового движения молекул идеального газа. Абсолютная температура. Абсолютный нуль. Шкалы Кельвина и Цельсия. Абсолютная температура как мера средней кинетической энергии теплового движения молекул.

Уравнение состояния идеального газа; уравнение Менделеева – Клапейрона. Объединенный газовый закон. Изопроцессы: изотермический, изобарный, изохорный. Графики этих процессов.

Изменение агрегатных состояний вещества. Парообразование: испарение и конденсация. Ненасыщенные и насыщенные пары. Кипение жидкости. Влажность воздуха. Гигрометры. Психрометр Августа. Кристаллические и аморфные тела. Плавление и кристаллизация.

Термодинамика

Внутренняя энергия. Тепловое равновесие. Виды теплопередачи: теплоперенос, конвекция, излучение. Количество теплоты. Удельная теплоемкость вещества.

Удельная теплота плавления, удельная теплота парообразования и удельная теплота сгорания. Работа при изобарном процессе в газе. Внутренняя энергия идеального газа. Адиабатный процесс. Первый закон термодинамики и его применение к изопроцессам в идеальном газе. Второй закон термодинамики. Тепловые двигатели. КПД реального и идеального тепловых двигателей. Охрана окружающей среды.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Электростатика

Электризация тел. Электрические заряды. Два вида зарядов. Взаимодействие зарядов. Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона.

Электрическое поле и его свойства. Действие электрического поля на электрические заряды. Напряженность электрического поля. Напряженность поля точечного заряда. Принцип суперпозиции полей. Графическое изображение электрического поля. Однородное и неоднородное электрические поля.

Потенциальность электростатического поля. Потенциал электрического поля. Разность потенциалов. Эквипотенциальная поверхность. Проводники в электрическом поле. Диэлектрики в электрическом поле. Поляризация диэлектриков.

Электрическая емкость. Емкость проводника. Конденсатор. Емкость конденсатора. Соединение конденсаторов. Энергия электрического поля конденсатора.

Законы постоянного тока

Электрический ток. Сила тока. Плотность тока. Условие существования электрического тока. Напряжение. Сопротивление. Удельное сопротивление. Резистор. Зависимость сопротивления резистора от температуры. Закон Ома для участка цепи. Параллельное и последовательное соединение проводников. ЭДС источника тока.

Работа и мощность электрического тока. Закон Джоуля — Ленца.

Носители электрического заряда в металлах, электролитах и газах. Электролиз. Закон Фарадея для электролиза. Газовые разряды.

Полупроводники. Собственная и примесная проводимость полупроводников. Полупроводниковый диод.

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Взаимодействие магнитов. Магнитное поле и его свойства. Индукция магнитного поля. Магнитное поле проводников с током. Магнитные линии. Однородное магнитное поле. Действие магнитного поля на проводник с током. Сила Ампера. Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца.

Электромагнитная индукция

Магнитный поток. Явление электромагнитной индукции. Закон Фарадея для электромагнитной индукции. Правило Ленца. ЭДС электромагнитной индукции в движущемся проводнике. Явление самоиндукции. Индуктивность. Энергия магнитного поля.

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Механические колебания и волны

Механические колебания. Параметры колебаний: смещение, амплитуда, период, частота, циклическая частота, фаза. Гармонические колебания пружинного и математического маятников. Превращение энергии при колебательных процессах. Свободные и вынужденные колебания. Резонанс.

Механические волны. Поперечные и продольные волны. Длина волны. Звуковые волны.

Электромагнитные колебания и волны

Свободные электромагнитные колебания. Колебательный контур. Период, частота и циклическая частота электромагнитных колебаний в идеальном колебательном контуре. Формула Томсона. Превращения энергии в колебательном контуре. Вынужденные электромагнитные колебания. Электрический резонанс. Генератор незатухающих электромагнитных колебаний.

Переменный ток. Действующее значение переменного тока. Индуктивное и емкостное сопротивления. Закон Ома для полной цепи. Трансформатор. Производство, передача и потребление электрической энергии.

Электромагнитное поле. Гипотеза Максвелла. Открытый колебательный контур. Свойства электромагнитных волн. Различные виды электромагнитных излучений и их применение. Шкала электромагнитных волн. Принципы радиосвязи и телевидения.

ОПТИКА

Геометрическая оптика

Световой луч. Отражение света. Законы отражения. Плоское зеркало. Преломление света. Законы преломления. Полное внутреннее отражение. Ход лучей в плоскопараллельной пластинке и призме.

Линзы. Собирающие и рассеивающие линзы. Формула линзы. Увеличение линзы. Оптическая сила линзы. Построение изображений в линзах. Оптические приборы. Глаз как оптическая система.

Волновая оптика

Волновые свойства света. Когерентные волны. Интерференция света. Условия максимума и минимума при интерференции. Дифракция света. Принцип Гюйгенса – Френеля. Дифракционная решетка. Дисперсия света. Спектр. Инфракрасная и ультрафиолетовая части спектра. Виды спектров: сплошной, полосатый, линейчатый. Спектральный анализ.

Рентгеновские лучи.

Квантовая оптика

Гипотеза Планка о квантах. Фотон. Формула Планка. Фотоэффект. Опыты Столетова и его законы фотоэффекта. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта. Корпускулярно-волновой дуализм.

Гипотеза де Бройля о волновых свойствах частиц. Соотношение неопределенностей. Дифракция электронов.

ОСНОВЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Постулаты теории относительности Эйнштейна. Относительность одновременности. Замедление времени. Сокращение длины. Зависимость массы от скорости. Энергия покоя. Полная энергия. Взаимосвязь массы и энергии.

ФИЗИКА АТОМА И АТОМНОГО ЯДРА

Физика атома

Опыты Резерфорда по рассеиванию альфа-частиц. Планетарная модель атома. Квантовые постулаты Бора. Излучение и поглощение энергии атомом. Энергетические уровни. Лазер.

Физика атомного ядра

Нуклонная модель ядра. Протоны и нейтроны. Массовое число. Радиоактивность. Альфа-, бета- и гамма-излучение. Правило смещения при ядерном распаде. Активность элементов. Период полураспада. Закон радиоактивного распада. Ядерные силы. Дефект массы и энергия связи атомных ядер. Удельная энергия связи. Ядерные реакции. Экзотермические и эндотермические ядерные реакции. Цепные ядерные реакции деления. Критическая масса. Термоядерные реакции.

РАЗДЕЛ 1
МЕХАНИКА

Тема 1. Кинематика

Формулы кинематики

Равномерное движение $x = x_0 + v_x t \qquad S = vt.$

Здесь x — конечная координата (м),
x_0 — начальная координата (м),
v_x — проекция скорости на ось координат (м/с),
t — время (с),
S — путь (м),
v — модуль скорости (м/с).

Равноускоренное движение $x = x_0 + v_{0x}t + \dfrac{a_x t^2}{2}$

$$S = v_0 t + \frac{at^2}{2} \qquad a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{v - v_0}{t} \qquad v = v_0 + at.$$

$$S = v_{\text{ср}} t \qquad v_{\text{ср}} = \frac{v_0 + v}{2} \qquad S_n = \frac{a}{2}(2n - 1)$$

Здесь x — конечная координата (м),
x_0 — начальная координата (м),
a — ускорение (м/с^2),
Δv — изменение скорости (м/с),
v — модуль конечной скорости (м/с),
v_0 — модуль начальной скорости (м/с),
v_{0x} — проекция начальной скорости на ось координат (м/с),

a_x — проекция ускорения на ось координат ($м/с^2$),
$\upsilon_{ср}$ — средняя скорость (м/с),
t — время движения (с),
S_n — путь, пройденный за n-ю секунду равноускоренного движения без начальной скорости,
n — порядковый номер этой секунды, считая от начала движения

Правило сложения классических скоростей

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon_1} + \vec{\upsilon_0}$$

Здесь $\vec{\upsilon}$ — скорость тела относительно неподвижной системы отсчета (абсолютная скорость),
$\vec{\upsilon_1}$ — скорость тела относительно подвижной системы отсчета (относительная скорость),
$\vec{\upsilon_0}$ — скорость подвижной системы отсчета относительно неподвижной (переносная скорость).

Свободное падение

Тело падает вниз с начальной скоростью $\upsilon_0 \neq 0$	Тело падает вниз без начальной скорости $\upsilon_0 = 0$
$h = \upsilon_{ср} t$	$h = \upsilon_{ср} t$
$\upsilon_{ср} = \dfrac{\upsilon_0 + \upsilon}{2}$	$\upsilon_{ср} = \dfrac{\upsilon}{2}$
$h = \upsilon_0 t + \dfrac{gt^2}{2}$	$h = \dfrac{gt^2}{2}$
$\upsilon = \upsilon_0 + gt$	$\upsilon = gt$
$\upsilon^2 - \upsilon_0^2 = 2gh$	$\upsilon^2 = 2gh$

Тело, брошенное вверх, не достигло высшей точки	Тело, брошенное вверх, достигло высшей точки
$h = v_{ср}t$	$h = v_{ср}t$
$v_{ср} = \dfrac{v_0 + v}{2}$	$v_{ср} = \dfrac{v_0}{2}$
$h = v_0 t - \dfrac{gt^2}{2}$	$h = \dfrac{gt^2}{2}$
$v = v_0 - gt$	$v_0 = gt$
$v^2 - v_0^2 = 2gh$	$v_0^2 = 2gh$

Здесь h — высота, с которой упало тело (м),
g — ускорение свободного падения (м/с^2).

Остальные величины названы в предыдущих формулах.

Равномерное движение по окружности

$$v = \frac{S}{t} \qquad \omega = \frac{\varphi}{t} \qquad v = 2\pi R\nu \qquad v = \frac{2\pi R}{T}$$

$$v = \omega R \qquad v = 2\pi\nu \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} \qquad T = \frac{t}{N}$$

$$\nu = \frac{N}{t} \qquad T = \frac{1}{\nu} \qquad a = \frac{v^2}{R} \qquad a = \omega^2 R \qquad a = \omega v$$

Здесь N — число полных оборотов (безразмерное),
T — период (с),
v — линейная скорость (м/с),
S — длина дуги (м),
ω — угловая скорость (рад/с),
φ — угол поворота радиуса (рад),
$\pi = 3{,}14$ — число «пи» (безразмерное),
ν — частота вращения (с$^{-1}$),
R — радиус окружности (м),
t — время движения (с).

Контрольные задания по теме «Кинематика»

Часть 1. Задания уровня А и Б, а также качественные задания уровня С на ЕГЭ

Задание 1. На рис. 1 ломаной линией изображена траектория движения тела на плоскости. Каковы координаты точек *А* и *Б*? Чему равен путь, проделанный телом при движении от точки *А* к точке *Б* и модуль его перемещения? Ответ округлить с точностью до десятых долей метра.

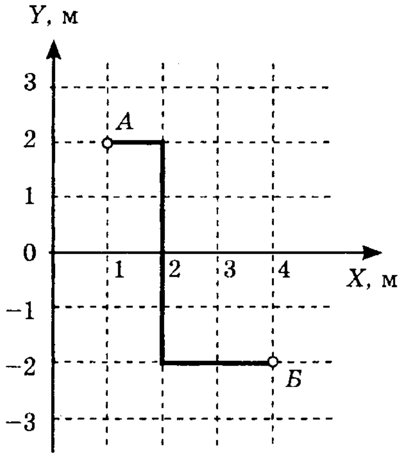


Рис. 1

Задание 2. Минутная стрелка стоит на цифре 12. Чему равны путь и перемещение острия стрелки через 15 мин, через 30 мин, через 45 мин и через час, если длина стрелки 1 см?

Задание 3. За что вы платите при поездке на такси: за перемещение, скорость, путь или время поездки?

Задание 4. Относительно какого объекта ваше перемещение всегда равно нулю?

Задание 5. Скорость грузового автомобиля на 40% меньше скорости легкового. За какое время грузовой автомобиль проедет 72 км, двигаясь равномерно, если скорость легкового автомобиля 60 км/ч?

Задание 6. Тело движется равномерно со скоростью $v = 4$ м/с в направлении, противоположном направлению оси OX. Определите координату тела через 2 с после того, как он пройдет через начало координат O, если его начальная координата $x_0 = 1$ м. Какой путь пройдет тело за это время?

Задание 7. Мимо двух пунктов, расстояние между которыми $S = 50$ км, одновременно проехали навстречу друг другу, двигаясь равномерно, два автобуса. Скорость первого автобуса $v_1 = 60$ км/ч, скорость второго $v_2 = 40$ км/ч. Через сколько времени они встретятся и какой путь проедет каждый автобус до встречи?

Задание 8. Движение точки на плоскости задано уравнениями $x = 6t$ м и $y = 2 + 3t$. Напишите уравнение траектории точки.

Задание 9. Пешеход и поезд движутся по мосту. Длина моста $L = 200$ м, длина поезда $l = 100$ м. Скорость пешехода $v_1 = 1$ м/с, скорость поезда $v_2 = 36$ км/ч. На сколько времени пешеход будет идти по мосту дольше, чем поезд?

Задание 10. Скорость первого тела v в инерциальной системе отсчета, а скорость второго тела там же $-2v$. Чему равна скорость первого тела относительно второго? Чему равна скорость второго тела относительно первого?

Задание 11. Два тела движутся во взаимно перпендикулярных направлениях со скоростями 3 м/с и 4 м/с относительно неподвижных объектов. Чему равна их скорость относительно друг друга?

Задание 12. Два автомобиля движутся по взаимно перпендикулярным дорогам. Скорость первого автомобиля относительно дороги υ, а скорость второго автомобиля относительно первого $\upsilon\sqrt{2}$. Чему равна скорость второго автомобиля относительно дороги?

Задание 13. Два поезда движутся навстречу друг другу со скоростями 36 км/ч и 54 км/ч. Длина первого поезда 40 м, длина второго 50 м. В течение какого времени поезда будут проезжать мимо друг друга?

Задание 14. Поезд длиной 40 м движется со скоростью 54 км/ч. Его обгоняет поезд длиной 30 м, движущийся по параллельному пути со скоростью 72 км/ч. В течение какого времени второй поезд будет обгонять первый?

Задание 15. Поезд длиной 60 м, движущийся со скоростью 36 км/ч, въехал на мост длиной 540 м. Через сколько времени он съедет с моста?

Задание 16. Пловец должен переплыть реку по кратчайшему пути в системе отсчета, связанной с берегом. Скорость течения относительно берега 0,8 м/с, а скорость пловца относительно воды 1,2 м/с. Чему равен модуль скорости пловца относительно берега?

Задание 17. Скорость течения реки относительно берега 0,8 м/с, скорость лодки относительно берега такая же по модулю. Лодка выдерживает курс, перпендикулярный берегу. Под каким углом к берегу должна быть направлена скорость лодки относительно течения, чтобы выдержать этот курс?

Задание 18. Расстояние между двумя прибрежными поселками катер проходит по течению за 10 мин, а обратно — за 50 мин. За какое время проплывут это расстояние плоты?

Задание 19. На рис. 2 приведен график движения тела. Написать уравнение его движения.

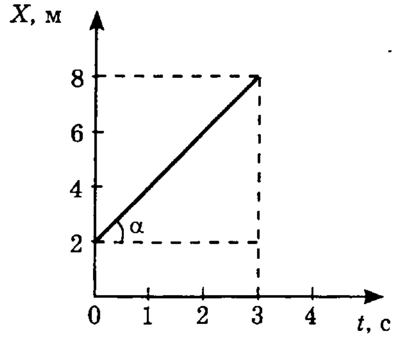
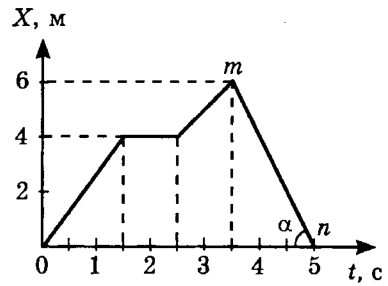
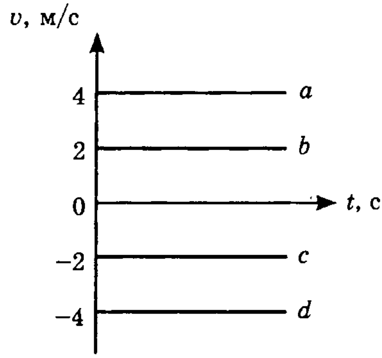


Рис. 2

Задание 20. На рис. 3, *а* представлен график координаты материальной точки. Каким графиком на рис. 3, *б* представлена проекция скорости точки в интервале времени от 4 до 5 с?



а



б

Рис. 3

Задание 21. Вектор ускорения направлен в сторону:

1) начальной скорости; 2) изменения скорости;
3) перемещения; 4) конечной скорости.

Задание 22. На рис. 4 представлен график скорости материальной точки. Чему равен путь, пройденный точкой в интервале времени от 0 до 2 с?

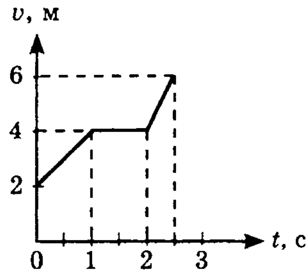


Рис. 4

Задание 23. На рис. 5 показан график координаты тела. В какой момент времени его скорость стала равна нулю?

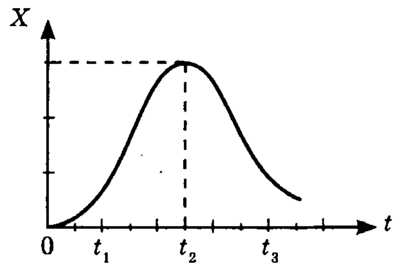


Рис. 5

Задание 24. На рис. 6, *а* представлен график ускорения материальной точки. Какой из графиков скорости на рис. 6, *б* соответствует этому графику ускорения?

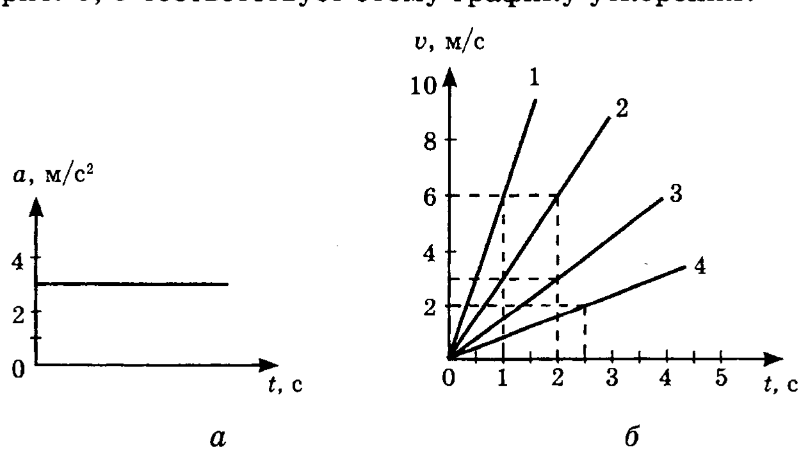


Рис. 6

Задание 25. Зависимость проекции скорости от времени движения имеет вид $v_x = 2 - t$. Напишите уравнение координаты при условии, что начальная координата x_0 равна нулю. Все величины выражены в единицах СИ.

Задание 26. Уравнение координаты имеет вид $x = 2 + t - 0{,}4t^2$. В какой момент времени скорость тела станет равна нулю? Все величины выражены в единицах СИ.

Задание 27. График проекции скорости изображен на рис. 7. Напишите уравнение координаты, соответствующее этому графику. Начальная координата $x_0 = 3$ м.

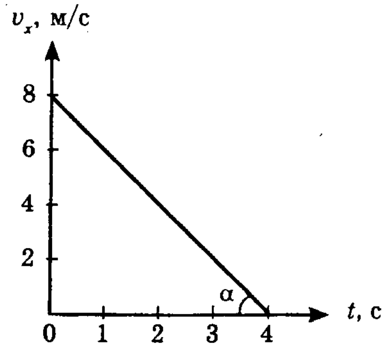


Рис. 7

Задание 28. По заданному на рис. 8 графику записать уравнение $v_x = v_x(t)$.

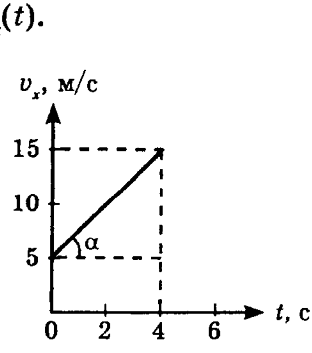


Рис. 8

Задание 29. Два автомобиля движутся навстречу друг другу. Уравнения их движения имеют вид: $x_1 = 10t$ и $x_2 = 150 - 5t$. Все величины выражены в единицах СИ. Определить координату и время их встречи.

Задание 30. Тело, двигаясь равноускоренно, прошло путь S за время t. Начальная скорость тела v_0. Чему равна конечная скорость v?

Задание 31. На рис. 9, *а* показаны векторы начальной и конечной скоростей материальной точки. Выберите из рис. 9, *б* правильное направление вектора ускорения этой точки.

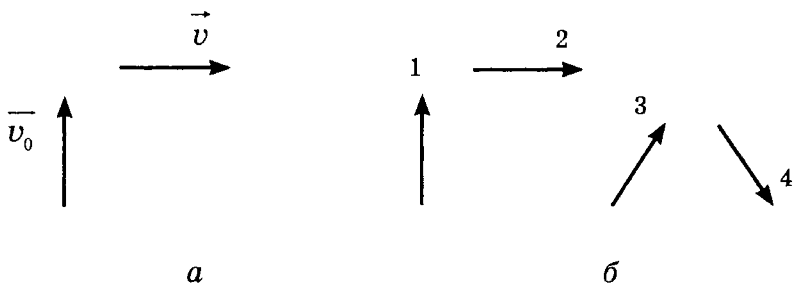


Рис. 9

Задание 32. За какое время велосипедист, двигаясь с ускорением $a = 0{,}2$ м/с^2, увеличит свою скорость с $v_0 = 2$ м/с на 40%?

Задание 33. Водитель автомобиля, двигавшегося со скоростью $v_0 = 18$ км/ч, начал тормозить на расстоянии $l_0 = 20$ м от шлагбаума. На каком расстоянии l от шлагбаума он остановится, если его ускорение по модулю $a = 1$ м/с^2?

Задание 34. Средняя скорость равноускоренного движения равна 4 м/с, а начальная скорость 1 м/с. Чему равна конечная скорость этого движения?

Задание 35. Тело, двигаясь с ускорением 2 м/с^2, увеличило скорость с 1 м/с в 3 раза. Какой путь прошло тело?

Задание 36. За 10 с равноускоренного движения тело прошло путь 48 м, увеличив свою скорость на 40%. Определите начальную скорость тела.

Задание 37. Тело движется без начальной скорости с ускорением 0,2 м/с^2 в течение 0,5 мин. Чему равен пройденный им путь?

Задание 38. Тело двигалось 1 мин с ускорением 0,1 м/с^2 без начальной скорости. Чему равна его конечная скорость?

Задание 39. Сколько времени двигалось тело, если пройденный им путь равен 100 м, начальная скорость 1 м/с, а конечная скорость в три раза больше начальной?

Задание 40. Пуля вылетает из дула винтовки со скоростью 100 м/с, двигаясь равноускоренно без начальной скорости. Чему примерно равна скорость пули в середине ствола?

Задание 41. Пути, проходимые при равноускоренном движении без начальной скорости за последовательные секунды, относятся как:

а) 1 : 2 : 3 : 4 : ... ; б) 2 : 4 : 6 : 8 : ...;
в) 1 : 22 : 32 : 42 : ...; г) 1 : 3 : 5 : 7 : ... .

Задание 42. Автомобиль проехал расстояние между двумя пунктами со скоростью v_1, а затем, увеличив скорость до v_2, проехал еще такое же расстояние. Найти среднюю скорость автомобиля за все время движения.

Задание 43. При равноускоренном движении без начальной скорости с ускорением 1 м/с^2 тело прошло путь 4,5 м. Чему равна его скорость в конце пути?

Указание: во всех последующих задачах ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2.

Задание 44. Тело свободно упало на землю с высоты 5 м без начальной скорости. Сколько времени падало тело?

Задание 45. Тело упало свободно с высоты 3 м с начальной скоростью 2 м/с. Чему равна его скорость у земли?

Задание 46. Какой путь пройдет свободно падающее тело за четвертую секунду? Начальная скорость тела равна нулю.

Задание 47. Тело брошено с земли вверх с начальной скоростью 4 м/с. На какую высоту оно поднимется? Сопротивлением пренебречь.

Задание 48. Тело, брошенное вниз с начальной скоростью, свободно падает. Если увеличить начальную скорость при неизменной высоте падения, как изменятся время падения, ускорение тела и скорость в момент падения на землю?

Задание 49. Тело начинает свободно падать без начальной скорости с некоторой высоты. По каким формулам можно рассчитать модуль скорости камня через некоторое время и высоту падения?

а) gt^2; б) $0{,}5gt^2$; в) $2gt$; г) gt.

Задание 50. Мяч бросили вверх с начальной скоростью 4 м/с. Сколько времени он будет взлетать? Сопротивлением пренебречь.

Задание 51. Тело бросили вверх со скоростью 20 м/с. Через сколько времени его скорость уменьшится на 40%? Сопротивлением пренебречь.

Задание 52. Тело бросили с земли вверх со скоростью 2 м/с. На какой высоте его скорость уменьшится на 20%? Сопротивлением пренебречь.

Задание 53. Тело брошено вверх со скоростью 4 м/с. Через сколько времени его скорость уменьшится в 2 раза? Сопротивлением пренебречь.

Задание 54. Тело бросили с земли со скоростью 20 м/с под углом 30° к горизонту. На какую максимальную высоту оно поднимется? Сопротивлением пренебречь.

Задание 55. Из орудия стреляют под углом к горизонту. Куда направлен вектор ускорения снаряда в полете? Сопротивлением пренебречь.

Задание 56. Под каким углом к горизонту должен вылететь снаряд из ствола орудия, чтобы его дальность полета была максимальной при одинаковой начальной скорости? Сопротивлением пренебречь.

Задание 57. Мяч брошен со скоростью 2 м/с под углом 60° к горизонту. Чему равна его скорость в высшей точке траектории? Сопротивлением пренебречь.

Задание 58. Тело брошено с земли под углом 30° к горизонту со скоростью 4 м/с. Через сколько времени оно упадет на землю? Сопротивлением пренебречь.

Задание 59. Пуля вылетела из ствола ружья под углом 60° к горизонту со скоростью 60 м/с. За какое время она пролетит расстояние 90 м по горизонтали? Сопротивлением пренебречь.

Задание 60. Небольшое тело брошено с земли со скоростью v_0 под углом α к горизонту. В процессе его полета дул попутный ветер в горизонтальном направлении, сообщавший телу ускорение a. Чему равна его дальность полета S по горизонтали?

Задание 61. Угловая скорость вентилятора 3,14 рад/с. Чему равно число оборотов его лопастей за 1 ч?

Задание 62. Точка движется равномерно по окружности диаметром 40 см со скоростью 0,8 м/с. Чему равен период ее движения?

Задание 63. Точка движется равномерно по окружности. Ее ускорение направлено

а) по радиусу от центра;

б) по касательной к окружности в направлении линейной скорости;

в) в направлении вектора угловой скорости;

г) по радиусу к центру.

Задание 64. Центростремительное ускорение точки, движущейся равномерно по окружности, равно 32 см/с^2, диаметр окружности 4 см. Чему равна угловая скорость точки?

Задание 65. Период обращения спицы колеса увеличился в 3 раза. Частота вращения колеса:

а) увеличилась в 3 раза; б) уменьшилась в 3 раза;
в) увеличилась в 9 раз; г) уменьшилась в 9 раз.

Задание 66. Линейная скорость точки на ободе колеса радиусом 50 см равна 10 м/с. Чему равна линейная скорость точки, лежащей на том же радиусе, что и первая, но на 10 см ближе к центру колеса?

Задание 67. Линейная скорость поступательного движения колеса равна 1 м/с. Чему равна мгновенная скорость точки M, лежащей на конце горизонтального радиуса колеса, относительно дороги (рис. 10)?

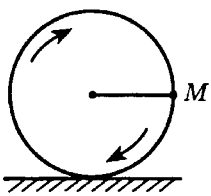


Рис. 10

Задание 68. Материальная точка, двигаясь по окружности радиусом 50 см, за время 6,28 с совершила 10 оборотов. Чему равна ее линейная скорость?

Задание 69. Материальная точка движется по окружности с постоянной по модулю скоростью. Как изменится ее центростремительное ускорение, если скорость точки увеличится в 3 раза, а радиус окружности уменьшится в 2 раза?

а) уменьшится в 9 раз; б) увеличится в 18 раз;
в) увеличится в 6 раз; г) уменьшится в 1,5 раза.

Задание 70. Материальная точка, двигаясь по окружности с постоянной по модулю скоростью, за 2 с переместилась из положения 1 в положение 2 (рис. 11). Чему равна угловая скорость точки?

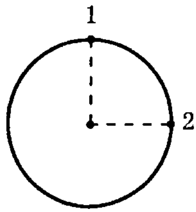


Рис. 11

Задание 71. Две материальные точки движутся равномерно по окружностям с одинаковыми радиусами, но с разными линейными скоростями. Как соотносятся их центростремительные ускорения, если скорость первой точки в три раза больше скорости второй?

Задание 72. Две материальные точки движутся равномерно по окружностям с одинаковыми радиусами, но с разными угловыми скоростями. Как соотносятся их центростремительные ускорения, если угловая скорость первой точки вдвое больше угловой скорости второй?

Задание 73. Материальная точка движется равномерно по окружности. Если, не меняя ее линейной скорости, увеличить радиус окружности, то как изменятся угловая скорость, период и центростремительное ускорение точки?

Задание 74. По каким формулам можно определить линейную скорость точки и частоту ее вращения?

а) $\omega^2 R$; б) $\omega/2\pi$; в) ωR; г) $2\pi T$.

Задание 75. Точка A, расположенная на радиусе равномерно вращающегося диска на расстоянии 5 см от центра, движется с угловой скоростью 2 рад/с. С какой угловой скоростью движется точка $Б$, расположенная на краю диска, если его радиус 8 см?

Задание 76. Две сцепленные шестеренки имеют радиусы $R_1 = 4$ см и $R_2 = 6$ см (рис. 12). Период вращения меньшей шестеренки $T_1 = 5$ с. Чему равен период вращения большей шестеренки?

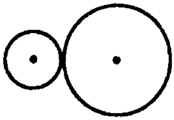


Рис. 12

Задание 77. По каким формулам можно определить центростремительное ускорение и период материальной точки, движущейся равномерно по окружности?

а) ωR; б) v/R; в) $2\pi/\omega$; г) v^2/R.

Задание 78. Горизонтальный стержень длиной $l = 1$ м вращается вокруг вертикальной оси, расположенной на расстоянии $l_1 = 40$ см от его левого конца (рис. 13). Как соотносятся линейные скорости концов стержня?

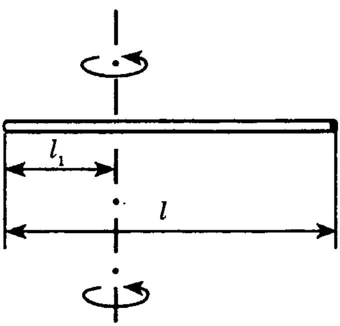


Рис. 13

Задание 79. На рис. 14 изображен график зависимости линейной скорости материальной точки, движущейся равномерно по окружности, от радиуса окружности. Чему равен период вращения точки?

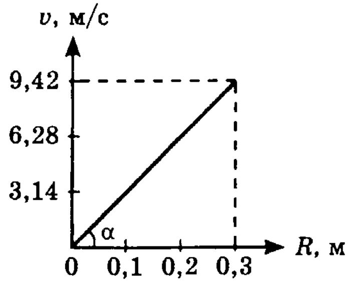


Рис. 14

Задание 80. На рис. 15 изображен график зависимости центростремительного ускорения материальной точки, движущейся равномерно по окружности, от радиуса окружности. Чему равна угловая скорость точки?

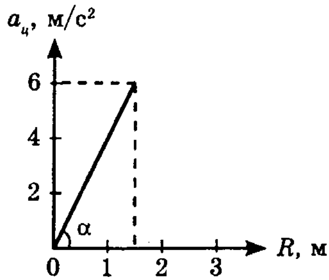


Рис. 15

Часть 2. Задания повышенной сложности

Задание 81. Первый вагон поезда, начавшего движение равноускоренно из состояния покоя, прошел мимо человека, стоявшего на платформе у начала этого вагона, за $t_1 = 5$ с. Из скольких вагонов состоит поезд, если весь он прошел мимо этого человека за $t_2 = 20$ с? Движение равноускоренное.

Задание 82. Сколько времени падало тело, если последнюю треть пути оно прошло за 0,1 с? Сопротивлением пренебречь. Начальная скорость равна нулю.

Задание 83. Концы нити, перекинутой через два неподвижных и один подвижный блоки, перемещаются с ускорениями a_1 и a_2 (рис. 16). За сколько времени t подвижный блок поднимается на высоту h, если его начальная скорость равна нулю?

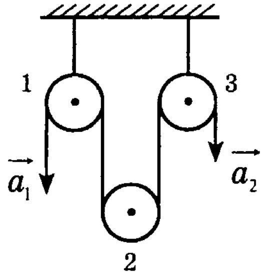


Рис. 16

Задание 84. Поезд отошел от станции и в течение $t = 40$ с двигался равноускоренно. Найдите путь, пройденный поездом за 40 с, если за десятую секунду он прошел 19 м.

Задание 85. Тело, двигавшееся равноускоренно, прошло путь S за время t, а вторую половину этого пути оно прошло за время t_2. Найти начальную скорость тела.

Задание 86. Тело от начала движения первую часть пути прошло за время t_1 с ускорением a_1, двигаясь равноускоренно, затем в течение времени t_2 оно двигалось равномерно, а остальную часть пути оно прошло за время t_3, двигаясь с ускорением a_3 равнозамедленно до остановки. Найти среднюю скорость тела на всем пути.

Задание 87. Лыжник съехал с горы длиной l без начальной скорости равноускоренно и, набрав в конце горы скорость, проехал горизонтально с этой начальной скоростью путь S до остановки, двигаясь равнозамедленно. На все движение он затратил время t. Определить ускорение лыжника при спуске a_1 и при торможении a_2.

Задание 88. Уравнение движения материальной точки $x = 6t - t^2$. Найти среднюю путевую скорость точки за $t_0 = 8$ с.

Задание 89. Два автомобиля движутся со скоростями v_1 и v_2 под углом α друг к другу (рис. 17). В некоторый момент времени один из них оказался в пункте M, а другой в тот же момент — в пункте N, расстояние между которыми S. Через какой промежуток времени t расстояние между автомобилями станет минимальным? Чему равно это расстояние l?

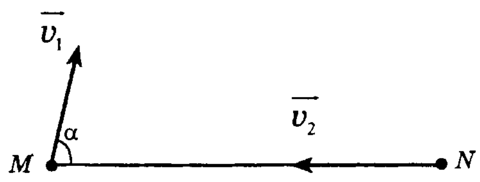


Рис. 17

Задание 90. Со скалы высотой 10 м брошены два тела: сначала одно, а затем второе. Оба тела упали на землю одновременно. На сколько времени второе тело брошено позже первого, если начальная скорость первого тела равна нулю, а начальная скорость второго 2 м/с? Падение считать свободным.

Задание 91. Тело свободно падает с высоты 36 м. На какой высоте его скорость в три раза меньше, чем в момент удара о землю?

Задание 92. Сколько времени без начальной скорости свободно падало тело, если за последние $t = 2$ с оно прошло 10 м?

Задание 93. Тело свободно падает с высоты H без начальной скорости. Разделите эту высоту на два отрезка, каждый из которых тело пройдет за одинаковое время.

Задание 94. Тело, брошенное вертикально вверх, побывало на высоте $h = 15$ м дважды через промежуток времени $\Delta t = 2$ с. С какой начальной скоростью брошено тело? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Задание 95. Два тела брошены вертикально вверх с одинаковыми начальными скоростями 4 м/с спустя время 2 с одно после другого. Первое тело брошено с земли, а второе с балкона, расположенного на высоте 5 м точно над точкой бросания первого тела. Через сколько времени с момента бросания первого тела они окажутся на одинаковой высоте? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Задание 96. Свободно падающее с высоты без начальной скорости тело за первую секунду проходит некоторую часть высоты, а последнюю такую же часть высоты оно проходит за 0,2 с. Сколько времени падало тело?

Задание 97. Самолет пикирует со скоростью v под углом α к горизонту и сбрасывает груз на высоте H над землей. Чему равна дальность полета груза? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Задание 98. Тело бросили со скоростью v_0 под углом α к горизонту с башни высотой h (рис. 18). Сколько времени t пройдет от момента бросания тела до момента его падения на землю? Какова будет дальность полета тела S по горизонтали? На какую максимальную высоту H относительно земли поднимется тело? Чему равно расстояние L от точки бросания O до точки падения B? С какой скоростью v тело упадет на землю? Определить косинус угла падения тела на землю. Сопротивлением воздуха пренебречь.

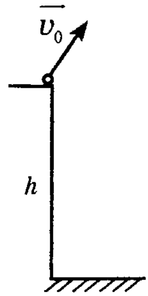


Рис. 18

Задание 99. На вершину наклонной плоскости с высоты H падает без начальной скорости маленький шарик и упруго отскакивает от нее. На каком расстоянии S от первого удара он вновь ударится о плоскость? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Задание 100. На горизонтальной поверхности закреплен клин с углом $\alpha = 30°$ при основании (рис. 19). По его идеально гладкой наклонной плоскости под углом $\beta = 45°$ к ребру запустили из точки O маленькую шайбу с начальной скоростью $v_0 = 0{,}5$ м/с. На каком расстоянии S от точки O шайба снова упадет на это ребро?

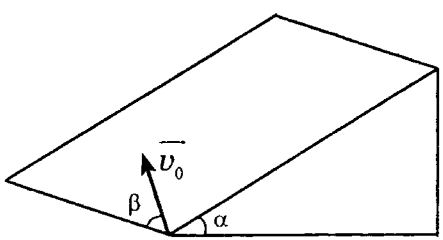


Рис. 19

Задание 101. Мяч бросают под углом 45° к горизонту по направлению к вертикальной стене, находящейся на расстоянии 5 м от точки бросания по горизонтали. Какова должна быть начальная скорость мяча, чтобы после упругого удара о стену он возвратился в точку бросания?

Задание 102. Горизонтальный стержень длиной $l = 1$ м вращается вокруг перпендикулярной ему оси так, что один его конец движется с линейной скоростью $\upsilon_1 = 0{,}4$ м/с. Период вращения стержня $T = 3{,}14$ с. Чему равна линейная скорость υ_2 другого конца стержня?

Задание 103. Линейная скорость точек на ободе колеса, вращающегося с постоянной угловой скоростью, равна υ_1, а линейная скорость точек, лежащих на ΔR ближе к центру, равна υ_2. Найти радиус колеса R.

Задание 104. Горизонтальная платформа равномерно вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. На расстоянии, равном трети радиуса платформы, отрывается от ее поверхности небольшое тело и скользит по ней без трения. Через сколько времени тело слетит с платформы, если до отрыва оно двигалось с ускорением 0,1 м/с^2? Радиус платформы 60 см. Ответ округлить до целого числа секунд.

Задание 105. Двигаясь из состояния покоя равноускоренно по горизонтальному пути *АБ*, велосипедист из положения *Б* поехал по дуге окружности *БВ*, с постоянной по модулю скоростью (рис. 20). Время прохождения путей *АБ* и *БВ* одинаково. Что больше по модулю: ускорение велосипедиста на отрезке *АБ* или его центростремительное ускорение на дуге *БВ* и во сколько раз? Длина дуги *БВ* составляет четверть длины окружности.

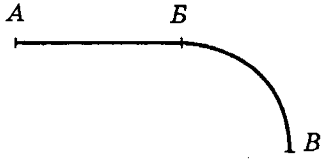


Рис. 20

Ответы на задания части 1

Ответ на задание 1. Из рис. 1 следует, что координаты точки A: $x_A = 1$ м и $y_A = 2$ м; координаты точки $Б$: $x_Б = 4$ м и $y_Б = -2$ м. Путь, пройденный телом, равен сумме длин всех отрезков, составляющих ломаную линию:

$$S = 1 \text{ м} + 4 \text{ м} + 2 \text{ м} = 7 \text{ м}.$$

Если соединить точки A и $Б$ отрезком $AБ$, то модуль перемещения $\left|\vec{S}\right|$ будет равен длине этого отрезка (рис. 21). Из полученного прямоугольного треугольника с катетами 4 м и 3 м, пользуясь теоремой Пифагора, определим длину гипотенузы $AБ$, т.е. модуль перемещения: $\left|\vec{S}\right| = \sqrt{3^2 + 4^2}$ м $= 5$ м. Вектор перемещения будет направлен от точки A к точке $Б$.

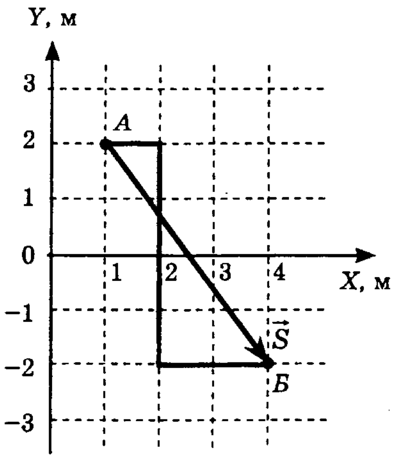


Рис. 21

Ответ на задание 2. Обратимся к рис. 22.

1) Путь конца минутной стрелки за 15 мин составит четверть длины окружности:

$$S = \frac{1}{4}2\pi l = \frac{1}{2}2 \cdot 3{,}14 \cdot 1 \text{ см} = 3{,}14 \text{ см}.$$

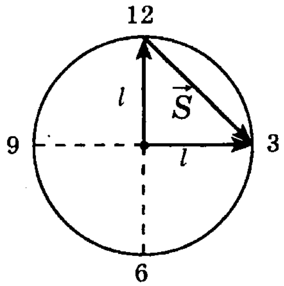


Рис. 22

Модуль перемещения конца стрелки за 15 мин найдем по теореме Пифагора: $\left|\vec{S}\right| = \sqrt{l^2 + l^2} = l\sqrt{2}$ см = 1,4 см.

2) Путь за 30 мин равен половине длины окружности

$$S = \frac{1}{2}2\pi l = 3{,}14 \cdot 1 \text{ см} = 3{,}14 \text{ см}.$$

Модуль перемещения равен длине двух радиусов:

$$\left|\vec{S}\right| = 2l = 2 \text{ см}.$$

3) Путь конца минутной стрелки за 45 мин составит три четверти длины окружности:

$$S = \frac{3}{4}2\pi l = \frac{3}{2}2 \cdot 3{,}14 \cdot 1 \text{ см} = 9{,}42 \text{ см}.$$

Модуль перемещения будет таким же, как и при перемещении за 15 мин.

4) Путь за час равен длине окружности:

$$S = 2\pi l = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 1 \text{ см} = 6{,}28 \text{ см}.$$

Модуль перемещения равен нулю.

Ответ на задание 3. При поездке на такси мы платим за путь.

Ответ на задание 4. Наше перемещение всегда равно нулю относительно самого себя.

Ответ на задание 5. Согласно условию скорость грузового автомобиля меньше скорости легкового на величину 0,4 · 60 км/ч = 24 км/ч, значит, скорость грузового автомобиля 60 км/ч – 24 км/ч = 36 км/ч. Двигаясь равномерно с этой скоростью, грузовой автомобиль проедет 72 км за время $t = \frac{72}{36}$ ч = 2 ч.

Ответ на задание 6. Проекция скорости тела на ось координат $v_x = -v$, поэтому уравнение координаты будет иметь вид $x = x_0 - vt$, а координата тела через 2 с будет $x = 1$ м – 4 м/с · 2 с = –7 м. Пройденный телом путь равен

$$S = vt = 4 \text{ м/с} \cdot 2 \text{ с} = 8 \text{ м}.$$

Ответ на задание 7. Первый автобус проедет до встречи путь $S_1 = v_1 t$, а второй проедет путь $S_2 = v_2 t$. Согласно условию $S = S_1 + S_2$. С учетом первых двух равенств запишем: $S = v_1 t + v_2 t = t\,(v_1 + v_2)$, откуда

$$t = \frac{S}{v_1 + v_2} = \frac{50}{60 + 40} \text{ ч} = 0{,}5 \text{ ч}.$$

Первый автобус проедет за это время путь $S_1 = v_1 t =$ = 60 км/ч · 0,5 ч = 30 км, а второй проедет путь $S_2 =$ = 50 км – 30 км = 20 км.

Ответ на задание 8. Написать уравнение траектории — это написать уравнение зависимости координаты y от координаты x, исключив время t. Выразим из первого уравнения время t: $t = \frac{x}{6}$. Теперь подставим правую часть этого равенства во второе уравнение: $y = 2 + 3 \cdot \frac{x}{6}$, $y = 2 + 0{,}5x$ — уравнение траектории движения.

Ответ на задание 9. Разность Δt между временем движения пешехода по мосту t_1 и временем поезда t_2: $\Delta t = t_1 - t_2$. Время движения пешехода t_1 определим из уравнения равномерного движения: $t_1 = \frac{L}{v_1}$.

Пешехода на мосту можно принять за материальную точку, а поезд — нет, ведь длина поезда сравнима с длиной моста, точнее, она составляет половину длины моста.

Поэтому путь, пройденный поездом, проезжающим по мосту, складывается из длины моста и длины самого поезда, ведь именно этот путь пройдет последний вагон с момента, когда электровоз въедет на мост. С учетом этого время движения поезда по мосту $t_2 = \dfrac{L}{v_2}$.

Выразим скорость 36 км/ч в единицах СИ:

$$36 \text{ км/ч} = 36\frac{1000}{3600} \text{ м/с} = 10 \text{ м/с}.$$

Подставим два последних равенства в выражение для Δt:

$$\Delta t = \frac{L}{v_1} - \frac{L+l}{v_2} = \frac{200}{1} - \frac{200+100}{10} \text{(с)} = 170 \text{ с} = 2 \text{ мин } 50 \text{ с}.$$

Ответ на задание 10. Чтобы найти скорость первого тела относительно второго v_{12}, надо из скорости первого тела v вычесть скорость второго тела $-2v$: $v_{12} = v - (-2v) = 3v$.

Чтобы найти скорость второго тела относительно первого v_{21}, надо из скорости второго тела $-2v$ вычесть скорость первого тела v: $v_{21} = -2v - v = -3v$.

Ответ на задание 11. Из рис. 23 следует, что относительная скорость тел v является гипотенузой в прямоугольном треугольнике, где один из катетов $v_1 = 3$ м/с, а другой катет $v_2 = 4$ м/с. По теореме Пифагора следует, что

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} \text{ м/с} = 5 \text{ м/с}.$$

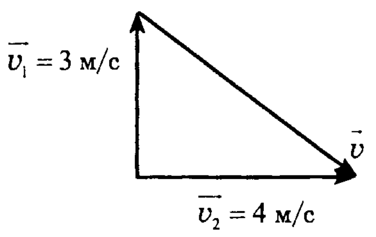


Рис. 23

Ответ на задание 12. Из рис. 24 следует, что относительная скорость автомобилей $\upsilon\sqrt{2}$ является гипотенузой в прямоугольном треугольнике, где один из катетов равен υ, а второй катет υ_x надо найти. Из теоремы Пифагора следует, что

$$\upsilon_x = \sqrt{\left(\upsilon\sqrt{2}\right)^2 - \upsilon^2} = \sqrt{2\upsilon^2 - \upsilon^2} = \sqrt{\upsilon^2} = \upsilon.$$

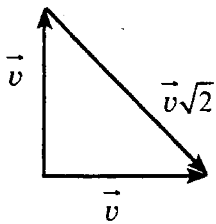


Рис. 24

Ответ на задание 13. Выразим величины скоростей в единицах СИ:

$$36 \text{ км/ч} = 36\frac{1000}{3600} \text{ м/с} = 10 \text{ м/с},$$

$$54 \text{ км/ч} = 54\frac{1000}{3600} \text{ м/с} = 15 \text{ м/с}.$$

Поскольку поезда движутся навстречу друг другу, их относительная скорость равна сумме скоростей каждого поезда, а пройденный путь равен сумме длин поездов. Тогда в случае равномерного движения поездов время их движения мимо друг друга $t = \dfrac{l_1 + l_2}{\upsilon_1 + \upsilon_2} = \dfrac{40+50}{10+15}$ м/с = 3,6 с.

Ответ на задание 14. Выразим величины скоростей в единицах СИ:

$$54 \text{ км/ч} = 54\frac{1000}{3600} \text{ м/с} = 15 \text{ м/с},$$

$$72 \text{ км/ч} = 72\frac{1000}{3600} \text{ м/с} = 20 \text{ м/с}.$$

Поскольку поезда движутся в одном направлении, их относительная скорость равна разности скоростей каждого поезда, а пройденный путь равен сумме длин поездов. Тогда в случае равномерного движения поездов время их движения мимо друг друга

$$t = \frac{l_1 + l_2}{v_2 - v_1} = \frac{40 + 50}{20 - 15} \text{ м/с} = 18 \text{ с}.$$

Ответ на задание 15. Выразим скорость в единицах СИ:

$$36 \text{ км/ч} = 36\frac{1000}{3600} \text{ м/с} = 10 \text{ м/с}.$$

Время, за которое поезд проедет через мост, равно отношению суммарной длины моста и поезда, деленному на скорость поезда, выраженную в единицах СИ:

$$t = \frac{540 + 60}{10} \text{с} = 60 \text{ с} = 1 \text{ мин}.$$

Ответ на задание 16. Обратимся к рис. 25. Кратчайшим путем является ширина реки. Чтобы ее переплыть, пловец должен грести под углом к течению так, чтобы вектор его скорости относительно берега $\vec{v}$, равный векторной сумме его скорости относительно воды $\vec{v_1}$ и скорости реки относительно берега $\vec{v_0}$, был направлен перпендикулярно берегу. По теореме Пифагора

$$v = \sqrt{v_1^2 - v_0^2} = \sqrt{1,2^2 - 0,8^2} \text{ м/с} \approx 0,9 \text{ м/с}.$$

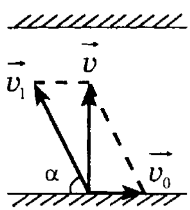


Рис. 25

Ответ на задание 17. Обратимся к рис. 25. Вектор скорости лодки относительно берега $\vec{v}$ направлен перпендикулярно берегу, а вектор скорости реки относительно берега $\vec{v}_0$ направлен параллельно берегу. Чтобы лодка выдерживала курс перпендикулярно берегу, вектор скорости лодки относительно воды $\vec{v}_1$ должен быть направлен под тупым углом к течению и под углом α к берегу. Из чертежа следует, что $\operatorname{tg}\alpha = \frac{v}{v_0} = \frac{0,8}{0,8} = 1$, откуда следует, что $\alpha = 45°$.

Ответ на задание 18. Обозначим t_1 время прохождения расстояния S между поселками по течению, t_2 — время прохождения расстояния S между поселками против течения, t — время прохождения расстояния S плотами, $v_К$ — скорость катера, $v_Т$ — скорость течения.

Когда катер идет вниз по течению, его скорость $v_К$ складывается со скоростью течения $v_Т$, и поэтому он проходит расстояние между двумя пунктами быстрее, чем в отсутствие течения, — как, например, если бы он плыл по озеру.

Тогда
$$v_К + v_Т = \frac{S}{t_1}. \tag{1}$$

Когда же он идет против течения, оно его тормозит, поэтому он движется медленнее.

Теперь
$$v_К - v_Т = \frac{S}{t_2}. \tag{2}$$

Поскольку плоты несет само течение — ни гребцов, ни двигателя на них нет, — то их скорость равна скорости течения $v_Т$, и поэтому
$$v_Т = \frac{S}{t}. \tag{3}$$

Вычтем из равенства (1) равенство (2). При этом скорость катера «уйдет»:
$$v_К + v_Т - v_К - (-v_Т) = \frac{S}{t_1} - \frac{S}{t_2}, \quad 2v_Т = \frac{S}{t_1} - \frac{S}{t_2}. \tag{4}$$

Подставляем в (4) правую часть равенства (3):

$$2\frac{S}{t} = S\left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2}\right), \quad \frac{2}{t} = \frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2},$$

откуда $t = \dfrac{2t_1t_2}{t_2 - t_1} = \dfrac{2 \cdot 10 \cdot 50}{50 - 10}$ мин = 25 мин.

Ответ на задание 19. Из рис. 2 следует, что координата тела изменяется со временем линейно, поскольку этот график – прямая линия. Значит, тело движется равномерно. Начальная координата тела x_0 = 2 м. Скорость на графике координаты равномерного движения равна тангенсу угла наклона графика к оси времени:

$v = \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{8-2}{3}$ м/с = 2 м/с. Уравнение равномерного движения в общем виде $x = x_0 + v_x t$. Поскольку в нашем случае x_0 = 2 м и $v_x = v$ = 2 м/с, то искомое уравнение имеет вид $x = 2 + 2t$.

Ответ на задание 20. Из прямоугольного треугольника с гипотенузой *mn* на рис. 3, *а* определим скорость $v = \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{6}{5-3{,}5}$ м/с = 4 м/с. Но участок *mn* соответствует убыванию координаты от 6 м до 0, значит, вектор скорости тела направлен против оси *OX*, т. е. скорость отрицательна. Поэтому ее графиком на рис. 3, *б* будет график *d*.

Ответ на задание 21. Вектор ускорения направлен в сторону вектора изменения скорости.

Верный ответ 2.

Ответ на задание 22. Путь на графике скорости (рис. 4) равен площади фигуры, состоящей из трапеции с основаниями 2 м/с и 4 м/с и высотой 1 с и прямоугольника со сторонами 4 м/с и 1 с. Поэтому путь

$$S = \frac{2+4}{2}1 + 4 \cdot 1 = 7 \text{ м}.$$

Ответ на задание 23. Скорость станет равна нулю в тот момент, когда касательная mn к графику будет параллельна оси времени (рис. 26).

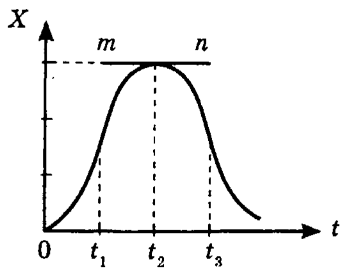


Рис. 26

Ответ на задание 24. Из графика на рис. 6, *а* следует, что ускорение равно 3 м/с^2. Графиком скорости при таком ускорении на рис. 6, *б* является прямая 2, так как тангенс угла ее наклона к оси времени равен $\frac{6}{2}$ м/с = = 3 м/с.

Ответ на задание 25. Уравнение проекции скорости в общем виде $v_x = v_{0x} + at$. Из сравнения этого уравнения с уравнением проекции скорости в условии задания $v_x = 2 - t$ следует, что проекция начальной скорости $v_{0x} = 2$ м/с, а проекция ускорения $a_x = -1$ м/с^2. Уравнение координаты в общем виде $x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$ при $x_0 = 0$.

Подставляя в это уравнение численные значения проекций начальной скорости и ускорения, получим

$$x = 2t - \frac{1 \cdot t^2}{2} = 2t - 0,5t^2.$$

Ответ на задание 26. Из сопоставления уравнения координаты в общем виде $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$ с уравнением координаты в условии задачи $x = 2 + t - 0{,}4t^2$ следует, что начальная координата $x_0 = 2$ м, проекция начальной скорости $\upsilon_{0x} = 1$ м/с, а половина проекции ускорения $\frac{a_x}{2} = -0{,}4$ м/с^2, следовательно, проекция ускорения $a_x = -0{,}8$ м/с^2. Уравнение проекции скорости в общем виде $\upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x t$. Согласно условию задания $\upsilon_x = 0$. С учетом численных значений величин, входящих в уравнение проекции скорости, запишем: $0 = 1 - 0{,}8t$, откуда $t = \frac{1}{0{,}8}$ с $=1{,}25$ с.

Ответ на задание 27. Уравнения координаты в общем виде $x = x_0 + \upsilon_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$. Из графика на рис. 7 следует, что проекция начальной скорости $\upsilon_{0x} = 8$ м/с. Скорость тела с течением времени уменьшалась, следовательно, тело двигалось с отрицательным ускорением, т.е. равнозамедленно. Модуль проекции ускорения численно равен тангенсу угла наклона графика к оси времени: $a_x = \mathrm{tg}\,\alpha = \frac{8}{4}$ м/с^2 $= 2$ м/с^2. С учетом этих величин уравнение координаты будет $x = 3 + 8t - \frac{2t^2}{2} = 3 + 8t - t^2$.

Ответ на задание 28. Уравнение зависимости проекции скорости от времени $\upsilon_x = \upsilon_x(t)$ имеет вид $\upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x t$. Из графика на рис. 8 следует, что проекция начальной скорости $\upsilon_{0x} = 5$ м/с, а проекция ускорения $a_x = \mathrm{tg}\,\alpha = \frac{15-5}{4}$ м/с^2 $= 2{,}5$ м/с^2. С учетом этого уравнение $\upsilon_x = \upsilon_x(t)$ примет вид $\upsilon_x = 5 + 2{,}5t$.

Ответ на задание 29. В момент встречи координата обоих автомобилей x станет одинаковой. Следовательно, $x = 10t$ и $x = 150 - 5t$, откуда $10t = 150 - 5t$, $15t = 150$

и $t = 10$ с. Подставив значение $t = 10$ с в первое уравнение (или во второе, результат будет одинаков), получим координату места их встречи: $x = 10 \cdot 10$ м $= 100$ м.

Ответ на задание 30. Среднюю скорость равноускоренного движения можно найти по формулам $v_{ср} = \dfrac{v_0 + v}{2}$ и $v_{ср} = \dfrac{S}{t}$. Приравняем правые части этих равенств: $\dfrac{v_0 + v}{2} = \dfrac{S}{t}$, откуда $v_0 + v = \dfrac{2S}{t}$.

Конечная скорость $v = \dfrac{2S}{t} - v_0$.

Ответ на задание 31. Вектор ускорения $\vec{a}$ всегда совпадает по направлению с вектором изменения скорости $\Delta\vec{v}$. Перенесем вектор $\vec{v}$ параллельно самому себе, соединив его начало с началом вектора $\vec{v_0}$ (рис. 27).

Вектор изменения скорости $\Delta\vec{v}$ соединяет концы этих векторов и направлен к концу вектора $\vec{v}$. Поэтому правильное направление вектора ускорения на рис. 9, *б* показывает стрела 4.

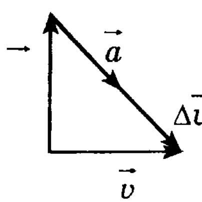


Рис. 27

Ответ на задание 32. Воспользуемся формулой ускорения равноускоренного движения $a = \frac{\Delta v}{t}$, откуда $t = \frac{\Delta v}{a}$, где изменение скорости $\Delta v = 0{,}4v_0$ согласно условию. В результате $t = \frac{0{,}4 \cdot 2}{0{,}2}$ с = 4 с.

Ответ на задание 33. Найдем путь S, который проедет автомобиль, двигаясь равнозамедленно до остановки, когда его конечная скорость v станет равна нулю. Для этого воспользуемся формулой $v^2 - v_0^2 = -2aS$. Поскольку в этой формуле $v = 0$, то $v_0^2 = 2aS$, откуда $S = \frac{v_0^2}{2a}$.

Выразим начальную скорость в единицах СИ:

18 км/ч = $18\frac{1000}{3600}$ м/с = 5 м/с.

Теперь вычислим пройденный путь:

$S = \frac{5^2}{2 \cdot 1}$ м = 12,5 м.

Значит, останется до шлагбаума расстояние
$l = l_0 - S$ = 20 м − 12,5 м = 7,5 м.

Ответ на задание 34. Средняя скорость равноускоренного движения определяется формулой $v_{ср} = \frac{v_0 + v}{2}$, откуда $v = 2v_{ср} - v_0$ = 2 · 4 м/с − 1 м/с = 7 м/с .

Ответ на задание 35. Из формулы $v^2 - v_0^2 = 2aS$ следует, что $S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{(3v_0)^2 - v_0^2}{2a} = 4\frac{v_0^2}{a} = 4\frac{1^2}{2}$ м = 2 м.

Ответ на задание 36. Конечная скорость тела $v = v_0 + \Delta v$, где $\Delta v = 0{,}4v_0$, поэтому $v = v_0 + 0{,}4v_0 = 1{,}4v_0$.

Согласно формулам средней скорости $v_{ср} = \dfrac{v_0 + v}{2}$ и

$v_{ср} = \dfrac{S}{t}$, $\dfrac{v_0 + v}{2} = \dfrac{S}{t}$ или $\dfrac{v_0 + 1,4v_0}{2} = \dfrac{S}{t}$, откуда

$1,2v_0 = \dfrac{S}{t}$, $v_0 = \dfrac{S}{1,2t} = \dfrac{48}{1,2 \cdot 10}$ м/с = 4 м/с.

Ответ на задание 37. Выразим время в секундах: 0,5 мин = 30 с. Из формулы $S = v_0 t + \dfrac{at^2}{2}$ следует, что при

$v_0 = 0$ $S = \dfrac{at^2}{2} = \dfrac{0,2 \cdot 30^2}{2}$ м = 90 м.

Ответ на задание 38. Выразим время в секундах: 1 мин = 60 с. Согласно формуле равноускоренного движения $v = v_0 + at$ при $v_0 = 0$ $v = at = 0,1 \cdot 60$ м/с = 6 м/с.

Ответ на задание 39. Согласно формулам средней скорости $v_{ср} = \dfrac{v_0 + v}{2} = \dfrac{v_0 + 3v_0}{2} = \dfrac{4v_0}{2} = 2v_0$, $v_{ср} = \dfrac{S}{t}$,

$2v_0 = \dfrac{S}{t}$, откуда $t = \dfrac{S}{2v_0} = \dfrac{100}{2 \cdot 1}$ с = 50 с.

Ответ на задание 40. Согласно формуле $v^2 - v_0^2 = 2aS$ при $v_0 = 0$ скорость пули в конце ствола при вылете из его отверстия $v = \sqrt{2aS} = \sqrt{2}\sqrt{aS}$, а в середине ствола

$v_1 = \sqrt{2a\dfrac{S}{2}} = \sqrt{aS}$. Значит, $v = v_1\sqrt{2}$, откуда

$$v_1 = \frac{v}{\sqrt{2}} = \frac{100}{\sqrt{2}} \text{ м/с} \approx 71 \text{ м/с}.$$

Ответ на задание 41. Такие пути относятся как ряд последовательных нечетных чисел. Верный ответ г.

Ответ на задание 42. Обозначим первую и вторую половины пути буквой S. Тогда весь путь, пройденный автомобилем, будет равен $2S$.

Пусть первая половина пути, равная S, была пройдена за время t_1, а вторая такая же половина пути – за время t_2. Тогда средняя скорость автомобиля за все время движения на пути $2S$ $\upsilon_{ср} = \dfrac{2S}{t_1 + t_2}$.

Поскольку на обеих половинах пути движение автомобиля было равномерным, то время t_1 и t_2 можно найти из уравнения равномерного движения:

$$t_1 = \frac{S}{\upsilon_1}, \; t_2 = \frac{S}{\upsilon_2}.$$

Подставим правые части этих выражений в знаменатель предыдущей формулы вместо t_1 и t_2:

$$\upsilon_{ср} = \frac{2S}{\dfrac{S}{\upsilon_1} + \dfrac{S}{\upsilon_2}} = \frac{2S}{S\left(\dfrac{1}{\upsilon_1} + \dfrac{1}{\upsilon_2}\right)} = \frac{2}{\dfrac{\upsilon_2 + \upsilon_1}{\upsilon_1 \upsilon_2}} = \frac{2\upsilon_1\upsilon_2}{\upsilon_2 + \upsilon_1}.$$

Ответ на задание 43. Согласно формуле равноускоренного движения $\upsilon^2 - \upsilon_0^2 = 2aS$. При $\upsilon_0 = 0$ $\upsilon^2 = 2aS$, откуда $\upsilon = \sqrt{2aS} = \sqrt{2 \cdot 1 \cdot 4{,}5}$ м/с = 3 м/с.

Ответ на задание 44. При свободном падении без начальной скорости высота падения $h = \dfrac{gt^2}{2}$, откуда $t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 5}{10}}$ с = 1 с.

Ответ на задание 45. Из формулы $\upsilon^2 - \upsilon_0^2 = 2gh$ конечная скорость тела в момент падения $\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gh} =$ $= \sqrt{2^2 + 2 \cdot 10 \cdot 3}$ м/с = 8 м/с.

Ответ на задание 46. Путь S за четвертую секунду можно найти, если из пути за время $t_2 = 4$ с вычесть путь за время $t_1 = 3$ с:

$$S = \frac{gt_2^2}{2} - \frac{gt_1^2}{2} = \frac{g}{2}\left(t_2^2 - t_1^2\right) = \frac{10}{2}\left(4^2 - 3^2\right) \text{ м} = 35 \text{ м}.$$

Ответ на задание 47. В высшей точке подъема конечная скорость тела $\upsilon = 0$. Из формулы $\upsilon^2 - \upsilon_0^2 = -2gh$ при $\upsilon = 0$ $\upsilon_0^2 = 2gh$, откуда $h = \frac{\upsilon_0^2}{2g} = \frac{4^2}{2 \cdot 10}$ м $= 0{,}8$ м $= 80$ см.

Ответ на задание 48. При свободном падении ускорение g не изменяется. Согласно формуле $h = \upsilon_0 t + \frac{gt^2}{2}$ с увеличением начальной скорости υ_0 и при неизменной высоте h время падения t должно уменьшиться, иначе, если время увеличится, то справа от равенства увеличатся оба слагаемых и равенство между левой и правой частями этой формулы будет нарушено. Из формулы $\upsilon^2 - \upsilon_0^2 = 2gh$ следует, что $\upsilon^2 = \upsilon_0^2 + 2gh$. Значит, при неизменных g и h с увеличением υ_0 конечная скорость υ тоже увеличится.

Ответ на задание 49. При условии $\upsilon_0 = 0$ конечная скорость $\upsilon = gt$, а высота $h = 0{,}5gt^2$.

Ответ на задание 50. Мяч движется вверх равнозамедленно с ускорением $-g$, и в высшей точке подъема его конечная скорость $\upsilon = 0$. Тогда согласно формуле $\upsilon = \upsilon_0 - gt$ при $\upsilon = 0$ $\upsilon_0 = gt$ и время взлета $t = \frac{\upsilon_0}{g} = \frac{4}{10}$ с $= 0{,}4$ с.

Ответ на задание 51. Для решения воспользуемся формулой ускорения свободного падения $g = \frac{\Delta \upsilon}{t}$, где согласно условию уменьшение скорости $\Delta\upsilon = 0{,}4\upsilon_0$. С учетом этого $g = \frac{0{,}4\upsilon_0}{t}$, откуда $t = \frac{0{,}4\upsilon_0}{g} = \frac{0{,}4 \cdot 20}{10}$ с $= 0{,}8$ с.

Ответ на задание 52. Согласно условию конечная скорость тела $\upsilon = \upsilon_0 - 0{,}2\upsilon_0 = 0{,}8\upsilon_0$. Теперь воспользуемся формулой $\upsilon^2 - \upsilon_0^2 = -2gh$ или с учетом сказанного

$(0{,}8\upsilon_0)^2 - \upsilon_0^2 = -2gh$, $0{,}64\upsilon_0^2 - \upsilon_0^2 = -2gh$, $-0{,}36\upsilon_0^2 = -2gh$,

$$h = \frac{0{,}36\upsilon_0^2}{2g} = \frac{0{,}18 \cdot 2^2}{10} \text{ м} = 0{,}072 \text{ м} = 7{,}2 \text{ см}.$$

Ответ на задание 53. Воспользуемся формулой

$\upsilon = \upsilon_0 - gt$, где $\upsilon = 0{,}5\upsilon_0$, поэтому $0{,}5\upsilon_0 = \upsilon_0 - gt$, откуда $t = \dfrac{0{,}5\upsilon_0}{g} = \dfrac{0{,}5 \cdot 4}{10}$ с $= 0{,}2$ с.

Ответ на задание 54. Обратимся к рис. 28. Спроецируем вектор начальной скорости $\overline{\upsilon_0}$ на вертикальную ось OY. Его проекция $\upsilon_{0y} = \upsilon_0 \sin\alpha$ является начальной скоростью равнозамедленного подъема тела по вертикали до высшей точки, где проекция его вертикальной скорости $\upsilon_y = 0$. Для решения задания воспользуемся формулой $\upsilon_y^2 - \upsilon_{0y}^2 = -2gh_m$ или с учетом сказанного $\upsilon_0^2 \sin^2\alpha = 2gh_m$,

откуда $h_m = \dfrac{(\upsilon_0 \sin\alpha)^2}{2g} = \dfrac{\left(20\sin 30^\circ\right)^2}{2 \cdot 10}$ м $= 5$ м.

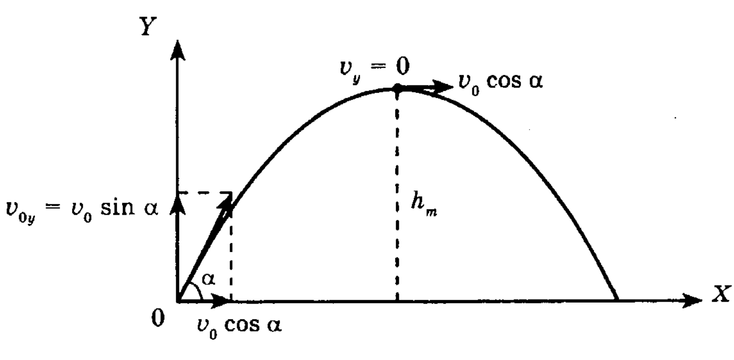


Рис. 28

Ответ на задание 55. Вектор ускорения всегда совпадает по направлению с вектором действующей на тело силы. На летящий снаряд в отсутствие сопротивления действует сила тяжести, направленная вниз, поэтому и вектор ускорения снаряда — ускорения свободного падения — в каждой точке траектории тоже направлен вниз.

Ответ на задание 56. Обратимся к рис. 29. Вдоль оси OX снаряд движется равномерно со скоростью $v_0 \cos\alpha$ в течение времени, которое равно удвоенному времени взлета t: $S = v_0 \cdot 2t\cos\alpha$, где время взлета $t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$,

поэтому $S = v_0 \cdot 2\frac{v_0 \sin\alpha}{g}\cos\alpha = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha$.

При неизменных v_0 и g дальность полета S будет максимальной, когда будет максимален $\sin 2\alpha$. А $\sin 2\alpha$ максимален, когда $2\alpha = 90°$, значит, $\alpha = 45°$.

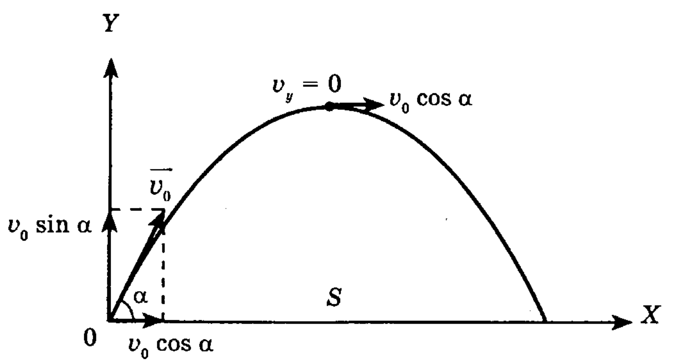


Рис. 29

Ответ на задание 57. Из рис. 29 следует, что в высшей точке траектории скорость снаряда равна его проекции на ось OX $v_x = v_0 \cos\alpha = 2\cos 60°$ м/с $= 1$ м/с.

Ответ на задание 58. Согласно рис. 29 тело взлетает в течение времени t с начальной скоростью $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$ до высшей точки, где проекция его скорости на вертикальную ось OY $v_y = 0$. Согласно формуле скорости равнозамедленного движения $v_y = v_{0y} - gt$, откуда при $v_y = 0$ $v_{0y} = gt$ и $t = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$.

Все время полета снаряда равно удвоенному времени взлета: $t_{общ} = 2t = 2\frac{v_0 \sin\alpha}{g} = 2\frac{4\sin 30^\circ}{10}$ с = 0,4 с.

Ответ на задание 59. Расстояние, которое пролетит пуля вдоль оси OX, двигаясь равномерно со скоростью $v_x = v_0 \cos\alpha$ (рис. 29), можно найти по формуле пути равномерного движения $S = v_0 t \cos\alpha$, откуда время полета $t = \frac{S}{v_0 \cos\alpha} = \frac{90}{60\cos 60^\circ}$ с = 3 с.

Ответ на задание 60. По вертикали сразу после бросания тело движется вверх равнозамедленно с ускорением $-g$, и в высшей точке подъема его вертикальная скорость равна нулю (рис. 29), поэтому сраведливо уравнение $0 = v_0 \sin\alpha - gt$, откуда время подъема тела до высшей точки $t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$, а все время полета по горизонтали равно времени подъема и такого же времени спуска, поэтому $t_{общ} = 2t = 2\frac{v_0 \sin\alpha}{g}$. По горизонтали тело будет лететь в течение времени $t_{общ}$ с начальной скоростью $v_0 \cos\alpha$ и ускорением a, поэтому дальность его полета по горизонтали

$$S = v_0 t_{общ} \cos\alpha + \frac{at_{общ}^2}{2} = 2v_0 \frac{v_0 \sin\alpha}{g}\cos\alpha + \frac{a \cdot 4v_0^2 \sin^2\alpha}{2g^2} =$$

$$= \frac{v_0^2}{g}\left(\sin 2\alpha + 2\frac{a}{g}\sin^2\alpha\right).$$

Ответ на задание 61. Число оборотов $N = \nu t$, где частота вращения ν связана с угловой скоростью ω формулой $\omega = 2\pi\nu$, откуда $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$. С учетом этого

$$N = \frac{\omega}{2\pi}t = \frac{3{,}14}{2 \cdot 3{,}14}3600 = 1800.$$

Ответ на задание 62. Связь линейной скорости точки с ее периодом устанавливает формула $\upsilon = \frac{2\pi R}{T}$, где $2R = d$ — диаметр окружности, поэтому $\upsilon = \frac{\pi d}{T}$, откуда

$$T = \frac{\pi d}{\upsilon} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}4}{0{,}8} \text{ с} = 1{,}57 \text{ с}.$$

Ответ на задание 63. При движении точки по окружности с постоянной по модулю скоростью ее ускорение направлено по радиусу к центру окружности.

Верный ответ г.

Ответ на задание 64. Центростремительное ускорение связано с угловой скоростью формулой $a_ц = \omega^2 R$, где радиус окружности равен половине ее диаметра: $R = \frac{d}{2}$, следовательно, $a_ц = \omega^2 \frac{d}{2}$, откуда

$$\omega = \sqrt{\frac{2a_ц}{d}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 32}{4}} \text{ рад/с} = 4 \text{ рад/с}.$$

Ответ на задание 65. Поскольку в формуле $T = \frac{1}{\nu}$ период и частота — обратные величины, значит, при увеличении периода втрое частота втрое уменьшится.

Ответ на задание 66. Угловая скорость всех точек, лежащих на одном радиусе, одинакова, поэтому согласно формуле $\upsilon = \omega R$ линейные скорости точек одного радиуса прямо пропорциональны их расстояниям до центра. Поскольку $R_1 = 50$ см, а $R_2 = 50$ см $- 10$ см $=$ 40 см и $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{\omega R_1}{\omega R_2} = \frac{R_1}{R_2}$, то из этой пропорции следует, что

$$\upsilon_2 = \upsilon_1 \frac{R_2}{R_1} = 10\frac{40}{50} \text{ м/с} = 8 \text{ м/с}.$$

Ответ на задание 67. Поскольку скорость поступательного движения точки вместе с колесом и ее линейная скорость равны υ, по теореме Пифагора (рис. 30) мгновенная скорость точки M относительно дороги

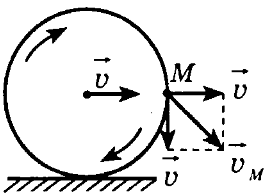


Рис. 30

$$\upsilon_M = \sqrt{\upsilon^2 + \upsilon^2} = \upsilon\sqrt{2} = 1{,}4\upsilon =$$
$= 1{,}4$ м/с.

Ответ на задание 68. Согласно формулам $\upsilon = \frac{2\pi R}{T}$ и $T = \frac{t}{N}$ линейная скорость точки

$$\upsilon = \frac{2\pi RN}{t} = \frac{2\cdot 3{,}14\cdot 0{,}5\cdot 10}{6{,}28} \text{ м/с} = 5 \text{ м/с}.$$

Ответ на задание 69. Центростремительное ускорение $a_{ц1} = \frac{\upsilon^2}{R}$. Если линейную скорость точки увеличить в 3 раза, а радиус окружности уменьшить в 2 раза, то получим $a_{ц2} = \frac{(3\upsilon)^2}{R/2} = 18\frac{\upsilon^2}{R} = 18\,a_{ц1}$. Значит, центростремительное ускорение увеличится в 18 раз.

Верный ответ 6.

Ответ на задание 70. При движении из положения 1 в положение 2 (рис. 31) точка совершила за 2 с четверть оборота. Полный оборот она совершит за время, равное ее периоду $T = 8$ с. Угловая скорость точки $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \cdot 3{,}14}{8}$ рад/с $= 0{,}785$ рад/с.

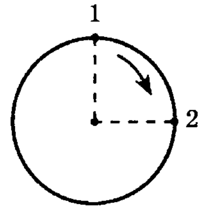


Рис. 31

Ответ на задание 71. Пусть линейная скорость второй точки υ, тогда линейная скорость первой точки 3υ. Центростремительные ускорения точек связаны с их линейными скоростями формулами $a_{ц1} = \frac{(3\upsilon)^2}{R} = 9\frac{\upsilon^2}{R}$ и $a_{ц2} = \frac{\upsilon^2}{R}$. Следовательно, $a_{ц1} = 9a_{ц2}$.

Ответ на задание 72. Пусть угловая скорость второй точки ω, тогда линейная скорость первой точки 2ω. Центростремительные ускорения точек связаны с их угловыми скоростями формулами $a_{ц1} = (2\omega)^2R = 4\omega^2R$ и $a_{ц2} = \omega^2R$. Следовательно, $a_{ц1} = 4a_{ц2}$.

Ответ на задание 73. Согласно формуле $a_ц = \frac{\upsilon^2}{R}$, если, не меняя линейной скорости υ, увеличить радиус окружности R, то центростремительное ускорение $a_ц$ уменьшится. Согласно формуле $\upsilon = \omega R$, если при неизменной линейной скорости υ увеличить радиус окружности, то угловая скорость ω уменьшится, иначе не сохранится знак равенства в этой формуле. Согласно формуле $\omega = \frac{2\pi}{T}$ при уменьшении угловой скорости ω период T увеличится.

Ответ на задание 74. Линейную скорость точки можно определить по формуле $\upsilon = \omega R$, а частоту ν можно определить из формулы $\omega = 2\pi\nu$, откуда $\nu = \omega/2\pi$.

Верный ответ г.

Ответ на задание 75. Согласно определению угловой скорости $\omega = \frac{\alpha}{t}$ все точки диска движутся с одинаковой угловой скоростью, потому что за одинаковое время t радиусы диска поворачиваются на одинаковый угол α. Значит, угловая скорость точки $Б$ равна 2 рад/с.

Ответ на задание 76. Точки на ободах сцепленных шестеренок движутся с одинаковой линейной скоростью v. Согласно формулам $v = \omega_1 R_1$ и $v = \omega_2 R_2$ $\omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$, где $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$ и $\omega_2 = \frac{2\pi}{T_2}$. Подставим эти два равенства в предыдущую формулу $\frac{2\pi}{T_1}R_1 = \frac{2\pi}{T_2}R_2$, откуда

$$T_2 = \frac{T_1 R_2}{R_1} = \frac{5 \cdot 6}{4} \text{ с} = 7{,}5 \text{ с}.$$

Ответ на задание 77. Центростремительное ускорение можно определить по формуле $a_ц = \frac{v^2}{R}$. Из формулы угловой скорости $\omega = \frac{2\pi}{T}$ период $T = 2\pi/\omega$.

Верный ответ в.

Ответ на задание 78. Угловые скорости всех точек стержня одинаковы. Разделим формулы $v_1 = \omega l_1$ и $v_2 = \omega(l - l_1)$ друг на друга: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega l_1}{\omega(l - l_1)}$, откуда

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{l - l_1}{l_1} = \frac{l}{l_1} - 1 = \frac{1}{0{,}4} - 1 = 1{,}5.$$

Ответ на задание 79. Из формулы, связывающей линейную и угловую скорости $v = \omega R$, угловая скорость $\omega = \frac{v}{R} = \operatorname{tg}\alpha$, где α — угол наклона графика к оси радиуса. Из рис. 14 $\omega = \operatorname{tg}\alpha = \frac{9{,}42}{0{,}3} = 31{,}4$ рад/с. Угловая скорость связана с периодом T формулой $\omega = \frac{2\pi}{T}$, откуда

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \cdot 3{,}14}{31{,}4}\ \text{с} = 0{,}2\ \text{с}.$$

Ответ на задание 80. Из формулы $a_ц = \omega^2 R$ квадрат угловой скорости $\omega^2 = \frac{a_ц}{R} = \mathrm{tg}\,\alpha$, где на рис. 15 α — угол наклона графика к оси радиусов.

Из рис. 15 $\mathrm{tg}\,\alpha = \omega^2 = \frac{6}{1{,}5}$ рад^2/с^2 = 4 рад^2/с^2, откуда $\omega = 2$ рад/с.

Ответы на задания части 2

Ответ на задание 81. Обозначим N — число вагонов в поезде, а l — длину вагона. Поскольку поезд состоит из N вагонов, то длина всего поезда Nl (промежутками между ними можно пренебречь, раз о них ничего не говорится в условии задачи).

Путь, пройденный первым вагоном мимо человека, равен длине этого вагона, но он нам не дан. Нам вообще ничего не дано, кроме времен $t_1 = 5$ с и $t_2 = 20$ с, но мы знаем, что ускорение вагонов одинаково и постоянно. Значит, теперь можно записать два уравнения равноускоренного движения за эти времена: одно — для времени движения первого вагона, второе — для времени движения всего поезда. И в эти уравнения включить путь, т.е. длину вагона l в одно уравнение, а длину поезда Nl в другое. Кроме пути и времени, в них должно войти и одинаковое ускорение. Очевидно, что такими уравнениями являются уравнения пути равноускоренного движения без начальной скорости:

$$l = \frac{at_1^2}{2} \qquad (1)$$

и $$Nl_2 = \frac{at_2^2}{2}. \qquad (2)$$

Если теперь поделить уравнение (2) на уравнение (1), то длина вагона l и ускорение a сократятся и мы получим одно уравнение с одним неизвестным числом N:

$\frac{Nl}{l} = \frac{at_2^2 \cdot 2}{2 \cdot at_1^2}$, откуда $N = \frac{t_2^2}{t_1^2}$, или $N = \left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2 = \left(\frac{20}{5}\right)^2 = 4$.

Ответ на задание 82. Вся высота падения $H = \frac{gt_0^2}{2}$, а первые $\frac{2}{3}H$ тело прошло за $t_0 - t$, где $t = 0,1$ с.

Поэтому $\frac{2}{3}H = \frac{g(t_0 - t)^2}{2}$. Подставим в эту формулу правую часть первого равенства: $\frac{2}{3} \cdot \frac{gt_0^2}{2} = \frac{g(t_0 - t)^2}{2}$,

$\frac{2}{3}t_0^2 = (t_0 - t)^2$, $t_0\sqrt{\frac{2}{3}} = t_0 - t$, $t = t_0\left(1 - \sqrt{\frac{2}{3}}\right)$, откуда

$$t_0 = \frac{t}{1 - \sqrt{\frac{2}{3}}} = \frac{0,1}{1 - \sqrt{\frac{2}{3}}} \text{ с} \approx 0,125 \text{ с}.$$

Ответ на задание 83. Постараемся понять следующий факт: за время t, пока слева будет «вытянута» некоторая длина l, подвижный блок поднимается на высоту h, равную половине этой длины: $h = \frac{l}{2}$.

В нашем случае $h_1 = \frac{l_1}{2}$ и $h_2 = \frac{l_2}{2}$.

Поскольку вся система движется без начальной скорости, значит, $l_1 = \frac{a_1 t^2}{2}$ и $h_1 = \frac{l_1}{2} = \frac{a_1 t^2}{4}$.

Все эти рассуждения можно отнести и к правому блоку. Поэтому по аналогии мы можем записать:

$l_2 = \frac{a_2 t^2}{2}$ и $h_2 = \frac{l_2}{2} = \frac{a_2 t^2}{4}$.

Вся высота h, на которую поднимается подвижный блок, очевидно, будет равна сумме высот h_1 и h_2, $h = h_1 + h_2$.

Подставив сюда выражения для h_1 и h_2, получим $h = \frac{a_1 t^2}{4} + \frac{a_2 t^2}{4} = \frac{t^2(a_1 + a_2)}{4}$, откуда $4h = t^2(a_1 + a_2)$ и

$t = \sqrt{\frac{4h}{a_1 + a_2}} = 2\sqrt{\frac{h}{a_1 + a_2}}$.

Ответ на задание 84. Обозначим n – номер секунды от первой до десятой. Для определения всего пути S воспользуемся формулой пути равноускоренного движения без начальной скорости:

$$S = \frac{at^2}{2}. \qquad (1)$$

Но нам неизвестно ускорение поезда a. Зато мы знаем путь за n-ю секунду движения, поэтому для нахождения ускорения a воспользуемся формулой $S_n = \frac{a}{2}(2n - 1)$,

откуда $$a = \frac{2S_n}{2n-1}, \text{ где } n = 10. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1). Получим окончательно:

$S = \frac{2S_n t^2}{(2n-1) \cdot 2}$, $S = \frac{S_n t^2}{2n-1} = \frac{19 \cdot 40^2}{2 \cdot 10 - 1}$ м = 1600 м = 1,6 км.

Ответ на задание 85. Подумаем, какую формулу здесь применить. Мы знаем весь путь S и все время движения t, а также время прохождения второй половины пути t_2. И надо найти начальную скорость v_0. Поэтому воспользуемся формулой

$$S = v_0 t + \frac{at^2}{2}. \tag{1}$$

Правда, здесь нам неизвестно ускорение a. С этим ускорением тело двигалось на всем пути S. Значит, мы можем составить еще одно уравнение (ведь нам еще известно время t_2 прохождения второй половины пути $\frac{S}{2}$), в которое войдет это же ускорение a. Однако, если мы запишем это же уравнение для второй половины пути, то в него войдет еще одна неизвестная величина — скорость в ее начале. Поэтому лучше записать аналогичное уравнение не для второй, а для первой половины пути, ведь там та же начальная скорость v_0, что и на всем пути S. Правда, время прохождения первой половины пути мы не знаем, но ведь его можно представить как разность всего времени движения t и времени прохождения второй половины пути t_2, благо, эти времена нам известны. Тогда это же уравнение применительно к первой половине пути будет выглядеть так:

$$\frac{S}{2} = v_0(t - t_2) + \frac{a(t - t_2)^2}{2}. \tag{2}$$

Нам осталось из равенств (1) и (2) с двумя неизвестными v_0 и a исключить ненужное нам неизвестное ускорение a и найти нужную начальную скорость v_0. Для этого выразим из уравнения (1) $\frac{a}{2}$ и подставим в уравнение (2). Так мы получим одно уравнение с одним неизвестным v_0, которое и решим относительно него, выполнив ряд алгебраических преобразований.

Из уравнения (1) $\frac{a}{2} = \frac{S - v_0 t}{t^2}$. (3)

Подставим (3) в (2):

$$\frac{S}{2} = v_0\left(t - t_2\right) + \frac{\left(S - v_0 t\right)\left(t - t_2\right)^2}{t^2}. \qquad (4)$$

Отсюда определим v_0:

$$\frac{St^2}{2(t-t_2)^2} = v_0\frac{t^2}{t-t_2} + S - v_0 t\,,$$

$$S\left(\frac{t^2}{2(t-t_2)^2} - 1\right) = v_0 t\left(\frac{t}{t-t_2} - 1\right).$$

$$S\frac{t^2 - 2t^2 + 4tt_2 - 2t_2^2}{2\left(t-t_2\right)^2} = v_0 t\frac{t - t + t_2}{t - t_2}\text{, отсюда}$$

$$v_0 = \frac{S\left(4tt_2 - 2t_2^2 - t^2\right)}{2tt_2\left(t - t_2\right)}.$$

Ответ на задание 86. Очевидно, что для определения всего пути S нельзя использовать какую-либо готовую формулу равнопеременного движения, поскольку этот путь состоит из трех отрезков с различными типами движения: равноускоренным, равномерным и равнозамедленным. Поэтому путь S представим как сумму трех разных путей:

$$S = S_1 + S_2 + S_3. \qquad (1)$$

Путь S_1 пройден телом равноускоренно без начальной скорости за время t_1 с ускорением a_1. Поэтому

$$S_1 = \frac{a_1 t_1^2}{2}. \qquad (2)$$

В конце пути S_1 тело набрало скорость

$$v_1 = a_1 t_1. \qquad (3)$$

С этой скоростью оно прошло путь S_2, двигаясь в течение времени t_2 равномерно, поэтому $S_2 = v_1 t_2$, или с учетом (3)

$$S_2 = a_1 t_1 t_2. \qquad (4)$$

На пути S_3 тело движется равнозамедленно с начальной скоростью v_1 и ускорением a_3 в течение времени t_3.

Поэтому согласно уравнению равнопеременного движения $S_3 = \upsilon_1 t_3 - \frac{a_3 t_3^2}{2}$ или с учетом (3)

$$S_3 = a_1 t_1 t_3 - \frac{a_3 t_3^2}{2}. \qquad (5)$$

Теперь подставим правые части выражений (2), (4) и (5) в формулу (1):

$$S = \frac{a_1 t_1^2}{2} + a_1 t_1 t_2 + a_1 t_1 t_3 + \frac{a_3 t_3^2}{2} = a_1 t_1 \left(0,5 t_1 + t_2 + t_3\right) + 0,5 a_3 t_3^2.$$

Среднюю скорость на всем пути S найдем, разделив этот путь на все время движения:

$$\upsilon_{\text{ср}} = \frac{S}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{a_1 t_1 \left(0,5 t_1 + t_2 + t_3\right) + 0,5 a_3 t_3^2}{t_1 + t_2 + t_3}.$$

Ответ на задание 87. Обозначим υ_{01} начальную скорость лыжника на вершине горы, υ_2 — его скорость в конце пути S. Длина горы l пройдена лыжником за время t_1 с ускорением a_1, а горизонтальный путь S — за время t_2 с ускорением a_2. Нам дано общее время его движения t. Значит,

$$t = t_1 + t_2. \qquad (1)$$

Но времена t_1 и t_2 нам не известны. Зато известны пути l и S. Далее, мы знаем, что конечная скорость υ_1 на пути l равна начальной скорости υ_{02} на пути S. Правда, эти скорости нам тоже не даны. Давайте думать. Если мы выразим длину l через ускорение a_1 и время t_1 с учетом, что $\upsilon_{01} = 0$, то получим формулу с двумя неизвестными:

$$l = \frac{a_1 t_1^2}{2}. \qquad (2)$$

Ускорение a_1 мы ищем, а время t_1 входит в формулу (1), которую нам надо использовать, ведь только в нее входит известное время t.

Теперь, такую же формулу мы можем записать и для искомого ускорения a_2, потому что, хотя начальная скорость на горизонтальном участке пути не равна нулю, но в конце пути S лыжник остановился, поэтому мы можем взять упрощенную формулу $S = \frac{a_2 t_2^2}{2}$. (3)

Теперь мы имеем три уравнения (1), (2) и (3) и четыре неизвестные величины: t_1, t_2, a_1 и a_2. Надо бы еще одно, куда бы они входили. И такое уравнение мы получим, если учтем, что $v_1 = v_{02}$. Но ведь

$$v_1 = v_{01} + a_1 t_1 = a_1 t_1 \quad (4)$$

и $v_2 = v_{02} - a_2 t_2$, где $v_2 = 0$, поэтому

$$v_{02} = a_2 t_2. \quad (5)$$

Приравняв (4) и (5), получим

$$a_1 t_1 = a_2 t_2. \quad (6)$$

Четыре уравнения с четырьмя неизвестными можно решить. Но как бы покороче? Давайте выразим t_2 из (1) и a_2 из (6) и подставим полученные выражения в (3). Так мы заменим две неизвестные величины a_2 и t_2 известными и уменьшим количество уравнений. Посмотрим, что выйдет:

из (1) $$t_2 = t - t_1. \quad (7)$$

из (6) $$a_2 = \frac{a_1 t_1}{t_2} = \frac{a_1 t_1}{t - t_1}. \quad (8)$$

Подставим (7) и (8) в (3).

$$S = \frac{a_1 t_1 (t - t_1)^2}{2(t - t_1)} = \frac{a_1 t_1}{2}(t - t_1). \quad (9)$$

Теперь у нас осталось два уравнения (2) и (9) с двумя неизвестными a_1 и t_1, причем время t_1 — «ненужное» неизвестное, а ускорение a_1 — нужное. Разделим уравнения (9) и (2) друг на друга. Правда, при этом искомое ускорение a_1 сократится, а останется «ненужное» t_1. Но его очень легко можно будет определить, ведь оно там будет в первой степени (никаких квадратов и корней). А затем, подставив уже найденное t_1 в (2), мы определим и искомое a_1, после чего по формуле (8) и a_2. Делим (9) на (2):

$$\frac{S}{l} = \frac{a_1 t_1 (t - t_1) \cdot 2}{2 \cdot a_1 t_1^2}, \qquad \frac{S}{l} = \frac{t - t_1}{t_1},$$

$$St_1 = lt - lt_1, \quad St_1 + lt_1 = lt,$$

$$t_1(S + l) = lt, \quad t_1 = \frac{lt}{S+l}. \qquad (10)$$

Здесь все величины справа от равенства известны. Теперь определим из (2) ускорение a_1: $a_1 = \frac{2l}{t_1^2}$,

или с учетом (10) $$a_1 = \frac{2l(S+l)^2}{l^2t^2} = \frac{2}{l}\left(\frac{S+l}{t}\right)^2. \qquad (11)$$

Одну искомую величину мы нашли.

Нам осталось заменить в выражении (8) время t_1 правой частью равенства (10), и мы отыщем и a_2:

$$a_2 = \frac{a_1 lt}{(S+l)\left(t - \frac{lt}{S+l}\right)} = \frac{a_1 lt}{(S+l)t\left(1 - \frac{l}{S+l}\right)} =$$

$$= \frac{a_1 l}{(S+l)\frac{S+l-l}{S+l}} = a_1\frac{l}{S}.$$

Ответ на задание 88. Поскольку нам дано время движения, то особо над выбором формулы для определения средней скорости размышлять не приходится, — конечно, надо воспользоваться формулой

$$v_{\text{ср}} = \frac{S}{t_0}. \qquad (1)$$

Значит, задача сводится к определению пути S. Посмотрим внимательно на уравнение координаты

$$x = 6t - t, \qquad (2),$$

известное нам из условия задачи, и запишем рядом с ним уравнение координаты равноускоренного движения

в общем виде $$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}. \qquad (3)$$

Из сопоставления величин, входящих в уравнения (2) и (3), следует, что начальная координата x материальной точки равна нулю, поскольку в правой части известного нам из условия уравнения (2) нет величины, которая не стоит в произведении с t или с t^2. Далее, число 6, которое стоит в произведении с t, есть начальная скорость v_0 (точнее, ее проекция на ось координат, что в нашем случае одно и то же). И наконец, в уравнении (3) в произведении с t^2 стоит половина ускорения $\frac{a}{2}$, а в уравнении (2) этой величине соответствует число -1. Значит, $\frac{a}{2} = -1$ м/с^2, а само ускорение $a = -2$ м/с.

Таким образом, нам известны начальная скорость материальной точки, ее ускорение и время движения, поэтому для нахождения пути S сама собой напрашивается формула $S = v_0t + \frac{at^2}{2}$.

Казалось бы, задача практически решена — достаточно разделить это уравнение на время t и средняя скорость будет найдена. Но здесь таится большой подводный камень. Чтобы его разглядеть, посмотрим, чему будет равен путь S, если в формулу $S = v_0t + \frac{at^2}{2}$ подставить соответствующие числа $S = 6 \cdot 8 - \frac{2 \cdot 64}{2} = -16$ (м).

Однако путь не может быть отрицательным. Путь — это *длина траектории*, а длина может быть только положительной. Значит, так определять путь нельзя.

Посмотрим еще раз на уравнение (2) в нашем решении. Согласно ему точка движется равнозамедленно, ведь ее ускорение отрицательно. Значит, в некоторый момент времени она должна остановиться. Что, если это произойдет раньше, чем пройдут 8 с, данные нам в условии? Давайте определим, через сколько времени t_1 точка остановится, т.е. ее конечная скорость станет равна нулю. Для этого воспользуемся формулой $v = v_0 + at$, в которую подставим $v = 0$ и известное нам числовое значение ускорения:

$v = v_0 + at$, $0 = 6 - 2t_1$, откуда $t_1 = 3$ с.

Значит, через 3 с точка остановится, а затем еще в течение времени $t_2 = 8$ с $-$ 3 с $=$ 5 с будет двигаться уже равноускоренно с прежним по модулю ускорением, но без начальной скорости. Но тогда до остановки и после нее она пройдет разные пути S_1 и S_2, и, значит, весь путь S равен их сумме:

$$S = S_1 + S_2.$$

Поскольку конечная скорость точки на пути S_1 и начальная скорость на пути S_2 равны нулю, для нахождения этих путей воспользуемся укороченными формулами:

$$S_1 = \frac{at_1^2}{2} \text{ и } S_2 = \frac{at_2^2}{2}.$$

С учетом этого весь путь будет равен

$$S = \frac{at_1^2}{2} + \frac{at_2^2}{2} = \frac{a}{2}\left(t_1^2 + t_2^2\right).$$

Вот теперь у нас путь точно положителен. Тогда согласно (1) средняя скорость будет равна

$$v_{\text{ср}} = \frac{a\left(t_1^2 + t_2^2\right)}{2t_0} = \frac{2\left(3^2 + 5^2\right)}{2 \cdot 8} = 4,25 \text{ (м/с).}$$

Ответ на задание 89. При решении подобных задач, когда два тела одновременно движутся относительно друг друга, примите одно из них за неподвижное (например, автомобиль справа). Тогда можно считать, что автомобиль слева, продолжая двигаться со своей скоростью v_1, станет приближаться к автомобилю в пункте N с его скоростью v_2, но вектор которой направлен противоположно, т.е. навстречу правому автомобилю (рис. 32). Теперь заменим эти две скорости левого автомобиля одной скоростью v, сложив их векторы. При этом модуль вектора $\vec{v}$ будет равен длине диагонали параллелограмма, построенного на векторах этих скоростей, как на сторонах. Прямая MP, вдоль которой направлен вектор скорости v, и будет той траекторией, по которой будет двигаться левый автомобиль, если считать, что правый неподвижен.

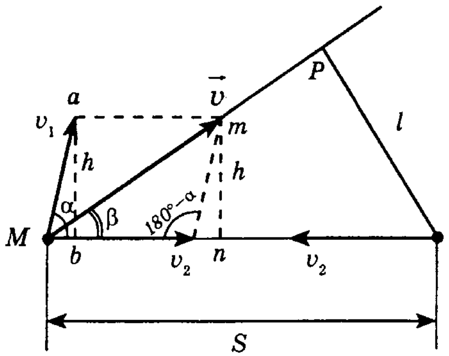


Рис. 32

Если теперь из точки N, где находится правый неподвижный автомобиль, опустить перпендикуляр NP на эту траекторию, то длина этого перпендикуляра l и будет тем самым кратчайшим расстоянием между обоими автомобилями. Искомый промежуток времени t можно найти, если разделить путь L, пройденный левым автомобилем со скоростью v и равный длине отрезка MP, на эту скорость:

$$t = \frac{L}{v}. \qquad (1)$$

Скорость v найти несложно. В тупоугольном треугольнике скоростей вектор этой скорости лежит против тупого угла, равного $180° - \alpha$, а две другие стороны этого треугольника равны по модулю скоростям v_1 и v_2, поэтому согласно теореме косинусов

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\left(180° - \alpha\right)} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2\cos\alpha}. \qquad (2)$$

Труднее определить длину отрезка $L = MP$. Этот отрезок является катетом в прямоугольном треугольнике MPN, где гипотенузой служит известное нам расстояние $S = MN$, а катетом — неизвестный отрезок l. Этот треугольник прямоугольный, но отрезок l взять неоткуда. Вот если бы в этом треугольнике нам был известен очень острый угол PMN , мы тогда могли найти катет L через прилежащий к этому катету угол PMN и гипотенузу S.

Но как определить этот острый угол? Обозначим его, например, β. Давайте опустим из конца вектора v на отрезок MN перпендикуляр mn и обозначим его высоту h. Теперь у нас есть прямоугольный треугольник Mmn, в котором гипотенузой служит скорость v, а угол β является одним из острых углов этого треугольника. Но опять же нам не известна высота h. Чтобы найти h, опустим из конца вектора скорости v_1 еще один перпендикуляр ab такой же высоты. Теперь можно выразить эту высоту из прямоугольного треугольника Mab через скорость v_1 и противолежащий этому перпендикуляру известный нам угол α:

$$h = v_1 \sin\alpha. \qquad (3)$$

Зная h, находим из прямоугольного треугольника Mmn $\sin\beta$:

$$\sin\beta = \frac{h}{v} = \frac{v_1 \sin\alpha}{v}. \qquad (4)$$

Из прямоугольного треугольника MPN выражаем катет L через известную нам гипотенузу S и найденный угол β: $L = S\cos\beta = S\sqrt{1-\sin^2\beta}$, или с учетом (4)

$$L = S\sqrt{1-\left(\frac{v_1}{v}\sin\alpha\right)^2} = S\sqrt{\frac{v^2-(v_1\sin\alpha)^2}{v^2}} =$$

$$= \frac{S}{v}\sqrt{v^2-(v_1\sin\alpha)^2}. \qquad (5)$$

Подставляем правые части равенств (2) и (5) в формулу (1):

$$t = \frac{S\sqrt{v_1^2+v_2^2+2v_1v_2\cos\alpha - v_1^2\sin^2\alpha}}{\sqrt{v_1^2+v_2^2+2v_1v_2\cos\alpha}\sqrt{v_1^2+v_2^2+2v_1v_2\cos\alpha}} =$$

$$= S\frac{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2\cos\alpha - v_1^2\sin^2\alpha}}{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2\cos\alpha}.$$

Задача решена, но хорошо бы полученную формулу упростить. Достаточно сгруппировать под корнем первый и последний члены, вынести v_1^2 за скобки и вспомнить, что $1 - \sin^2\alpha = \cos^2\alpha$:

$$t = \frac{\sqrt{v_1^2\left(1-\sin^2\alpha\right) + 2v_1v_2\cos\alpha + v_2^2}}{v_1^2 + 2v_1v_2\cos\alpha + v_2^2} =$$

$$= S\frac{\sqrt{v_1^2\cos^2\alpha + 2v_1v_2\cos\alpha + v_2^2}}{v_1^2 + 2v_1v_2\cos\alpha + v_2^2}.$$

Теперь мы видим, что под корнем стоит квадрат суммы $v_1 \cos\alpha + v_2$:

$$t = S\frac{\sqrt{(v_1\cos\alpha + v_2)^2}}{v_1^2 + 2v_1v_2\cos\alpha + v_2^2} = S\frac{v_1\cos\alpha + v_2}{v_1^2 + 2v_1v_2\cos\alpha + v_2^2}.$$

Минимальное расстояние l между автомобилями можно найти из прямоугольного треугольника MPN по теореме Пифагора:

$$l = \sqrt{S^2 - L^2} = \sqrt{S^2 - S^2\left(1 - \frac{(v_1\sin\alpha)^2}{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2\cos\alpha}\right)} =$$

$$= S\frac{v_1\sin\alpha}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2\cos\alpha}}.$$

Ответ на задание 90. Разность времен падения тел Δt можно определить, если вычесть из времени падения первого тела t_1 время падения второго t_2:

$$\Delta t = t_1 - t_2. \qquad (1)$$

Поскольку ускорение g, с которым падало первое тело, и высота его падения H известны, а начальная скорость равна нулю, то время t_1 определим из формулы

$$H = \frac{gt_1^{\ 2}}{2}\text{, откуда} \qquad t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}}. \qquad (2)$$

Время падения второго тела t_2 определим, решив квадратное уравнение $H = \upsilon_{02}t_2 + \frac{gt_2^{\ 2}}{2}$, $gt_2^2 + 2\upsilon_{02}t_2 - 2H = 0$,

$$t_2 = \frac{-\upsilon_{02} + \sqrt{\upsilon_{02}^{\ 2} + 2gH}}{g}. \qquad (3)$$

Решение с «минусом» перед корнем мы отбросили, так как время не бывает отрицательным. Подставим (2) и (3) в формулу (1):

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2H}{g}} - \frac{\sqrt{\upsilon_{02}^{\ 2} + 2gH} - \upsilon_{02}}{g} =$$

$$= \left(\sqrt{\frac{2 \cdot 10}{10}} - \frac{\sqrt{4 + 2 \cdot 10 \cdot 10} - 2}{10}\right)\text{с} = 0{,}17\text{ с}.$$

Ответ на задание 91. Обозначим υ_0 начальную скорость тела на высоте H, υ_1 — его мгновенную скорость на высоте h, υ — его конечную скорость в момент удара о землю. В условии задачи ничего не сказано о времени падения тела, а речь идет о высотах, скоростях и известно ускорение свободно падающего тела. Поэтому для решения задачи можно воспользоваться формулой $\upsilon^2 - \upsilon_0^2 = 2gh$, выбрав такие отрезки, для которых начальная скорость равна нулю, тогда решение существенно упроститься. Поскольку скорость тела в конце пути $H - h$ равна υ_1, а скорость в конце высоты H равна υ и начальная скорость υ_0 равна нулю, то названная формула применительно к этим отрезкам примет вид

$$\upsilon^2 = 2gH \qquad (1)$$

и

$$\upsilon_1^2 = 2g(H - h), \qquad (2)$$

Здесь $\upsilon_1 = \dfrac{\upsilon}{3}$, поэтому $\upsilon_1^{\,2} = \dfrac{\upsilon^2}{9}$. Тогда формулу (2) можно записать так: $\dfrac{\upsilon^2}{9} = 2g(H-h)$, или

$$\upsilon^2 = 18g(H - h). \qquad (3)$$

Приравняв правые части выражений (1) и (3), мы исключим неизвестную скорость υ и получим одно уравнение с одной искомой высотой h:

$2gH = 18g(H - h)$, $H = 9(H - h)$, $H = 9H - 9h$, $9h = 8H$, откуда

$$h = \frac{8}{9}H = \frac{8}{9}\cdot 36\text{ м} = 32\text{ м}.$$

Ответ на задание 92. Выберем отрезки, на которых начальная скорость равна 0. Таких отрезков два: вся высота H, пройденная за время t_0, и отрезок $H - h$, пройденный за время $t_0 - t$. Применительно к этим отрезкам, с учетом, что начальная скорость на высоте H равна 0:

$$H = \frac{gt_0^2}{2} \qquad (1)$$

и

$$H - h = \frac{g(t_0 - t)^2}{2}. \qquad (2)$$

Подставим в (2) вместо H правую часть (1):

$$\frac{gt_0^2}{2} - h = \frac{g(t_0 - t)^2}{2},\quad t_0^2 - \frac{2h}{g} = (t_0 - t)^2,$$

$$t_0^2 - \frac{2h}{g} = t_0^2 - 2t_0t + t^2,\quad 2t_0t = t^2 + \frac{2h}{g}, \text{ откуда}$$

$$t_0 = \frac{t}{2} + \frac{h}{gt} = \frac{2}{2} + \frac{10}{10\cdot 2} = 1{,}5\text{ с}.$$

Ответ на задание 93. Очевидно, что эти отрезки разные, поскольку, хотя время падения и ускорение g одинаковы, начальные скорости на этих отрезках различны.

Меньшим из этих отрезков является первый отрезок H_1, поскольку начальная скорость v_{01} на нем равна нулю. В конце пути H_1 тело уже набрало некоторую скорость v_{02}, которая является начальной скоростью по отношению к отрезку H_2, поэтому, двигаясь в течение такого же времени t и с тем же ускорением g, тело пройдет путь H_2 больший, чем H_1.

Используем отрезки, у которых начальная скорость равна нулю, — H_1 и $H_1 + H_2$. Отрезок H_1 тело пройдет за время t, а отрезок $H_1 + H_2$ за время $2t$. Соответственно, уравнения движения тела на этих отрезках будут выглядеть так:

$$H_1 = \frac{gt^2}{2}, \;\; H = H_1 + H_2 = \frac{g(2t)^2}{2} = 4\frac{gt^2}{2} = 4H_1,$$

Следовательно, отрезок $H_1 = \dfrac{H}{4}$ и отрезок

$$H_2 = H - \frac{H}{4} = \frac{3H}{4}.$$

Ответ на задание 94. Для решения воспользуемся формулой

$$v_1^2 - v_0^2 = -2gh, \tag{1}$$

где v_1 — мгновенная скорость тела на высоте h, когда оно взлетало. Эту мгновенную скорость можно выразить через время взлета тела от точки, где его мгновенная скорость была равна v_1, до высшей точки подъема, где конечная скорость тела стала равна нулю.

После того, как тело побывало в высшей точке, оно стало падать и снова оказалось на высоте h, имея такую же по модулю скорость v_1, только теперь она направлена вниз. Между этими двумя моментами прошло согласно условию задачи время Δt. Значит, с момента, когда скорость тела v_1 на высоте h была направлена вверх, до момента, когда оно поднялось до высшей точки, прошло время $\dfrac{\Delta t}{2}$, ведь сколько времени тело взлетает до высшей точки, столько же и опускается на прежнюю высоту. Тогда мы можем применить формулу $v = v_1 - g\dfrac{\Delta t}{2}$, где в высшей точке подъема $v = 0$, поэтому

$$v_1 = g\frac{\Delta t}{2}. \tag{2}$$

Теперь подставим вместо скорости v_1 в формулу (1) выражение (2):

$$\left(g\frac{\Delta t}{2}\right)^2 - v_0^2 = -2gh\text{, откуда } \left(g\frac{\Delta t}{2}\right)^2 + 2gh = v_0^2,$$

$$v_0 = \sqrt{\left(g\frac{\Delta t}{2}\right)^2 + 2gh} = \sqrt{\left(10\frac{2}{2}\right)^2 + 2\cdot 10\cdot 15}\ \text{м/с} = 20\ \text{м/с}.$$

Ответ на задание 95. Направим мысленно вертикально вверх ось OY, а начало отсчета расположим на земле в точке, из которой брошено первое тело. Тогда начальная координата первого тела $y_{01} = 0$, а начальная координата второго тела $y_{02} = h$, где h — высота балкона. Уравнение движения первого тела будет

$$y_1 = v_0 t - \frac{gt^2}{2}, \tag{1}$$

а уравнение движения второго тела, начавшего двигаться на Δt секунд позже и поэтому находившегося в полете до момента встречи со вторым телом в течение времени $t - \Delta t$:

$$y_2 = h + v_0(t - \Delta t) - \frac{g(t-\Delta t)^2}{2}. \tag{2}$$

Поскольку тела встретились, их координаты стали одинаковы, т. е. $y_1 = y_2$, и, значит, мы можем приравнять правые части уравнений (1) и (2):

$$v_0 t - \frac{gt^2}{2} = h + v_0(t - \Delta t) - \frac{g(t-\Delta t)^2}{2},$$

$$v_0t-\frac{gt^2}{2}=h+v_0t-v_0\Delta t-\frac{gt^2}{2}+2\frac{gt\Delta t}{2}-\frac{g\Delta t^2}{2},$$

$$v_0\Delta t+\frac{g\Delta t^2}{2}-h=gt\Delta t,$$

$$t=\frac{v_0\Delta t}{g\Delta t}+\frac{g\Delta t^2}{2g\Delta t}-\frac{h}{g\Delta t}=\frac{1}{g}\left(v_0-\frac{h}{\Delta t}\right)+\frac{\Delta t}{2}=$$

$$=\frac{1}{10}\left(4-\frac{5}{2}\right)+\frac{2}{2}=1{,}15\text{ с}.$$

Ответ на задание 96. Время падения тела можно представить как сумму трех промежутков времени: времени падения $t_1 = 1$ с на первом отрезке всей высоты падения, времени падения t_2 на втором отрезке и времени падения $t_3 = 0{,}2$ с на последнем отрезке, равном первому:

$$t_{\text{общ}} = t_1 + t_2 + t_3.$$

Поскольку времена t_1 и t_3 нам известны, задача сводится к нахождению времени падения тела t_2 на втором отрезке. Мы вправе записать, что конечная скорость на первом отрезке, которая является начальной скоростью на втором, $v_1 = v_{02} = gt_1$. А его конечная скорость на втором отрезке $v_2 = v_{02} + gt_2 = gt_1 + gt_2$.

Конечная скорость на втором отрезке является начальной скоростью на последнем третьем отрезке: $v_2 = v_{03}$, поэтому высоту последнего отрезка определим по формуле

$$h=v_{03}t_3+\frac{gt_3^2}{2}=gt_1t_3+gt_2t_3+\frac{gt_3^2}{2}=g\left(t_1t_3+t_2t_3+\frac{t_3^2}{2}\right).$$

Применительно к такому же первому отрезку $h=\frac{gt_1^2}{2}$, поэтому мы можем записать:

$$g\left(t_1t_3+t_2t_3+\frac{t_3^2}{2}\right)=\frac{gt_1^2}{2},\quad t_1t_3+t_2t_3+\frac{t_3^2}{2}=\frac{t_1^2}{2},\text{ откуда}$$

$$t_2=\frac{t_1^2-t_3^2}{2t_3}-t_1.$$

С учетом этого все время падения

$$t_{\text{общ}} = t_1 + \frac{t_1^2 - t_3^2}{2t_3} - t_1 + t_3 = \frac{t_1^2 - t_3^2 + 2t_3^2}{2t_3} = \frac{t_1^2 + t_3^2}{2t_3} =$$

$$= \frac{1^2 + 0,2^2}{2 \cdot 0,2}\ \text{с} = 2,6\ \text{с}.$$

Ответ на задание 97. Обратимся к чертежу (рис. 33). Обратим внимание на то, что груз одновременно участвует в двух движениях, происходящих независимо друг от друга. Он движется равномерно и прямолинейно со скоростью $v_x = v\cos\alpha$ в горизонтальном направлении, пролетая расстояние S, и одновременно свободно падает с высоты H с начальной скоростью $v_{0y} = v\sin\alpha$, направленной вертикально вниз. Поэтому формулы дальности полета груза и высоты падения имеют вид

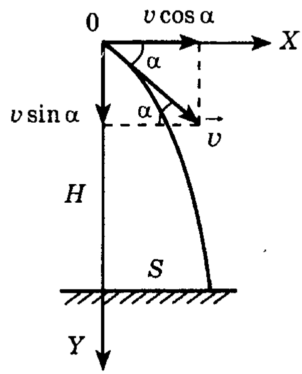


Рис. 33

$$S = v_x t = vt\cos\alpha \qquad (1)$$

и

$$H = v_{0y}t + \frac{gt^2}{2} = vt\sin\alpha + \frac{gt^2}{2}. \qquad (2)$$

Сброшенный с самолета груз движется по параболе. Определим время полета груза t, решив уравнение (2): $gt^2 + 2vt\sin\alpha - 2H = 0$, откуда

$$= \frac{-v\sin\alpha + \sqrt{(v\sin\alpha)\quad + 2gH}}{} =$$

$$= -\left(\sqrt{(v\sin\alpha)\quad + 2gH} - v\sin\alpha\right).$$

Дальность полета груза по горизонтали

$$S = \frac{v}{g}\left(\sqrt{(v\sin\alpha)^2 + 2gH} - v\sin\alpha\right)\cos\alpha.$$

Ответ на задание 98. Поместим начало координат O на вершину башни и запишем уравнения движения тела вдоль осей OY и OX (рис. 34). Уравнение движения тела вдоль оси OY будет (с учетом, что движение это равнозамедленное):

$$y = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2} = v_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}. \qquad (1)$$

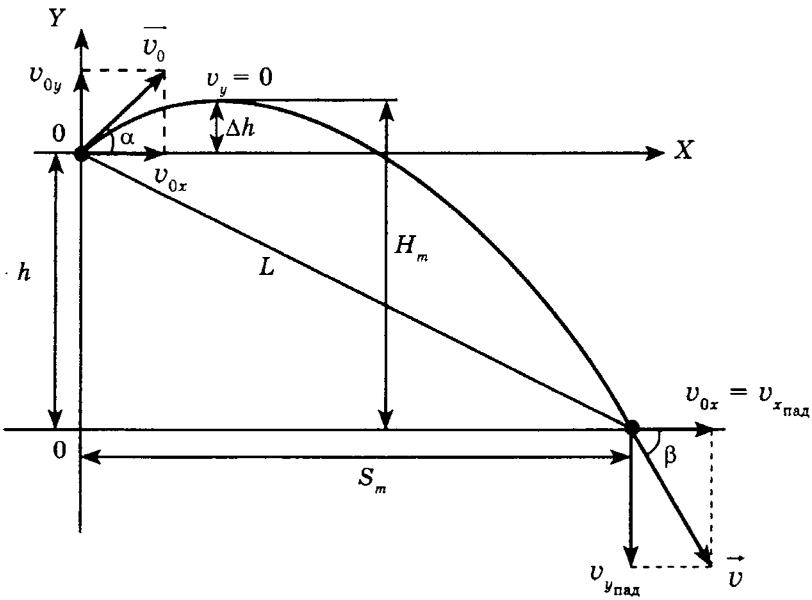


Рис. 34

Уравнение движения тела вдоль оси OX будет (помним, что движение это равномерное):

$$x = S = v_x t = v_0 t \cos\alpha. \qquad (2)$$

Оба эти уравнения позволяют определить координаты тела в любой момент времени в процессе всего его движения от момента бросания до момента падения. Когда тело упадет на землю, его координата y станет равна $-h$.

Тогда уравнение (1) примет вид $-h = v_0 t \sin\alpha - \dfrac{gt^2}{2}$.

Определим время движения тела t, решив это квадратное уравнение, $gt^2 - 2v_0t \sin\alpha - 2h = 0$,

$$t = \frac{v_0 \sin\alpha + \sqrt{(v_0 \sin\alpha)^2 + 2gh}}{g} =$$

$$= v_0 \sin\alpha + \sqrt{\left(\frac{v_0}{g}\sin\alpha\right)^2 + \frac{2h}{g}}.$$

Решение с минусом перед корнем мы опустили, так как численное значение квадратного корня, очевидно, будет больше слагаемого $v_0 \sin\alpha$, стоящего перед ним, поэтому решение со знаком «минус» перед корнем даст нам отрицательное время t, что не имеет физического смысла.

Зная время полета тела t, находим дальность его полета по горизонтали, подставив это время в формулу

$$S = v_0t \cos\alpha.$$

Высоту максимального подъема тела над землей H_m можно найти, прибавив к высоте башни h отрезок Δh, на который поднимется тело над башней. Этот отрезок можно найти разными способами. Можно, например, воспользоваться формулой $v_y^2 - v_{0y}^2 = -2g\Delta h$.

Теперь, учитывая, что в высшей точке подъема вертикальная составляющая скорости $v_y = 0$, запишем: $-v_{0y}^2 = -2g\Delta h$, откуда $\Delta h = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$, и тогда

$H = h + \Delta H$, или $H = h + \frac{(v_0 \sin\alpha)^2}{2g}$.

Расстояние L от точки бросания до точки падения тела можно найти по теореме Пифагора из прямоугольного треугольника AOB $L = \sqrt{h^2 + S^2}$.

Скорость v, с которой тело упадет на землю, можно найти из прямоугольного треугольника, образованного вектором этой скорости $\vec{v}$ и его проекциями $v_{y_{\text{пад}}}$ и $v_{x_{\text{пад}}}$ на оси координат, тоже по теореме Пифагора:

$$v = \sqrt{v^2_{x_{\text{пад}}} + v^2_{y_{\text{пад}}}}.$$

Обратим внимание, что проекция этой скорости на ось OX $v_{x_{\text{пад}}}$ равна проекции вектора начальной скорости на эту же ось, ведь эта проекция в течение всего полета не изменяется, так как в горизонтальном направлении на тело никакие силы не действуют и его ускорение в этом направлении равно нулю. Поэтому

$$v_{x_{\text{пад}}} = v \cos \beta = v_0 \cos \alpha.$$

Проекцию скорости $v_{x_{\text{пад}}}$ на ось OY мы найдем, зная всю высоту H, с которой упало тело. Учитывая, что на высоте H $v_y = 0$, мы можем записать $v_{y_{\text{пад}}} = 2gH$, откуда $v^2_{y_{\text{пад}}} = \sqrt{2gH}$ и $v = \sqrt{2gH + (v_0 \cos\alpha)^2}$.

Нам осталось определить, под каким углом β тело упало на землю. Поскольку скорость его падения v мы уже определили, а v_0 и α мы знаем из условия, то из равенства $v \cos \beta = v_0 \cos \alpha$ находим последнюю искомую величину $\cos\beta = \frac{v_0}{v}\cos\alpha$.

Ответ на задание 99. Направим оси координат следующим образом: ось OX ориентируем вдоль плоскости, а ось OY направим перпендикулярно ей (рис. 35). Поскольку удар упругий, угол падения шарика на плоскость будет равен углу его отражения в момент первого соударения с плоскостью и будет равен углу α при основании наклонной плоскости, как углы со взаимно перпендикулярными сторонами.

Теперь обратим внимание на то, что вектор ускорения свободного падения $\vec{g}$ направлен под углом к осям координат OX и OY. Разложим этот вектор на две проекции g_x и g_y.

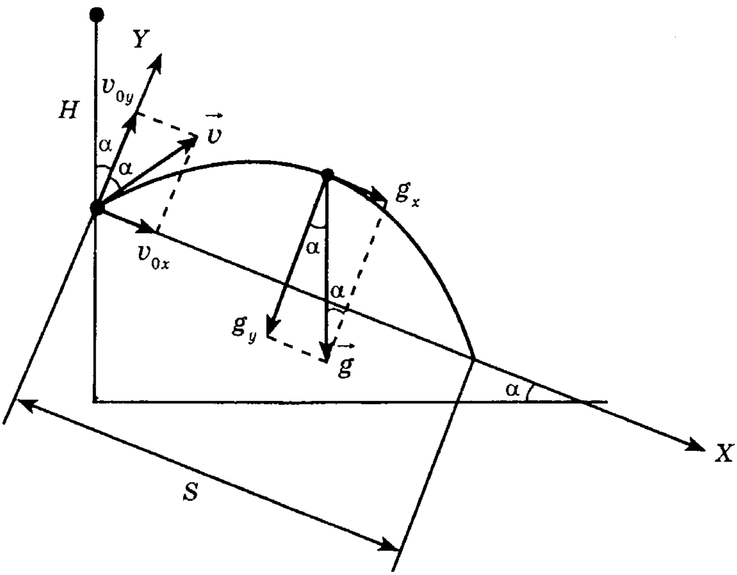


Рис. 35

Из рис. 35 следует, что $g_x = g \sin \alpha$ и $g_y = g \cos \alpha$.

Из-за наличия отрицательного ускорения $g_y = g \cos \alpha$ шарик будет после удара двигаться в направлении оси OY равнозамедленно, пока не остановится в высшей точке подъема. При этом проекция начальной скорости шарика на ось OY после каждого удара будет оставаться неизменной и равной $v_{0y} = v \cos \alpha$.

Движение шарика вдоль оси OX здесь не будет равномерным, как в предыдущей задаче, поскольку с этой осью сонаправлена проекция ускорения свободного падения $g_x = g \sin \alpha$. Значит, вдоль наклонной плоскости шарик будет двигаться с ускорением $g \sin \alpha$ и, следовательно, с нарастающей скоростью, поэтому дальность его полета после каждого удара будет увеличиваться, а вот время полета от удара до удара будет оставаться неизменным и равным $t = 2t_1$, $t = \dfrac{2v_{0y}}{g_y} = \dfrac{2v \cos\alpha}{g \cos\alpha} = \dfrac{2v}{g}$.

Согласно уравнению равноускоренного движения дальность полета шарика S вдоль наклонной плоскости от первого удара до второго равна

$$S = v_{0x}t + \frac{g_x t^2}{2} = v\frac{2v}{g}\sin\alpha + \frac{g}{2}\left(\frac{2v}{g}\right)^2\sin\alpha =$$

$$= \frac{2v^2}{g}\sin\alpha + \frac{g}{2}\cdot\frac{4v^2}{g^2}\sin\alpha = 2\frac{v^2}{g}\sin\alpha + 2\frac{v^2}{g}\sin\alpha =$$

$$= 4\frac{v^2}{g}\sin\alpha.$$

Здесь $v_{0x} = v \sin \alpha$ — проекция вектора скорости $\vec{v}$ на ось OX сразу после первого удара. Результирующая скорость шарика после удара согласно теореме Пифагора равна $v = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}$.

Квадрат скорости шарика в момент первого удара можно найти, зная высоту его падения H по формуле $v^2 - v_0^2 = 2gH$, где $v_0 = 0$, поэтому $v^2 = 2gH$.

С учетом этого $S = 4\frac{2gH}{g}\sin\alpha = 8H\sin\alpha.$

Ответ на задание 100. На шайбу будет действовать сила тяжести, из-за чего она станет двигаться с ускорением свободного падения g, вектор которого направлен в каждой точке траектории шайбы вниз. Значит, шайба сначала будет подниматься с убывающей скоростью, а затем опускаться. И одновременно перемещаться по горизонтали в направлении оси OX.

В результате шайба будет двигаться по криволинейной траектории, представляющей собой параболу (рис. 36). Такое движение можно представить как суперпозицию (наложение) двух движений. Одно движение равномерное. Оно происходит вдоль оси OX со скоростью, которая является проекцией вектора начальной скорости шайбы на эту ось и равна $v_0 \cos \beta$.

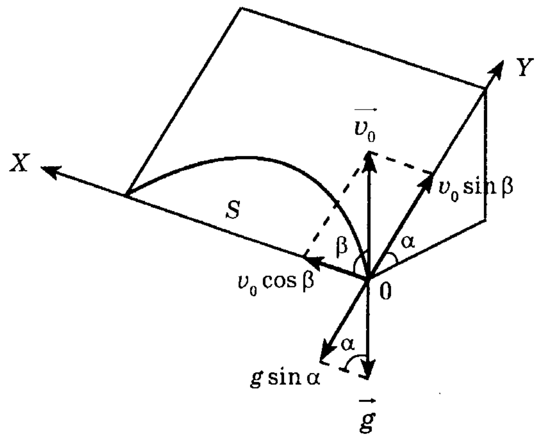


Рис. 36

Второе движение происходит вдоль оси OY с начальной скоростью $v_0 \sin\beta$ и ускорением, вектор которого направлен против оси OY, а его модуль равен проекции вектора ускорения свободного падения на плоскость клина. Из чертежа следует, что эта проекция равна $g \sin\alpha$. Нам надо найти расстояние S на оси OX, вдоль которой шайба движется равномерно со скоростью $v_0 \cos\beta$. С выбором формулы для этого расстояния все понятно: сюда подходит формула

$$S = v_0 t \cos\beta. \qquad (1)$$

Здесь t — все время движения шайбы по пути S. Таким образом, наша задача сводится к нахождению этого времени, поскольку остальные величины в этой формуле нам известны.

Рассмотрим движение шайбы вдоль оси OY. Вначале шайба будет двигаться вдоль этой оси равнозамедленно с начальной скоростью $v_0 \sin\beta$. И одновременно она будет подниматься с убывающей скоростью v_y на некоторую высоту над осью OX, а затем опускаться с этой высоты. Значит, в высшей точке проекция ее скорости на ось OY станет равна нулю. Кроме того, в силу симметрии время подъема шайбы на максимальную высоту равно времени ее спуска и составляет половину времени всего движения шайбы, т. е. $t/2$. Ускорение шайбы по модулю равно $g \sin \alpha$ и вначале отрицательно. С учетом этого время подъема шайбы на максимальную высоту можно найти из формулы

$$0 - v_0 \sin\beta = -g\frac{t}{2}\sin\alpha \text{, или } 2v_0 \sin\beta = gt\sin\alpha. \qquad (2)$$

Выразим из равенства (2) время t и подставим его в правую часть формулы (1): $t = \dfrac{2v_0 \sin\beta}{g\sin\alpha}$. С учетом этого

$$S = 2v_0^2 \frac{\sin\beta\cos\beta}{g\sin\alpha}.$$

Поскольку $2 \sin\beta \cos\beta = \sin 2\beta$, то

$$S = \frac{v_0^2 \sin 2\beta}{g\sin\alpha} = \frac{0,25\sin 90^\circ}{10\sin 30^\circ} \text{ м} = 0,05 \text{ м} = 5 \text{ см}.$$

Ответ на задание 101. Чтобы мяч вернулся в точку бросания, нужно, чтобы в момент удара о стену он достиг высшей точки подъема. При этом вектор его скорости, равной по модулю $v_0 \cos\alpha$, будет перпендикулярен стенке. После абсолютно упругого удара мяч отскочит в противоположном направлении с такой же по модулю скоростью (рис. 37) и упадет там, откуда его бросили. При этом дальность полета мяча по горизонтали

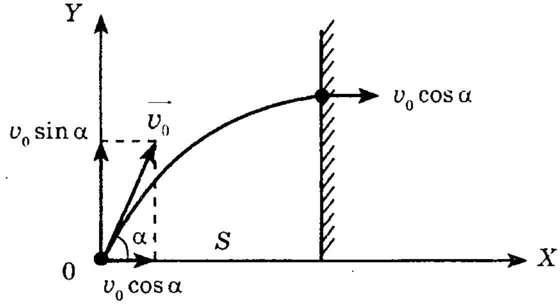


Рис. 37

$S = v_0 t \cos\alpha$, где время взлета мяча на максимальную высоту $t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$.

С учетом этого $S = v_0 \frac{v_0 \sin\alpha}{g} \cos\alpha = \frac{v_0^2}{2g} \sin 2\alpha$.

Отсюда $v_0 = \sqrt{\frac{2gS}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 5}{\sin 90^\circ}}$ м/с = **10 м/с.**

Ответ на задание 102. Поскольку нам известен период вращения стержня T, то линейную скорость второго конца стержня v_2 можно определить по формуле, связывающей ее с радиусом R_2.

Нам известна длина всего стержня l, поэтому радиус R_2 мы можем определить, отняв от этой длины радиус траектории первого конца стержня R_1. А этот радиус мы сможем найти из аналогичной формулы, ведь линейная скорость первого конца нам известна, а период вращения обоих концов один и тот же. Приступим:

$v_2 = \frac{2\pi R_2}{T}$, где $R_2 = l - R_1$, поэтому

$$v_2 = \frac{2\pi}{T}(l - R_1). \quad (1)$$

Согласно этой же формуле $v_1 = \frac{2\pi R_1}{T}$, откуда

$$R_1 = \frac{v_1 T}{2\pi}. \quad (2)$$

Подставив (2) в (1), мы решим задачу:

$$v_2 = \frac{2\pi}{T}\left(l - \frac{v_1 T}{2\pi}\right) = \frac{2\pi}{T} l - \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{v_1 T}{2\pi} = \frac{2\pi}{T} l - v_1 =$$

$$= \left(\frac{2 \cdot 3{,}14}{3{,}14} \cdot 1 - 0{,}4\right) \text{ м/с} = \mathbf{1{,}6 \text{ м/с}}.$$

Ответ на задание 103. Отметим, что угловая скорость ω всех точек колеса одинакова, так как радиусы, соединяющие эти точки с центром колеса, за одинаковое время поворачиваются на одинаковые углы. Воспользуемся формулой, связывающей линейные скорости точек колеса с их угловыми скоростями. Для точек на ободе колеса эта формула имеет вид

$$\upsilon_1 = \omega R,$$

а для точек, расположенных на расстоянии ΔR ближе к центру, ее вид будет

$$\upsilon_2 = \omega(R - \Delta R).$$

Разделим первое выражение на второе. При этом сократится неизвестная угловая скорость ω и останется только искомый радиус R:

$$\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{\omega R}{\omega(R - \Delta R)}, \text{ или } \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{R}{R - \Delta R}.$$

Отсюда найдем радиус: $\upsilon_1 R - \upsilon_1 \Delta R = \upsilon_2 R$, откуда $R = \dfrac{\upsilon_1 \Delta R}{\upsilon_1 - \upsilon_2}$.

Ответ на задание 104. Выполним чертеж (рис. 38, вид сверху). Посмотрим на платформу сверху, и нарисуем круг, покажем его центр O и проведем горизонтальный радиус R. Затем на расстоянии, равном трети радиуса от края платформы, изобразим тело в точке M в момент

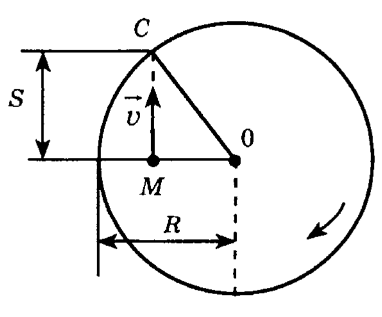


Рис. 38

отрыва. Значит, в этот момент от тела до центра платформы расстояние составило две трети радиуса.

Нам известно ускорение тела a перед отрывом от поверхности платформы. Но платформа вращается равномерно, значит, это его центростремительное ускорение. В момент отрыва линейная скорость тела v направлена по касательной к окружности, по которой оно двигалось до отрыва. Радиус этой окружности составлял $\frac{2}{3}R$. А мы знаем формулу, связывающую линейную скорость с центростремительным ускорением. Применительно к нашей задаче она будет выглядеть так:

$$a = \frac{v^2}{\frac{2}{3}R} = \frac{3v^2}{2R}. \tag{1}$$

После отрыва тело станет двигаться к краю платформы без трения. Значит, это движение будет равномерным и прямолинейным со скоростью v. Тело слетит с платформы в точке C, проделав путь S. Если этот путь разделить на линейную скорость тела, мы найдем искомое время t, через которое тело слетит с платформы:

$$t = \frac{S}{v}. \tag{2}$$

Путь S найдем из прямоугольного треугольника MCO по теореме Пифагора, а линейную скорость v — из выражения (1), и все это подставляем в равенство (2). По теореме Пифагора

$$S = \sqrt{R^2 - \frac{4}{9}R^2} = \frac{R}{3}\sqrt{5}. \tag{3}$$

Теперь из (1) найдем линейную скорость v:

$$v = \sqrt{\frac{2}{3}aR}. \tag{4}$$

Нам осталось подставить правые части равенств (3) и (4) в формулу (2):

$$t = \frac{R\sqrt{5}}{3\sqrt{\frac{2}{3}aR}} = \sqrt{\frac{R^2 5}{9\frac{2}{3}aR}} = \sqrt{\frac{5R}{6a}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 0{,}6}{6 \cdot 0{,}1}}\ \text{с} \approx 2{,}2\ \text{с}.$$

Ответ на задание 105. Поскольку начальная скорость велосипедиста в положении *А* (рис. 20) равна нулю, его ускорение a на отрезке *АБ* найдем по формуле $a = \frac{v}{t}$, где v — его скорость в положении *Б*, равная линейной скорости на полуокружности *БВ*. По формуле центростремительного ускорения $a_ц = \frac{v^2}{R}$, где R — радиус окружности. С учетом этого $\frac{a_ц}{a} = \frac{v^2 \cdot t}{R \cdot v} = \frac{v \cdot t}{R}$. Время t прохождения длины дуги *БВ* с постоянной по модулю скоростью составляет четверть периода T, а период связан с линейной скоростью формулой $v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi R}{4t} = \frac{\pi R}{2t}$.

Подставим правую часть последнего равенства в предыдущую формулу вместо линейной скорости:

$$\frac{a_ц}{a} = \frac{\pi R \cdot t}{2t \cdot R} = \frac{\pi}{2} = \frac{3{,}14}{2} = 1{,}57.$$

Значит, модуль центростремительного ускорения велосипедиста на дуге *БВ* больше модуля его ускорения на отрезке *АБ* в 1,57 раза.

Тема 2. Динамика. Статика

Формулы динамики и статики

Второй закон Ньютона $F = ma$

Здесь F — сила (Н),
m — масса (кг),
a — ускорение (м/с^2)

Сила трения $F_{тр} = \mu F_{давл}$

Здесь $F_{тр}$ — сила трения (Н),
μ — коэффициент трения (безразмерный),
$F_{давл}$ — сила давления (Н)

Закон Гука $F_{упр} = -kx$

Здесь $F_{упр}$ — сила упругости (Н),
k — жесткость (Н/м),
x — деформация (м)

Закон всемирного тяготения $F = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$

Здесь F — сила тяготения (Н),
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н $\cdot$ м^2/кг^2 — гравитационная постоянная,
m_1 и m_2 — массы притягивающихся друг к другу материальных точек (кг),
r — расстояние между этими точками (м)

Вес тела в покое или движущегося равномерно вверх или вниз

$$P = mg$$

Здесь P — вес (Н),
m — масса (кг),
g — ускорение свободного падения (м/с^2)

Вес тела, опускающегося с ускорением
или поднимающегося с замедлением

$$P = m(g - a)$$

Здесь a — ускорение тела (м/с^2).
Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Вес тела, поднимающегося с ускорением
или опускающегося с замедлением

$$P = m(g + a)$$

Все величины названы в предыдущих формулах.

Перегрузка при подъеме с ускорением
или спуске с замедлением

$$n = \frac{P}{mg}$$

Здесь n — перегрузка (безразмерная),
P — вес (Н),
m — масса (кг),
g — ускорение свободного падения (м/с^2)

Работа в механике $A = FS\cos\alpha$, $A = \dfrac{kx^2}{2}$

Здесь A — работа (Дж),
F — модуль силы (Н),
S — модуль перемещения (м),
α — угол между векторами силы и перемещения (рад),
k — жесткость (Н/м),
x — деформация (м)

Мощность в механике $N = \dfrac{A}{t}$, $N = Fv\cos\alpha$

Здесь N — мощность (Вт),
A — работа (Дж),
t — время (с),
F — сила (Н),

v — скорость (м/с),
α — угол между векторами силы и скорости (рад)

Потенциальная энергия при упругой деформации

$$E_p = \frac{kx^2}{2}$$

Здесь k — жесткость (Н/м),
x — деформация (м)
E_p — потенциальная энергия (Дж)

Потенциальная энергия тела, поднятого на высоту

$$E_p = mgh$$

Здесь E_p — потенциальная энергия (Дж),
m — масса (кг),
g — ускорение свободного падения (м/с^2),
h — высота (м)

Кинетическая энергия $E_k = \dfrac{mv^2}{2}$

Здесь E_k — кинетическая энергия (Дж),
m — масса (кг),
v — скорость (м/с)

Полная механическая энергия $E = E_p + E_k$

Здесь E — полная механическая энергия (Дж),
E_p — потенциальная энергия (Дж),
E_k — кинетическая энергия (Дж)

Теорема об изменении кинетической энергии

$$A = \Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}$$

Здесь A — работа (Дж),
$\Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}$ — изменение кинетической энергии тела, совершившего работу (Дж),
E_{k1} — кинетическая энергия тела до ее изменения (Дж),

E_{k2} — кинетическая энергия тела после ее изменения (Дж)

Теорема об изменении потенциальной энергии

$$A = -\Delta E_p = -(E_{p2} - E_{p1})$$

Здесь A — работа (Дж),

$\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1}$ — изменение потенциальной энергии тела, совершившего работу (Дж),

E_{p1} — потенциальная энергия тела до ее изменения (Дж),

E_{p2} — потенциальная энергия тела после ее изменения (Дж)

Импульс тела $p = mv$

Здесь p — импульс тела (кг · м/с),

m — его масса (кг),

v — скорость тела (м/с)

Импульс силы $F\Delta t = \Delta p$

Здесь $F\Delta t$ — импульс силы, действовавшей на тело в течение времени t (Н · с),

Δp — изменение импульса тела (кг · м/с)

Момент силы $M = Fl$

Здесь M — момент силы (Н · м),

F — сила, вращающая тело (Н),

l — плечо этой силы (м)

Плотность тела $\rho = \dfrac{m}{V}$, $\rho = m_1 n$

Здесь ρ — плотность (кг/м^3),

m — масса (кг),

V — объем (м^3),

m_1 — масса одного из тел системы (кг),

n — концентрация тел в системе (м$^{-3}$)

Формула давления $p = \dfrac{F_{давл}}{S}$

Здесь p — давление (Па),

$F_{давл}$ — сила давления (Н),

S — площадь опоры (м^2)

Давление столба жидкости $p = \rho g h$

Здесь p — давление (Па),

ρ — плотность жидкости (кг/м^3),

g — ускорение свободного падения (м/с^2),

h — высота столба жидкости (м)

Выталкивающая (архимедова) сила

$$F_{выт} = \rho_ж g V_т$$

Здесь $F_{выт}$ — выталкивающая сила (Н),

$\rho_ж$ — плотность жидкости (кг/м^3),

g — ускорение свободного падения (м/с^2),

$V_т$— объем тела, погруженного в жидкость (м^3)

Уравнение неразрывности струи (теорема Эйлера)

$$v_1 S_1 = v_2 S_2$$

Здесь v_1 — скорость жидкости (м/с) в сечении площадью S_1 (м^2),

v_2 — скорость жидкости (м/с) в сечении площадью S_2 (м^2).

Контрольные задания по теме «Динамика. Статика»

Указание: применительно ко всем заданиям движение тел происходит в инерциальной системе отсчета.

Часть 1. Задания уровня А и Б, а также качественные задания уровня С на ЕГЭ

Задание 1. Какая из перечисленных величин является количественной мерой взаимодействия тел: импульс, масса, сила, импульс силы?

Задание 2. Какая из перечисленных величин является количественной мерой движения тела: импульс тела, масса, сила, импульс силы?

Задание 3. Какая из перечисленных величин является количественной мерой инертных и гравитационных свойств тел: импульс, масса, сила, импульс силы?

Задание 4. Кто открыл закон всемирного тяготения: Ватт, Ньютон, Джоуль или Галилей?

Задание 5. В каком случае пассажир автобуса движется по инерции:

1) при ускорении автобуса;

2) при торможении автобуса;

3) при равномерном и прямолинейном движении автобуса;

4) при равномерном движении автобуса по окружности?

Задание 6. Пуля пробивает бумажную мишень. Какое утверждение является верным:

а) сила, с которой пуля действует на мишень, больше силы, с которой мишень действует на пулю;

б) сила, с которой пуля действует на мишень, равна силе, с которой мишень действует на пулю;

в) сила, с которой пуля действует на мишень, меньше силы, с которой мишень действует на пулю?

Задание 7. Чему равна масса тела, движущегося с ускорением 2 м/с^2 под действием трех сил, изображенных на рис. 39?

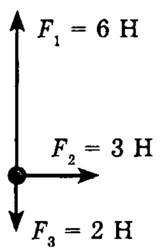


Рис. 39

Задание 8. Уравнение движения тела массой 4 кг $x = 2 + 4t + t^2$ (м). Тело движется равноускоренно по горизонтальной поверхности, где на него действует сила трения 3 Н. Чему равна сила тяги?

Задание 9. Груз подвешен на нити (рис. 40). Найдите его массу, если силы натяжения частей нити 8 Н и 6 Н.

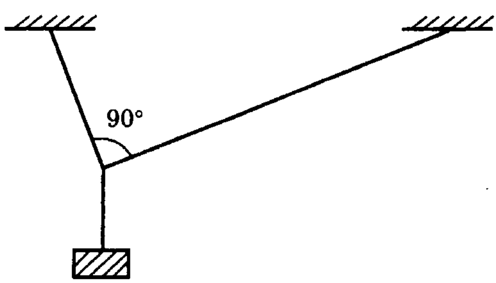


Рис. 40

Задание 10. Под действием силы тело массой 600 г приобрело ускорение 2 м/с^2. Какое ускорение приобретет тело массой 3 кг под действием вдвое большей силы?

Задание 11. На рис. 41 изображен график проекции скорости тела массой 500 г, движущегося вниз. Чему равен вес тела?

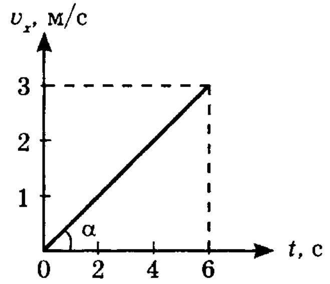
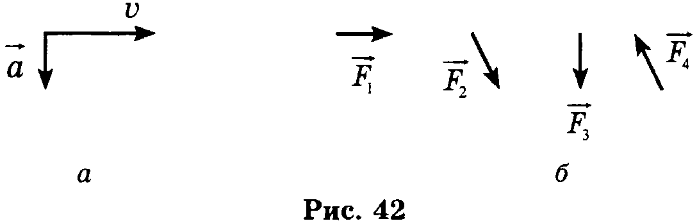


Рис. 41

Задание 12. Тело массой 5 кг движется по горизонтальной поверхности, коэффициент трения 0,8. Чему равна сила трения между телом и поверхностью?

Задание 13. На рис. 42, *а* показаны направления векторов скорости и ускорения тела. Какой из четырех векторов сил на рис. 56, *б* совпадает с вектором силы, приложенной к этому телу?



а *б*

Рис. 42

Задание 14. На рис. 43 показан график проекции скорости тела, на которое действует сила 100 Н. Чему равна масса этого тела?

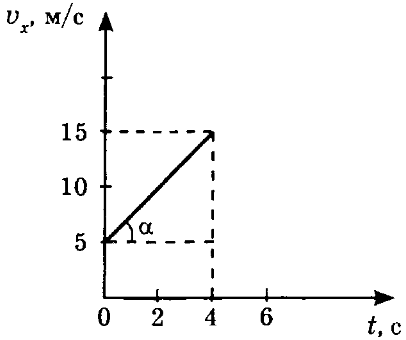


Рис. 43

Задание 15. Шарик на нити вращается по окружности с постоянной по модулю скоростью (рис. 44). Угол отклонения нити от вертикали увеличили от 30 до 60°. Как изменились модуль линейной скорости шарика, его центростремительное ускорение и сила натяжения нити? Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

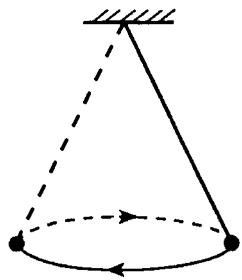


Рис. 44

1) увеличилась;
2) не изменилась;
3) уменьшилась.

Запишите в таблицу выбранные цифры. Они могут повторяться.

Модуль линейной скорости	Центростремительное ускорение	Сила натяжения

Задание 16. На рис. 45 изображена система из двух пружинок и кубика, скользящего по горизонтальной поверхности без трения. Жесткость левой пружинки k_1 = 200 Н/м, жесткость правой пружинки k_2 = 400 Н/м. Удлинение правой пружинки под действием силы F равно 4 см. Чему равно удлинение левой пружинки?

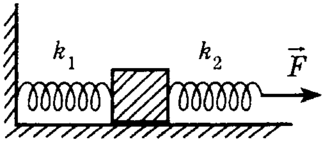


Рис. 45

Задание 17. На наклонной плоскости с углом при основании α покоится брусок (рис. 46). Как будут изменяться сила трения, сила тяжести и сила реакции опоры, если увеличивать угол α, но брусок при этом будет оставаться в состоянии покоя? Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

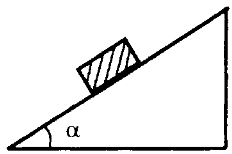


Рис. 46

1) увеличилась;
2) не изменилась;
3) уменьшилась.

Запишите в таблицу выбранные цифры. Они могут повторяться.

Сила трения	Сила тяжести	Сила реакции опоры

Задание 18. На рис. 47 изображены два груза массами 100 г и 40 г, связанные невесомой нитью. Верхний груз массой 100 г подвешен на абсолютно упругой пружине. Куда и с каким ускорением станет двигаться верхний груз, если нить пережечь?

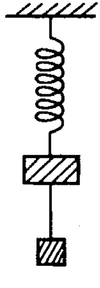


Рис. 47

Задание 19. Автомобиль массой $m = 500$ кг движется равномерно по горизонтальному шоссе. Найдите силу тяги автомобиля $F_{тяги}$, если коэффициент сопротивления движению $\mu = 0{,}03$.

Задание 20. Груз массой $m = 100$ кг равномерно перемещают по поверхности, прилагая силу под углом $\alpha = 30°$ к горизонту (рис. 48). Коэффициент трения равен $\mu = 0{,}3$. Найдите величину этой силы.

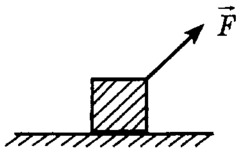


Рис. 48

Задание 21. Брусок скользит равномерно вниз по наклонной плоскости с углом при основании α. Определите коэффициент трения μ между телом и наклонной плоскостью.

Задание 22. Два деревянных бруска массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 1$ кг лежат на горизонтальной поверхности (рис. 49). Какую минимальную силу F надо приложить, чтобы вытащить нижний брусок из-под верхнего, если коэффициент трения нижнего бруска о поверхность и верхнего о нижний одинаков и равен 0,2?

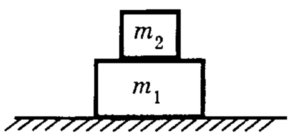


Рис. 49

Задание 23. Тело массой 5 кг придавлено к вертикальной стене силой давления 10 Н. Какая сила необходима для того, чтобы равномерно перемещать его вертикально вверх по стене, если коэффициент трения 0,1?

4. Зак. 167

Задание 24. Брусок массой 4 кг прислонили к вертикальной поверхности (рис. 50). Коэффициент трения между бруском и поверхностью 0,5. С каким минимальным ускорением надо перемещать влево вертикальную поверхность, чтобы брусок оставался в покое?

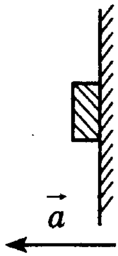


Рис. 50

Задание 25. Аэростат равномерно опускается вертикально вниз. На него действует со стороны окружающего воздуха сила аэродинамического сопротивления F_c. Какой массы груз m нужно сбросить с аэростата, чтобы он стал равномерно подниматься вертикально вверх, если при этом сила сопротивления воздуха останется прежней?

Задание 26. На горизонтальной доске лежит канат длиной L. При какой максимальной длине l свешивающейся части каната он еще будет оставаться в покое, если коэффициент трения каната о доску μ?

Задание 27. В неподвижной воде тянут лодку, перемещая ее равномерно с помощью двух канатов, образующих угол $\alpha = 60°$. При этом лодка движется прямолинейно. Сила натяжения каждого каната F. Найдите силу сопротивления воды движению лодки.

Задание 28. Груз массой 0,4 кг поднимают на нити равноускоренно, и при этом его скорость за 2 с возрастает с 2 м/с в 5 раз. Найдите силу натяжения нити.

Задание 29. Первый парашютист массой 75 кг опускается равномерно со скоростью 4 м/с. Чему равна масса второго парашютиста, опускающегося на том же парашюте равномерно со скоростью 5 м/с, если сила сопротивления воздуха прямо пропорциональна квадрату их скорости?

Задание 30. Груз массой 0,4 кг поднимают на нити в течение 2 с. При этом его скорость возрастает с 2 до 10 м/с. Определите силу, с которой нить действует на груз.

Задание 31. Тело массой 5 кг движется вертикально вниз с ускорением 15 м/с^2. Определите силу, действующую на него.

Задание 32. Груз массой 5 кг опускают на динамометре по вертикали в течение 2 с. Движение равноускоренное. Начальная скорость груза 2 м/с, конечная 8 м/с. Определите показание динамометра.

Задание 33. Сила тяги тепловоза массой 1000 т равна 147 кН. Тепловоз проходит путь 600 м по горизонтальному участку с начальной скоростью 36 км/ч, двигаясь равноускоренно. Его скорость в конце участка 54 км/ч. Определите силу сопротивления движению, считая ее постоянной.

Задание 34. Жесткий стержень длиной 1 м с прикрепленным к его концу шариком массой 100 г с равномерно вращается в вертикальной плоскости. Линейная скорость шарика в одном случае 4 м/с, в другом — 2 м/с. Определите модуль и направление силы, с которой стержень действует на шарик в верхней точке при двух разных линейных скоростях. Массой стержня пренебречь.

Задание 35. Начальная скорость тела 8 м/с. При движении на тело действует сила сопротивления, модуль которой пропорционален скорости тела согласно закону $F = kv$, где коэффициент пропорциональности k = 0,2 кг/с. Масса тела 2 кг. Какой путь пройдет тело до остановки?

Задание 36. Два груза массами 800 г и 200 г связаны невесомой и нерастяжимой нитью, перекинутой через блок. Блок вращается без трения. С какой скоростью левый груз, двигаясь без начальной скорости, достигнет пола, если вначале он располагался на высоте 1 м над ним? Сопротивлением пренебречь.

Задание 37. Вагон движется равномерно по закруглению с радиусом кривизны 10 м. К его потолку подвешена легкая веревка с прикрепленным к ее свободному концу шаром. При этом веревка отклоняется от вертикали на угол 45°. Определите скорость вагона.

Задание 38. К концам однородного стержня длиной $l = 1{,}8$ м приложены силы $F_1 = 10$ Н и $F_2 = 4$ Н (рис. 51). Найдите силу натяжения стержня на расстоянии четверть длины от его левого конца.

Рис. 51

Задание 39. Мяч массой 400 г брошен под углом к горизонту. Сила сопротивления среды его полету постоянна и равна 2 Н. Чему равно полное ускорение мяча в высшей точке его траектории?

Задание 40. Масса легкого бруска, прикрепленного к концу горизонтального резинового шнура, равна 100 г. Один конец шнура закреплен. Шнур растянули на $x_1 = 4$ см и отпустили. Сила, необходимая для растяжения шнура на $x_2 = 1$ см, равна 0,1 Н. Определите модуль ускорения бруска в начальный момент времени, считая, что на брусок действует лишь упругая сила.

Задание 41. Лыжник массой 80 кг спустился с горы высотой 30 м и после спуска проехал еще по горизонтальной поверхности до остановки 150 м. Найдите силу сопротивления на горизонтальном участке, если на горе она была равна нулю.

Задание 42. Автомобиль стал двигаться юзом равнозамедленно по горизонтальной дороге с начальной скоростью 20 м/с. Коэффициент сопротивления движению 0,8. Определите время торможения до остановки и ускорение автомобиля.

Задание 43. Радиус Луны R_1 приблизительно в 3,7 раза меньше радиуса Земли R, а масса Луны m_1 в 81 раз меньше массы Земли m. Определите ускорение свободного падения тел на поверхности Луны.

Задание 44. У поверхности планеты на космический корабль действует сила тяготения F_1 = 900 Н. Какая сила тяготения действует на корабль на расстоянии трех радиусов от центра планеты?

Задание 45. На какой высоте над поверхностью земли ускорение свободного падения в 9 раз меньше, чем на поверхности? Радиус Земли 6400 км.

Задание 46. Из ямы глубиной H поднимают на канате ящик массой m в течение времени t. Установите соответствие между физическими величинами и формулами, по которым их можно определить. К каждой величине из левого столбца подберите соответствующую формулу из правого столбца и запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

Физические величины	Формулы
А. Работа силы натяжения каната	1) mgH
Б. Мощность, развиваемая силой натяжения	2) mH/gt
	3) mgH/t
	4) mg

А	Б

Задание 47. Брусок толкнули вниз по гладкой наклонной плоскости с ее вершины со скоростью v_0 = 1 м/с. У основания наклонной плоскости скорость бруска стала

равна $v = 2$ м/с. Чему равна высота h наклонной плоскости?

Задание 48. Школьник исследовал зависимость модуля силы упругости $F_{упр}$ резинового шнура от деформации шнура x и получил такие результаты:

$F_{упр}$, Н	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2
x, м	0	0,02	0,04	0,06	0,08	0,1

Чему равна потенциальная энергия шнура при его деформации $x = 0,04$ м?

Задание 49. Материальная точка движется равноускоренно с ускорением a и начальной скоростью v_0 вдоль оси OX (рис. 52, *а*) в течение времени t. Установите соответствие между физическими величинами и графиками (рис. 52, *б*), демонстрирующими зависимость этих величин, и временем движения материальной точки. К каждой позиции левого столбца подберите соответствующий график. Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

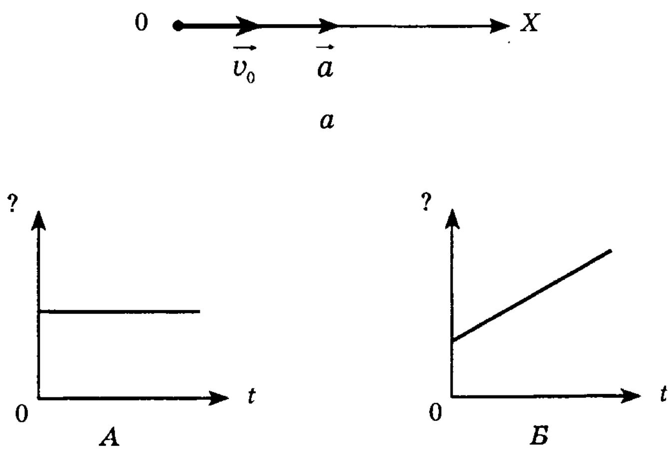


Рис. 52

1) проекция перемещения точки на ось OX;
2) проекция скорости точки на ось OX;
3) проекция ускорения точки на ось OX;
4) изменение кинетической энергии точки.

А	Б

Задание 50. Два велосипедиста одинаковой массы m движутся по прямолинейному шоссе в противоположных направлениях. Скорость первого велосипедиста v, скорость второго $3v$. Чему равен модуль импульса второго велосипедиста в системе отсчета, связанной с первым велосипедистом?

Задание 51. Мяч брошен с балкона в горизонтальном направлении. Как в процессе полета мяча к земле изменяются его модуль скорости v, модуль ускорения a, модуль проекции импульса на горизонтальное направление p_x и потенциальная энергия мяча в поле сил тяготения E_p? Сопротивлением воздуха пренебречь. Определите для каждой физической величины соответствующее изменение:

1) увеличивается;
2) не изменяется;
3) уменьшается.

Запишите в таблицу цифры, соответствующие выбранной величине. Цифры могут повторяться.

v	a	p_x	E_p

Задание 52. Скорость хоккейной шайбы, скользящей по льду, изменяется с течением времени по закону $v(t) = 30 - 5t$. Чему равен коэффициент трения шайбы о лед?

Задание 53. На платформу массой 500 кг, двигавшуюся горизонтально со скоростью 0,2 м/с, насыпали сверху щебень массой 100 кг. Определите скорость платформы со щебнем.

Задание 54. Пуля массой 200 г ударилась о стальную преграду под углом 30° к ее поверхности со скоростью 50 м/с и отскочила от нее. Удар абсолютно упругий. Чему равен импульс силы, полученный стенкой при ударе о нее пули?

Задание 55. На рис. 53 изображен график изменения кинетической энергии тела E_k, брошенного вертикально вверх, в зависимости от высоты его подъема h на точкой бросания. Чему равна потенциальная энергия тела на высоте 1,5 м? Сопротивлением пренебречь.

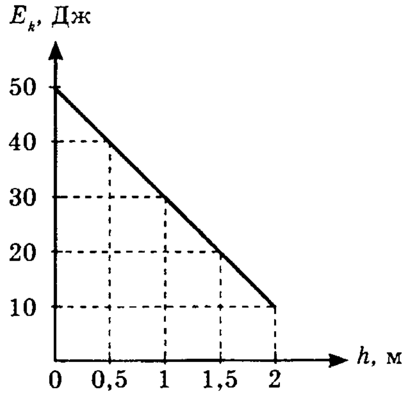


Рис. 53

Задание 56. Масса пули 10 г, ее скорость при вылете из ствола автомата 300 м/с. Сделано 300 выстрелов в минуту. Определите силу давления приклада автомата на плечо стрелка.

Задание 57. Охотник массой 70 кг стреляет, находясь в лодке. Угол между стволом ружья и горизонтом составляет 60°, масса дроби 35 г, ее начальная скорость 320 м/с. Найдите скорость лодки в момент выстрела, если до него она была неподвижна.

Задание 58. Сила, поднимающая груз весом 1 Н, равна 3 Н, высота подъема составляет 5 м. Найдите работу этой силы.

Задание 59. Автомобиль массой 1 т трогается с места и проходит путь 20 м за 2 с. Найдите мощность двигателя автомобиля в конце пути.

Задание 60. Деформация пружины под действием силы $F = 1000$ Н $x_1 = 1$ см. Найдите работу, совершаемую при деформации пружины на $x_2 = 10$ см.

Задание 61. Масса вагона 20 000 кг. Вагон ударился о преграду, и при этом деформация пружины буфера составила 10 см. Для сжатия ее на 1 см необходима сила 10 000 Н. С какой скоростью двигался вагон, имеющий два буфера, до удара?

Задание 62. Брусок массой m лежит на клине массой M с длиной наклонной плоскости l и высотой h. На какое расстояние S переместится клин за время, в течение которого тело спустится с вершины клина к его основанию, двигаясь равноускоренно? Трением пренебречь.

Задание 63. Свинцовый шар массой 500 г двигался со скоростью 10 м/с и неупруго столкнулся с неподвижным шаром массой 200 г. Найдите кинетическую энергию обоих шаров после столкновения.

Задание 64. Тело бросили с земли вверх со скоростью 4 м/с. На какой высоте его потенциальная и кинетическая энергии станут одинаковыми? Сопротивлением пренебречь.

Задание 65. Гиря, положенная сверху на вертикальную пружину, сжимает ее на 1 мм. Если эту гирю бросить на пружину со скоростью 0,2 м/с с высоты 10 см, то какова теперь будет деформация пружины?

Задание 66. Снаряд массой 5 кг вылетел из дула орудия под углом 60° к горизонту со скоростью 400 м/с. Чему равна его кинетическая энергия в высшей точке траектории?

Задание 67. Координата материальной точки массой 50 г изменяется с течением времени в соответствии с уравнением $x = 2 + 3t + 2t^2$. Определите импульс и кинетическую энергию точки через 4 с от начала отсчета времени движения. Все величины в уравнении выражены в единицах СИ.

Задание 68. В каком из приведенных ниже случаев можно считать физические величины одинаковыми?

1) 2 Дж и 2 Н/м; 2) 3 Вт и 3 Дж · с;
3) 4 Дж и 4 Вт · с; 4) 5 Вт и 5 Н · м.

Задание 69. На дне ящика находится шар, удерживаемый нитью в равновесии (рис. 54). На какой максимальный угол α можно отклонить ящик от горизонтальной поверхности, чтобы шар остался в равновесии, если коэффициент трения шара о дно ящика равен 0,5? Весом нити пренебречь.

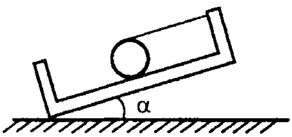


Рис. 54

Задание 70. Труба массой 14 кг лежит на земле. Определите силу, необходимую, чтобы приподнять трубу за один конец.

Задание 71. Тонкая однородная доска массой 2 кг упирается одним концом в угол между стенкой и полом, а к другому концу доски привязан канат (рис. 55). Определите силу натяжения каната, если угол между доской и канатом прямой, а между доской и полом α = 60°.

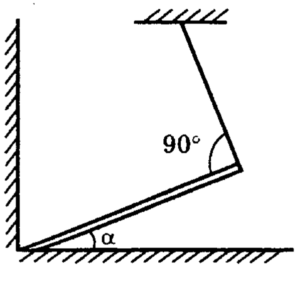


Рис. 55

Задание 72. Груз массой m = 500 г колеблется на нити длиной L = 80 см. Чему равен момент силы тяжести относительно оси, проходящей через точку O перпендикулярно плоскости чертежа, в момент, показанный на рис. 56? Угол α = 30°.

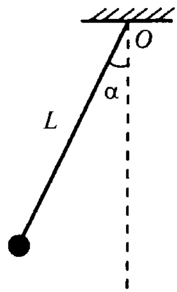


Рис. 56

Задание 73. Кубик с длиной ребра a полностью погружен в воду, но не касается дна. Плотность воды ρ. Верхняя грань кубика расположена на глубине h. Установите соответствие между физическими величинами и формулами, по которым эти величины можно определить. К каждой физической величине подберите номер соответствующей формулы и запишите его в таблицу под соответствующей буквой.

Физические величины	Формулы
А. Выталкивающая (архимедова) сила, действующая на кубик со стороны воды	1) $\rho g a^3$
Б. Давление воды на нижнюю грань кубика	2) $\rho g h$
	3) $\rho g a^3/h^2$
	4) $\rho g(a + h)$

А	Б

Задание 74. Шар, на треть объема погруженный в воду, лежит на дне сосуда и давит на дно с силой, равной половине веса шара. Плотность воды 1000 кг/м^3. Найдите плотность шара. Ответ округлите с точностью до целого числа.

Задание 75. 4 одинаковых бруска толщиной 2 см каждый плавают в воде. Насколько изменится глубина погружения брусков, если снять один верхний брусок?

Задание 76. Вес тела в воде P_1 = 120 Н, а в масле P_2 = 100 Н. Плотность воды ρ_1 = 1000 кг/м^3, а плотность масла ρ_2 = 900 кг/м^3. Найдите плотность тела.

Задание 77. Шарик из материала, плотность которого в n раз меньше плотности воды, падает в воду с высоты H. На какую максимальную глубину погрузится шарик?

Задание 78. На полу лифта стоит чаша с водой, в которой плавает наполовину погруженный в воду брусок. Как изменится глубина погружения бруска в воду, если лифт станет опускаться с ускорением?

Задание 79. На рис. 57 изображены сообщающиеся сосуды, в которые налиты две разнородные жидкости: ртуть и вода. Плотность ртути ρ_1 = 13 600 кг/м^3, плотность воды ρ_2 = 1000 кг/м^3. Найдите высоту столбика воды в правом колене. Ответ округлите до десятых долей сантиметра.

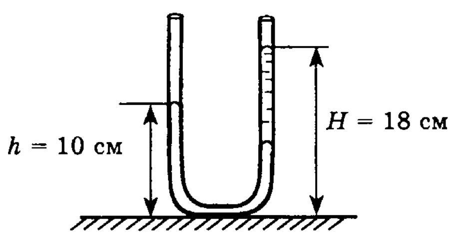


Рис. 57

Задание 80. Какой массы груз можно поднять с помощью гидравлического пресса, прилагая к малому поршню силу 100 Н, если площадь большего поршня в 5 раз больше площади меньшего поршня?

Часть 2. Задания повышенной сложности

Задание 1. Бруски *А*, *Б* и *В* одинаковой массы, связанные невесомой нитью, движутся по гладкой горизонтальной поверхности под действием силы $\vec{F}$, приложенной к бруску *Б* (рис. 58). Во сколько раз изменится сила натяжения нити, если брусок *В* переложить с бруска *Б* на брусок *А*? Сила, приложенная к бруску *Б*, останется прежней.

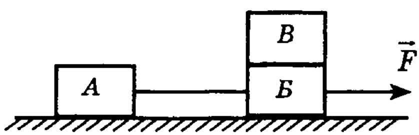


Рис. 58

Задание 2. Автомобиль движется со скоростью v_1 в ту сторону, куда дует ветер, скорость которого v_2. Во сколько раз увеличится сила сопротивления движению автомобиля, если он станет двигаться навстречу ветру с той же скоростью? Считать силу сопротивления в обоих случаях прямо пропорциональной квадрату относительной скорости автомобиля.

Задание 3. Брусок массой M лежит на горизонтальном столе. Его пробивает пуля массой m, летевшая параллельно поверхности стола со скоростью $v_п$. Пробив брусок, пуля вылетает в том же направлении с вдвое меньшей скоростью. При этом брусок передвигается по столу на расстояние S. Чему равен коэффициент трения бруска о поверхность стола?

Задание 4. На рис. 59 изображена наклонная плоскость высотой $h = 60$ см с невесомым блоком на ее вершине. Через блок перекинута невесомая и нерастяжимая нить, к концам которой прикреплены грузы с массами $m_1 = 0{,}5$ кг и $m_2 = 0{,}6$ кг. Найдите ускорение грузов, если длина наклонной плоскости $l = 1$ м и коэффициент трения груза массой m_1 о плоскость $\mu = 0{,}25$.

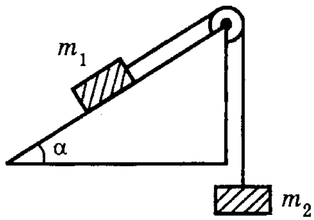


Рис. 59

Задание 5. К двум пружинам одинаковой длины с жесткостью k_1 и k_2 каждая, соединенным один раз последовательно (рис. 60, *а*), а другой раз — параллельно (рис. 60, *б*), подвешивают груз массой m. Найдите общее удлинение пружин x и их общую жесткость k в каждом случае.

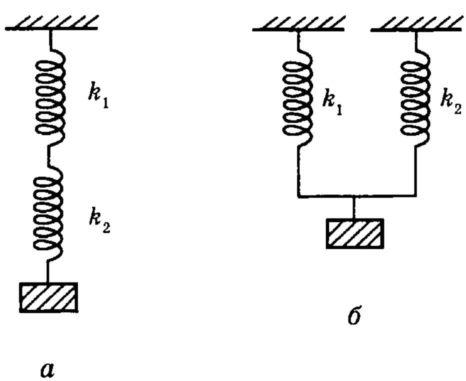


Рис. 60

Задание 6. На краю горизонтальной доски, вращающейся вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр, укреплена нить с подвешенным к ней маленьким тяжелым шариком. Длина нити $l = 20$ см, частота вращения доски $\nu = 1$ об/с. При вращении доски нить отклоняется от вертикали на угол $\alpha = 30°$ (рис. 61). Найдите длину доски.

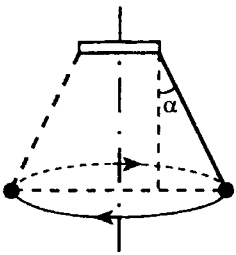


Рис. 61

Задание 7. Через невесомый блок перекинута нить, к концам которой прикреплены грузы $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 1$ кг. К грузу массой m_1 подвесили на нити груз массой $m_3 = 3$ кг (рис. 62). Найдите силу натяжения нити между грузами m_1 и m_3.

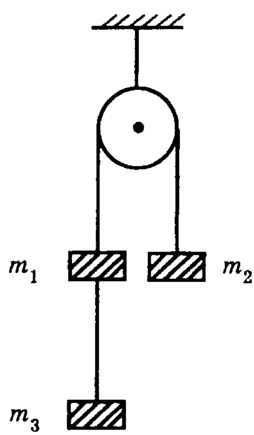


Рис. 62

Задание 8. Легкая нить перекинута через два невесомых блока: один — подвижный, второй — неподвижный (рис. 63). К свободному концу нити подвешен груз массой m_1, а к подвижному блоку — груз массой m_2. Найдите ускорения грузов a_1 и a_2, а также силу натяжения нити $F_н$, если груз массой m_1 поднимается, а груз массой m_2 опускается. Начальная скорость грузов равна нулю.

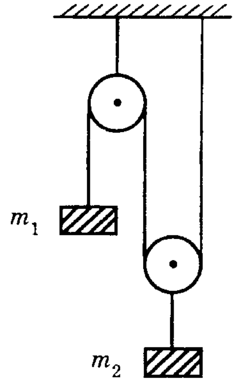


Рис. 63

Задача 9. Средняя плотность планеты равна средней плотности Земли, а первая космическая скорость для этой планеты в 3 раза больше, чем для Земли. Чему равно отношение угловой скорости спутника, движущегося вокруг Земли, к угловой скорости такого же спутника, движущегося вокруг этой планеты?

Задание 10. На внутренней поверхности полусферы, вращающейся с угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с вокруг вертикальной оси O_1O_2, находится в равновесии маленький кубик. Угол между вертикальным радиусом полусферы и радиусом, проведенным к кубику, $\alpha = 30°$ (рис. 64). Коэффициент трения между кубиком и поверхностью полусферы $\mu = 0{,}1$. Определите радиус полусферы R.

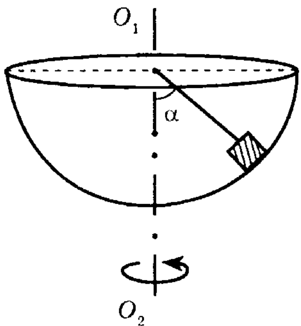


Рис. 64

Задание 11. Внутри конуса с углом при вершине 2α находится малый шарик массой m, прикрепленный к поверхности конуса посредством нити. Шарик находится на расстоянии l от вершины конуса (рис. 65). Конус вращается вокруг вертикальной оси O_1O_2, проходящей через его вершину, с угловой скоростью ω. Найдите силу натяжения нити $F_н$.

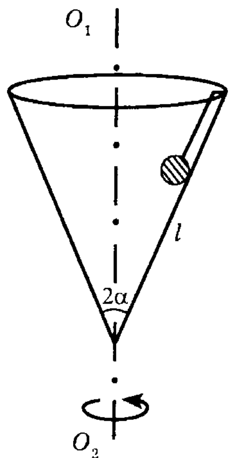


Рис. 65

Задание 12. Два шарика 1 и 2 с массами m_1 и m_2 подвешены на нитях одинаковой длины l, касаясь друг друга. Шарик массой m_1 отклоняют от вертикали на угол α и отпускают. На какую высоту поднимутся шарики после абсолютно неупругого удара?

Задание 13. Шар массой M, висевший неподвижно на нити длиной l, отклонили на угол α от вертикали и отпустили. Когда он проходил через прежнее положение равновесия, в него попала пуля массой m, летевшая горизонтально навстречу шару, и, пробив шар, полетела дальше. После этого шар, продолжая движение в прежнем направлении, отклонился на угол β от вертикали. Найдите изменение импульса пули сразу после пробивания шара.

Задание 14. По желобу ab с высоты h скатывается маленький кубик массой m (рис. 66). На конце желоба b кубик отрывается под углом α к горизонту и пролетает отрезок bc в течение времени t. Найдите работу сил трения при движении бруска по желобу. Сопротивлением воздуха пренебречь.

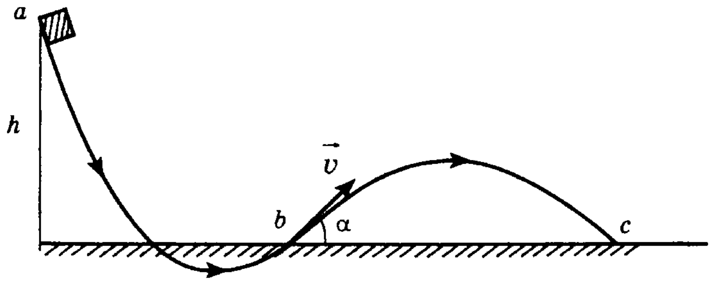


Рис. 66

Задание 15. Гладкая полусфера радиусом R укреплена на краю стола. На ее вершине удерживают маленький кубик, связанный веревкой с таким же кубиком на другом конце веревки (рис. 67). На какой высоте h над поверхностью стола сорвется верхний кубик, если его отпустить? Путь, пройденный верхним кубиком по поверхности полусферы до момента отрыва от нее, равен S.

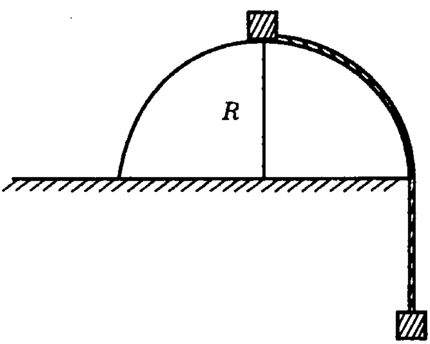


Рис. 67

Задание 16. Маленький шарик массой m, подвешенный на невесомой нити длиной l, движется по окружности (рис. 68). Угол отклонения нити от вертикали α. За какое время шарик сделает полный оборот?

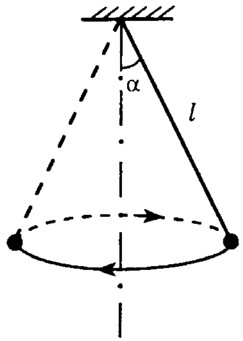


Рис. 68

Задание 17. Небольшое тело, соскальзывая с некоторой высоты по наклонному желобу, делает «мертвую петлю» радиусом R в вертикальной плоскости (рис. 69). С какой минимальной высоты H оно должно соскользнуть, чтобы не сорваться в верхней точке петли? Трение не учитывать.

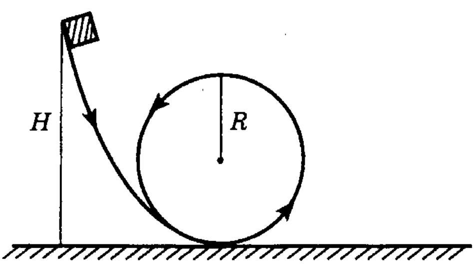


Рис. 69

Задание 18. Шарик массой m, летящий горизонтально со скоростью v_0, абсолютно упруго ударяется о неподвижный шар массой M, висящий на нити длиной l. Удар центральный. На какой угол α отклонится шар массой M после удара?

Задание 19. На двух вертикальных пружинах одинаковой длины с жесткостями k_1 = 10 Н/м и k_2 = 30 Н/м подвешен стержень массой m = 3 кг длиной l = 2 м (рис. 70). На каком расстоянии от конца стержня, к которому прикреплена пружина с жесткостью k_1 = 10 Н/м, надо подвесить груз, чтобы стержень остался в горизонтальном положении и при этом пружины удлинились на x = 20 см?

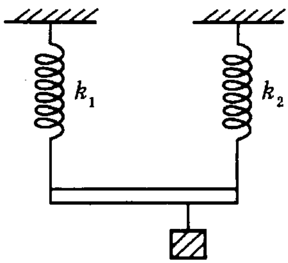


Рис. 70

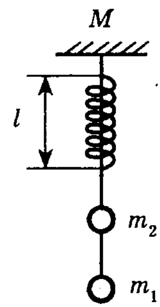


Рис. 71

Задание 20. Два маленьких шарика массами m_1 = 80 г и m_2 = 50 г соединены невесомым вертикальным стержнем. К верхнему шарику прикреплена легкая пружина жесткостью 10 Н/м, свободный конец которой закреплен в точке M. Концы пружины стянуты нитью длиной l = 7 см (рис. 71). Сразу после пережигания нити на шарик m_2 действует F_N = 0,3 Н. Найдите длину пружины L в свободном состоянии.

Задание 21. Лестница массой m_1 и длиной l приставлена к гладкой вертикальной стене под углом α. На какую высоту h может подняться по лестнице человек массой m_2, если коэффициент трения покоя между лестницей и полом равен μ?

Задание 22. Куб стоит одним ребром на полу, а другим опирается на вертикальную стенку (рис. 72).

Определите, при каком предельном угле α между кубом и полом еще возможно равновесие куба, если коэффициент трения между кубом и полом равен μ, а стенка идеально гладкая?

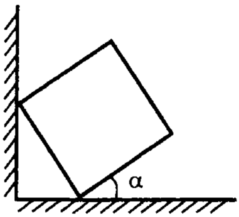


Рис. 72

Задание 23. В сообщающиеся сосуды разного сечения налита ртуть так, что ее уровень располагается на расстоянии L от края сосуда. Затем в широкий сосуд налили до края воду. На какую высоту h поднялся при этом уровень ртути в узком сосуде? Сечение широкого сосуда в N раз больше, чем узкого, плотности ртути ρ_1 и воды ρ_2 известны.

Задание 24. По преданию царь Гиерон обратился к великому Архимеду с просьбой проверить, сплошная ли золотая корона, отлитая для него мастерами, или внутри имеется полость. Выполнив необходимые измерения и расчеты, ученый обнаружил, что внутри короны имеется пустота объемом 9 см^3. Для этого Архимед взвесил корону в воздухе и в воде. В воде корона весила 9,22 Н. Определите, сколько весила корона в воздухе. Плотность золота $19{,}3 \cdot 10^3$ кг/м^3, плотность воды $1 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Задание 25. Деревянный кубик с длиной ребра 5 см опускают в воду, а поверх наливают слой керосина вровень с верхней гранью кубика. Найдите объем погруженной в воду части кубика. Плотность дерева 960 кг/м^3, плотность керосина 800 кг/м^3, плотность воды 1000 кг/м^3.

Ответы на задания части 1

Ответ на задание 1. Количественной мерой взаимодействия тел является сила.

Ответ на задание 2. Количественной мерой движения является импульс тела.

Ответ на задание 3. Количественной мерой инертных и гравитационных свойств тел является масса.

Ответ на задание 4. Закон всемирного тяготения открыл Ньютон.

Ответ на задание 5. Пассажир автобуса движется по инерции при равномерном и прямолинейном движении автобуса.

Верный ответ 3.

Ответ на задание 6. Согласно третьему закону Ньютона верным является утверждение, что сила, с которой пуля действует на мишень, равна силе, с которой мишень действует на пулю.

Верный ответ б.

Ответ на задание 7. Равнодействующая F_{13} сил F_1 и F_3, направленных противоположно друг другу, равна их разности (рис. 73):

$$F_{13} = F_1 - F_3 =$$
$$= 6\ \text{Н} - 2\ \text{Н} = 4\ \text{Н}.$$

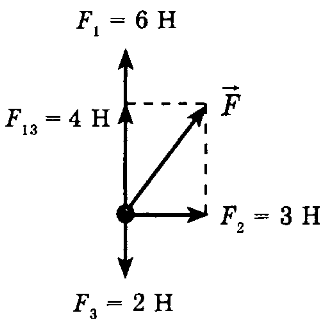


Рис. 73

Равнодействующую всех трех сил F найдем, сложив векторы сил $\vec{F}_{13}$ и $\vec{F}_2$.

По теореме Пифагора модуль равнодействующей

$$F = \sqrt{F_{13}^2 + F_2^2} = \sqrt{4^2 + 3^3}\ \text{Н} = 5\ \text{Н}.$$

Массу тела найдем из второго закона Ньютона:

$$m = \frac{F}{a} = \frac{5}{2}\text{ кг} = 2{,}5\text{ кг}.$$

Ответ на задание 8. По второму закону Ньютона произведение массы тела m и его ускорения a равно разности сил тяги $F_{\text{тяги}}$ и трения $F_{\text{тр}}$: $ma = F_{\text{тяги}} - F_{\text{тр}}$, откуда $F_{\text{тяги}} = ma + F_{\text{тр}}$. Из сравнения уравнения координаты в общем виде $x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$ и данного уравнения $x = 2 + 4t + t^2$ следует, что $\frac{a}{2} = 1$ м/с², откуда ускорение $a = 2$ м/с². Подставим численные значения в формулу силы тяги: $F_{\text{тяги}} = ma + F_{\text{тр}} = 4\text{ кг} \cdot 2\text{ м/с}^2 + 3\text{ Н} = 11\text{ Н}$.

Ответ на задание 9. Вес груза, равный силе тяжести mg, равен векторной сумме сил натяжения канатов $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Треугольник, образованный векторами этих сил, прямоугольный (рис. 74).

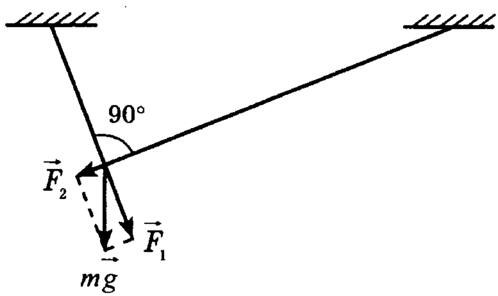


Рис. 74

По теореме Пифагора $mg = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$, откуда

$$m = \frac{\sqrt{F_1^2 + F_2^2}}{g} = \frac{\sqrt{8^2 + 6^2}}{10}\text{ Н} = 1\text{ Н}.$$

Ответ на задание 10. Запишем второй закон Ньютона для первого и второго условий: $F = m_1a_1$ и $2F = m_2a_2$. Отсюда $2m_1a_1 = m_2a_2$, $a_2 = 2a_1\dfrac{m_1}{m_2} = 2\cdot 2\dfrac{0,6}{3}$ м/с² $= 0,8$ м/с².

Ответ на задание 11. Из графика на рис. 41 следует, что тело движется вниз с ускорением, численно равным тангенсу угла наклона графика к оси времени:

$$a = \operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{6}\ \text{м/с}^2 = 0,5\ \text{м/с}^2.$$

При движении вниз с ускорением вес определяется формулой $P = m(g - a) = 0,5(10 - 0,5)$ Н $= 4,75$ Н.

Ответ на задание 12. Сила трения определяется формулой $F_{тр} = \mu F_{давл}$, где сила давления равна весу тела: $F_{давл} = P = mg$. Следовательно,

$$F_{тр} = \mu mg = 0,8 \cdot 5 \cdot 10\ \text{Н} = 40\ \text{Н}.$$

Ответ на задание 13. Направление вектора силы совпадает с направлением вектора ускорения, поэтому правильное направление показывает вектор силы F_3.

Ответ на задание 14. Из второго закона Ньютона следует, что масса тела $m = \dfrac{F}{a}$. Ускорение найдем из графика на рис. 43: $a = \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{15-5}{4}$ м/с² $= 2,5$ м/с².

Вычислим массу: $m = \dfrac{100}{2,5}$ кг $= 40$ кг.

Ответ на задание 15. Обратимся к рис. 75. Вектор $ma_ц$ равнодействующей сил тяжести mg и натяжения $\vec{F_н}$ направлен по радиусу к центру окружности, по которой движется шарик. При увеличении угла отклонения нити α увеличится $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{ma_ц}{mg} = \dfrac{a_ц}{g}$. Поскольку ускорение свободного падения g не изменится, то центростремительное ускорение $a_ц$ увеличится.

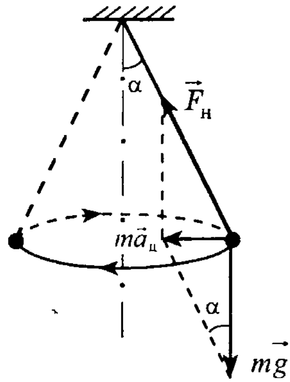


Рис. 75

Центростремительное ускорение связано с линейной скоростью шарика формулой $a_ц = \frac{v^2}{R}$, откуда линейная скорость $v = \sqrt{a_ц R}$. С увеличением угла α увеличатся и центростремительное ускорение, и радиус окружности, значит, линейная скорость тоже увеличится.

По теореме Пифагора сила натяжения нити

$F_н = \sqrt{(mg)^2 + (ma_ц)^2} = m\sqrt{g^2 + a_ц^2}$.

Поскольку масса шарика и ускорение свободного падения не изменятся, а центростремительное ускорение увеличится, то сила натяжения нити тоже увеличится.

Модуль линейной скорости	Центростремительное ускорение	Сила натяжения
1	1	1

Ответ на задание 16. Из третьего закона Ньютона следует, что силы, растягивающие обе пружинки, одинаковы. Из закона Гука $F = k_1x_1$ и $F = k_2x_2$, поэтому

$k_1x_1 = k_2x_2$, откуда $x_1 = x_2\frac{k_2}{k_1} = 4\frac{400}{200}$ см = 8 см.

Ответ на задание 17. Обратимся к рис. 76. В состоянии покоя сила трения равна проекции силы тяжести $F_{тр} = mg \sin \alpha$. Поскольку масса бруска m и ускорение свободного падения g от угла наклона плоскости не зависят, сила тяжести mg изменяться не будет, а сила трения $F_{тр}$ с увеличением угла α тоже будет увеличиваться. Реакция опоры $F_N = mg \cos \alpha$. При увеличении угла α $\cos \alpha$ будет уменьшаться, поэтому и сила реакции опоры тоже будет уменьшаться.

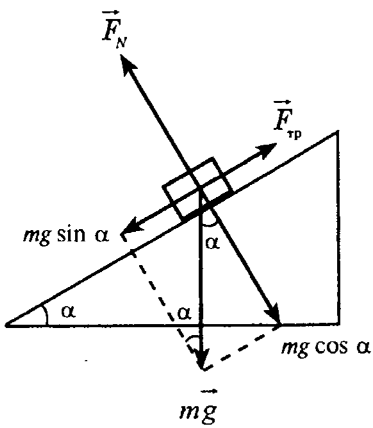


Рис. 76

Сила трения	Сила тяжести	Сила реакции опоры
1	2	3

Ответ на задание 18. До пережигания нити на верхний груз будет действовать сила, равная силе упругости пружины $F_{упр}$. А сила упругости пружины по третьему закону Ньютона равна сумме сил тяжести, приложенных к обоим грузам: $F_{упр} = (m_1 + m_2)g$.

Сразу после пережигания нити верхний груз приобретет ускорение, направленное вверх. Теперь на него будет действовать сила упругости, направленная вверх, и сила тяжести m_1g, направленная вниз. По второму закону Ньютона $m_1a = F_{упр} - m_1g$ или с учетом первого равенства $m_1a = (m_1 + m_2)g - m_1g = m_2g$, откуда

$$a = \frac{m_2}{m_1}g = \frac{40}{100}10 \text{ м/с}^2 = 4 \text{ м/с}^2.$$

Ответ на задание 19. На автомобиль действует сила тяжести $m\vec{g}$, направленная вертикально вниз. Она уравновешена силой реакции опоры $\vec{F}_N$, направленной вертикально вверх. Кроме того, на автомобиль действует сила тяги $\vec{F}_{тяги}$, направленная, допустим, вправо. Эта сила согласно первому закону Ньютона должна быть уравновешена силой сопротивления движению $\vec{F}_С$, которая направлена влево и равна по модулю силе тяги (рис. 77).

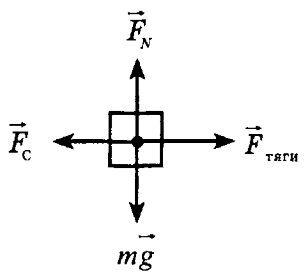


Рис. 77

Для модулей сил первый закон Ньютона примет вид $F_{тяги} = F_С$, $mg = F_N$.

По аналогии с силой трения сила сопротивления прямо пропорциональна силе давления автомобиля на дорожное полотно, $F_С = \mu F_{давл} = \mu F_N = \mu mg$, поэтому

$$F_{тяги} = \mu mg = 0{,}03 \cdot 500 \cdot 10 \text{ Н} = 1500 \text{ Н}.$$

Ответ на задание 20. На груз действуют четыре силы: сила тяжести $m\vec{g}$ со стороны Земли, сила реакции опоры $\vec{F}_N$, которая равна по модулю силе давления груза на опору $\vec{F}_{давл}$, сила $\vec{F}$, тянущая груз, и сила трения $\vec{F}_{тр}$, приложенная к грузу со стороны неровностей поверхности опоры (рис. 78).

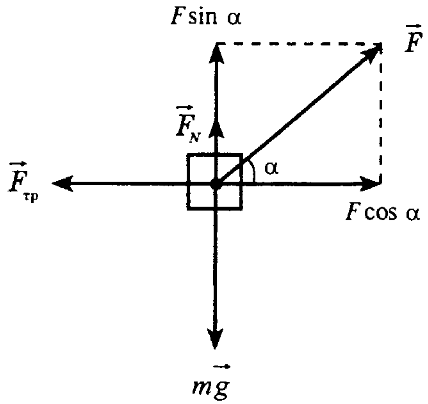


Рис. 78

Обратим внимание на то, что одна из сил, а именно сила $\vec{F}$, направлена под углом α к траектории движения. В этом случае следует разложить эту силу на две составляющие, которые оказывают на груз такое же действие, что и сила $\vec{F}$. Одну из этих составляющих $F\cos\alpha$ направим горизонтально, а вторую составляющую $F\sin\alpha$ направим перпендикулярно перемещению груза вертикально.

Согласно первому закону Ньютона:

$$F\cos\alpha = F_{тр}, \tag{1}$$

и

$$mg = F\sin\alpha + F_N, \tag{2}$$

где $F_{тр} = \mu F_N$, поэтому

$$F\cos\alpha = \mu F_N. \tag{3}$$

Однако здесь сила реакции опоры $\vec{F}_N$ не равна по модулю силе тяжести $\vec{mg}$, а меньше ее, поскольку вверх кроме $\vec{F}_N$ направлена еще и вертикальная составляющая $F \sin \alpha$, поэтому силу тяжести $\vec{mg}$ уравновешивают здесь обе силы F_N и $F \sin \alpha$ (если бы сила реакции опоры F_N стала равна силе тяжести mg, то сила $F \sin \alpha$ оказалась бы неуравновешенной, и тогда под действием этой силы груз стал бы двигаться вверх с ускорением).

Из равенства (2) найдем F_N:

$$F_N = mg - F \sin \alpha.$$

Подставим правую часть этого выражения вместо F_N в уравнение (3):

$$F \cos \alpha = \mu\,(mg - F \sin \alpha).$$

Отсюда, выполнив необходимые алгебраические преобразования, выразим искомую силу F:

$$F \cos \alpha = \mu mg - \mu F \sin \alpha,$$

$$F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) = \mu mg,$$

$$F = \frac{\mu\, mg}{\cos\alpha + \mu \sin\alpha} = \frac{0{,}3 \cdot 100 \cdot 10}{\cos 30^\circ + 0{,}3 \sin 30^\circ}\ \text{Н} = 294\ \text{Н}.$$

Ответ на задание 21. На брусок действуют три силы: сила тяжести со стороны Земли $\vec{mg}$, сила трения со стороны неровностей поверхности наклонной плоскости $\vec{F}_{тр}$ и сила реакции опоры $\vec{F}_N$ со стороны наклонной плоскости (рис. 79).

Поскольку брусок движется равномерно и прямолинейно, то по первому закону Ньютона все силы, действующие на него, уравновешены, так как скатывающая сила $mg \sin \alpha$ уравновешена силой трения $F_{тр}$, а сила $mg \cos \alpha$, прижимающая брусок к наклонной плоскости,

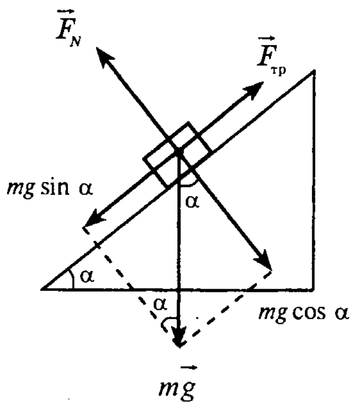


Рис. 79

уравновешена силой реакции опоры F_N, то для модулей проекций сил первый закон Ньютона примет вид

$$mg \sin\alpha = F_{тр} \text{ и } mg \cos\alpha = F_N.$$

Запишем формулу силы трения:

$$F_{тр} = \mu F_N.$$

Поскольку $F_N = mg \cos\alpha$, то

$F_{тр} = \mu mg \cos\alpha$ и $mg \sin\alpha = \mu mg \cos\alpha$, откуда

$\sin\alpha = \mu \cos\alpha$, $\mu = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha$.

Ответ на задание 22. Сила F будет минимальной, когда мы вытащим нижний брусок, перемещая его равномерно (рис. 49). В этом случае сила F по модулю будет равна сумме сил трения $F_{тр1}$ между нижним бруском и горизонтальной поверхностью и $F_{тр2}$ между верхним бруском и нижним, причем эти силы трения приложены к нижнему бруску и они уравновешивают внешнюю силу F. По первому закону Ньютона применительно к движению нижнего бруска для модулей сил:

$$F = F_{тр1} + F_{тр2}. \qquad (1)$$

Поскольку на горизонтальную поверхность давят оба бруска, то сила трения $F_{тр1}$, пропорциональная силе реакции опоры F_{N1}, будет больше силы трения $F_{тр2}$. По формуле силы трения:

$F_{тр1} = \mu F_{N1}$, где $F_{N1} = m_1 g + m_2 g = g(m_1 + m_2)$,
$F_{тр2} = \mu F_{N2}$, где $F_{N2} = m_2 g$.

Тогда $$F_{тр1} = \mu g(m_1 + m_2) \quad (2)$$

и $$F_{тр2} = \mu m_2 g. \quad (3)$$

Подставив (2) и (3) в (1), мы решим задачу:
$F = \mu g(m_1 + m_2) + \mu m_2 g = \mu g(m_1 + 2m_2) =$
$= 0{,}2 \cdot 10(2 + 2 \cdot 1)$ Н $= 8$ Н.

Ответ на задание 23. На тело действуют пять сил: сила тяжести $m\vec{g}$, сила давления $\vec{F}_{давл}$, сила реакции стены $\vec{F}_N$, сила $\vec{F}$, перемещающая его вверх, и сила трения $\vec{F}_{тр}$ (рис. 80).

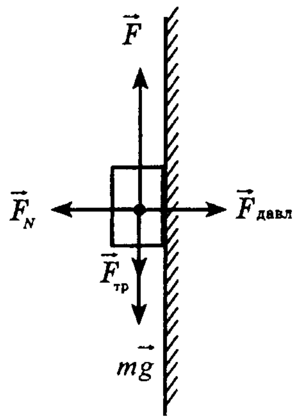


Рис. 80

По первому закону Ньютона для модулей сил:

$$F = F_{тр} + mg \text{ и } F_{давл} = F_N.$$

По формуле силы трения

$$F_{тр} = \mu F_{давл},$$

поэтому $F = \mu F_{давл} + mg = (0{,}1 \cdot 10 + 5 \cdot 10)$ Н $= 51$ Н.

Ответ на задание 24. На брусок со стороны поверхности действует в горизонтальном направлении сила реакции опоры $\vec{F}_N$ (рис. 81). По второму закону Ньютона

$$ma = F_N. \quad (1)$$

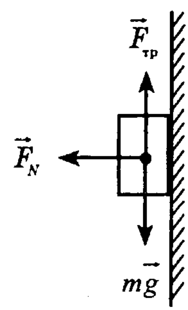


Рис. 81

В вертикальном направлении на брусок действуют уравновешивающие друг друга вниз сила тяжести $m\vec{g}$ и вверх сила трения $\vec{F}_{тр}$:

$$mg = F_{тр}, \qquad (2)$$

где $F_{тр} = \mu F_N$ или с учетом (1)

$$F_{тр} = \mu ma. \qquad (3)$$

Подставим (3) в (2): $mg = \mu ma$,

откуда $a = \dfrac{g}{\mu} = \dfrac{10}{0,5}$ м/с^2 = 20 м/с^2.

Ответ на задание 25. Пусть масса аэростата с грузом M. На него со стороны других тел действуют сила тяжести $M\vec{g}$, приложенная к аэростату со стороны Земли, выталкивающая (архимедова) сила $\vec{F}_А$, приложенная к аэростату со стороны воздушной среды, и сила сопротивления $\vec{F}_С$, приложенная к аэростату со стороны воздуха. Согласно первому закону Ньютона все эти силы уравновешены. Однако, если направление сил тяжести и архимедовой в обоих случаях неизменно (сила тяжести $M\vec{g}$ направлена вертикально вниз, а выталкивающая (архимедова) сила $\vec{F}_А$ направлена вертикально вверх), то направление силы аэродинамического сопротивления $\vec{F}_С$ при подъеме и спуске различно. Когда аэростат спускается, сила сопротивления направлена вверх, а когда он поднимается, она направлена вниз. Поэтому при опускании аэростата сила тяжести $M\vec{g}$, направленная вниз, уравновешена двумя силами: силой сопротивления $\vec{F}_С$ и выталкивающей силой $\vec{F}_А$, направленными вверх (рис. 82, *а*). Когда он поднимается, то вниз теперь направлены две силы: сила тяжести

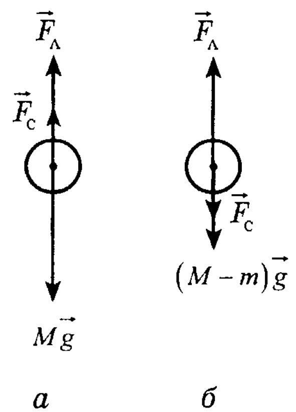


Рис. 82

$(M - m)\vec{g}$ и сила сопротивления $\vec{F}_С$, поэтому они вместе уравновешивают выталкивающую силу $\vec{F}_А$, направленную по-прежнему вверх (рис. 82, *б*). По первому закону Ньютона при спуске аэростата

$$Mg = F_С + F_А,$$

а при подъеме:

$$(M - m)g + F_С = F_А.$$

Подставим левую часть последнего равенства вместо силы $F_А$ в предыдущее уравнение:

$Mg = F_С + (M - m)g + F_С$, отсюда

$Mg = F_С + Mg - mg + F_С$,

$mg = 2F_С$.

Отсюда найдем искомую массу m сброшенного груза:

$m = \dfrac{2F_С}{g}$.

Ответ на задание 26. Согласно первому закону Ньютона канат будет сохранять состояние покоя, пока силы, действующие на него со стороны других тел, будут уравновешены.

На свешивающуюся часть каната действует сила тяжести $m\vec{g}$, приложенная к центру масс C, находящемуся посередине этой части каната (рис. 83), и сила натяжения $\vec{F}_Н$, направленная противоположно силе тяжести $m_1\vec{g}$. Поскольку эта часть каната покоится, значит, по первому закону Ньютона

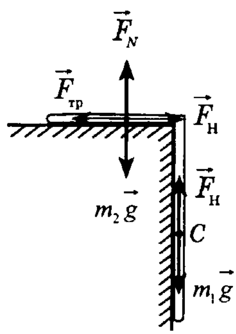


Рис. 83

$$m_1g = F_Н. \qquad (1)$$

Здесь m_1 — масса свешивающейся части каната.

На часть каната, лежащую на доске, действуют четыре силы: сила тяжести $m_2\vec{g}$, сила реакции опоры, т.е.

доски, $\vec{F}_N$, сила натяжения $\vec{F}_{\text{н}}$ и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$. Поскольку эта часть каната тоже покоится, то по первому закону Ньютона:

$$m_2 g = F_N \qquad (2)$$

и

$$F_{\text{н}} = F_{\text{тр}}. \qquad (3)$$

Здесь m_2 – масса части каната, лежащей на доске.

Из сопоставления уравнений (1) и (3) следует вывод, что сила тяжести $m_1 g$ численно равна силе трения $F_{\text{тр}}$:

$$m_1 g = F_{\text{тр}}. \qquad (4)$$

По формуле силы трения $F_{\text{тр}} = \mu F_N$, где $F_N = m_2 g$, поэтому $F_{\text{тр}} = \mu m_2 g$.

Подставим это выражение в формулу (4):

$$m_1 g = \mu m_2 g, \; m_1 = \mu m_2.$$

Теперь выразим массы частей каната m_1 и m_2 через их длины. Для этого воспользуемся формулой плотности вещества каната ρ: $\rho = \dfrac{m_2}{V_2}$, $\rho = \dfrac{m_1}{V_1}$, следовательно:

$$\frac{m_1}{V_1} = \frac{m_2}{V_2}.$$

Здесь V_1 и V_2 — объемы частей каната: свешивающейся и лежащей на столе соответственно. Их мы выразим через длины этих частей: свешивающуюся l и лежащую на столе $L - l$ и одинаковую по всей длине каната площадь его поперечного сечения S:

$$V_1 = lS \text{ и } V_2 = (L - l)S,$$

С учетом этого

$$\frac{\mu m_2}{lS} = \frac{m_2}{(L-l)S}, \; \frac{\mu}{l} = \frac{1}{L-l}, \; \mu(L - l) = l.$$

Отсюда $l = \dfrac{\mu L}{\mu + 1}$.

Ответ на задание 27. Выполним чертеж (рис. 84). Учтем, что силы натяжения канатов и сила сопротивления воды действуют в одной горизонтальной плоскости, поэтому всю картину удобнее рассматривать как бы сверху, чтобы горизонтальная плоскость совпала с плоскостью чертежа. Но тогда сила тяжести, действующая на лодку, будет направлена от нас за чертеж, а сила реакции воды — к нам от чертежа, поэтому на чертеже мы их показывать не будем.

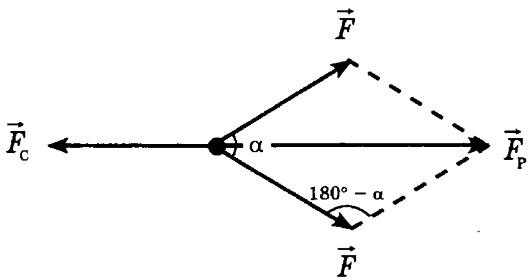


Рис. 84

На лодку действует пять сил: силы натяжения двух канатов $\vec{F}$ и $\vec{F}$, сила тяжести со стороны Земли $m\vec{g}$, сила реакции воды $\vec{F}_N$ и сила сопротивления $\vec{F}_С$.

Прежде чем записать первый закон Ньютона для модулей сил, обратим внимание на то, что силы натяжения канатов направлены под углом к траектории лодки. Здесь удобнее их не разлагать на составляющие, а, наоборот, сложить так, чтобы их равнодействующая $\vec{F}_Р$, равная векторной сумме этих сил, была сонаправлена с перемещением лодки и направлена противоположно силе сопротивления $\vec{F}_С$. Тогда по первому закону Ньютона для модулей этих сил:

$$F_Р = F_С \text{ и } mg = F_N.$$

Поскольку модули сил натяжения канатов равны друг другу и располагаются симметрично относительно траектории лодки, то равнодействующая этих сил $\vec{F}_Р$ является диагональю ромба, построенного на этих силах как на сторонах. Мы можем найти ее величину, воспользовавшись теоремой косинусов,

$$F_P = \sqrt{F^2 + F^2 - 2F \cdot F \cdot \cos(180° - \alpha)} = F\sqrt{2(1+\cos\alpha)}.$$

Тогда сила сопротивления движению лодки будет равна

$$F_C = F\sqrt{2(1+\cos\alpha)}.$$

Ответ на задание 28. По второму закону Ньютона $ma = F_H - mg$, откуда $F_H = ma + mg = m(a + g)$. Ускорение a определим из формулы $a = \frac{v - v_0}{t}$.

С учетом этого равенства

$$F_H = m\left(\frac{v - v_0}{t} + g\right) = m\left(\frac{5v_0 - v_0}{t} + g\right) = m\left(\frac{4v_0}{t} + g\right) =$$

$$= 0{,}4\left(\frac{4 \cdot 2}{2} + 10\right)\text{Н} = 5{,}6 \text{ Н}.$$

Ответ на задание 29. Поскольку парашютисты опускались равномерно, значит, сила сопротивления воздуха уравновешена силой тяжести в соответствии с первым законом Ньютона $F_{C1} = m_1g$ и $F_{C2} = m_2g$.

Согласно условию $F_{C1} = kv_1^2$ и $F_{C2} = kv_2^2$.

Подставим правые части этих выражений вместо сил сопротивлений в предыдущие формулы:

$kv_1^2 = m_1g$ и $kv_2^2 = m_2g$.

Теперь разделим левые и правые части этих равенств друг на друга и из полученной пропорции найдем искомую массу $\frac{kv_1^2}{kv_2^2} = \frac{m_1g}{m_2g}$.

Отсюда $m_2 = m_1\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = 75\left(\frac{5}{4}\right)^2$ кг $\approx$ 117 кг.

Ответ на задание 30. На груз действуют две противоположно направленные силы: сила $\vec{F}$, поднимающая его, и сила тяжести $m\vec{g}$, направленная вниз (рис. 85). Их равнодействующая $m\vec{a}$ по модулю равна разности этих сил согласно второму закону Ньютона: $ma = F - mg$, откуда

$$F = ma + mg = m(a + g). \qquad (1)$$

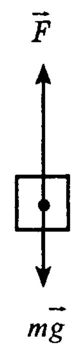


Рис. 85

Ускорение a найдем по формуле

$$a = \frac{v - v_0}{t}. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$F = m\left(\frac{v - v_0}{t} + g\right) = 0{,}4\left(\frac{10 - 2}{2}\right) \text{ Н} = 1{,}6 \text{ Н}.$$

Ответ на задание 31. Поскольку ускорение, с которым движется тело, больше ускорения свободного падения $g = 10$ м/с^2, сила, действующая на тело, направлена в сторону силы тяжести, т. е. тоже вниз (рис. 86). Тогда согласно второму закону Ньютона произведение массы тел и его ускорения равно сумме этих сил:

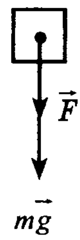


Рис. 86

$ma = F + mg$, откуда

$F = ma - mg = m(a - g) =$
$= 5(15 - 10)$ Н $= 25$ Н.

Ответ на задание 32. На опускающийся груз массой m действуют две силы: сила тяжести со стороны Земли, направленная вниз, и сила реакции пружины динамометра, равная по модулю силе F, растягивающей на пружину, но направленная вверх. Согласно второму закону Ньютона их равнодействующая по модулю равна разности этих сил: $ma = mg - F$, откуда

$$F = ma + mg = m(a + g), \qquad (1)$$

где $$a = \frac{\upsilon - \upsilon_0}{t}. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$F = m\left(\frac{\upsilon - \upsilon_0}{t} + g\right) = 5\left(\frac{8-2}{2} + 10\right)\text{ Н} = 65\text{ Н}.$$

Ответ на задание 33. На тепловоз, движущийся равноускоренно, действуют четыре силы: сила тяги, сила сопротивления, направленная противоположно и меньшая по модулю, сила тяжести и уравновешивающая ее сила реакции опоры (рис. 87). По второму закону Ньютона равнодействующая этих сил по модулю равна разности сил тяги и сопротивления: $ma = F_{\text{т}} - F_{\text{с}}$, откуда

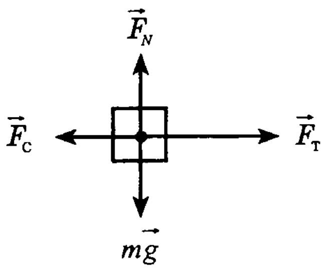


Рис. 87

$$F_{\text{с}} = F_{\text{т}} - ma, \qquad (1)$$

где из формулы $\upsilon^2 - \upsilon_0^2 = 2aS$

$$a = \frac{\upsilon^2 - \upsilon_0^2}{2S}. \qquad (2)$$

Теперь подставим (2) в (1): $F_{\text{с}} = F_{\text{т}} - m\dfrac{\upsilon^2 - \upsilon_0^2}{2S}$.

Выразим все величины в единицах СИ:
147 кН = $1{,}47 \cdot 10^5$ Н,
36 км/ч = 10 м/с, 54 км/ч = 15 м/с,
1000 т = 10^6 кг.

Произведем вычисления:

$$F_C = \left(1{,}47 \cdot 10^5 - 10^6 \frac{15^2 - 10^2}{2 \cdot 600}\right) \text{ Н} = 4{,}3 \cdot 10^4 \text{ Н}.$$

Ответ на задание 34. В верхней точке на шарик действуют две силы: сила тяжести, модуль которой равен mg, и сила реакции стержня, приложенная к шарику, который находится над стержнем в этой точке. Модуль этой силы при первой скорости шарика равен F_1. По второму закону Ньютона $ma_1 = mg + F_1$.

Мы поставили знак «плюс», предположив, что обе силы направлены в одну сторону — вниз. Из этой формулы

$$F_1 = ma_1 - mg = m(a_1 - g), \quad (1)$$

где

$$a_1 = \frac{\upsilon_1^2}{R}. \quad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$F_1 = m\left(\frac{\upsilon_1^2}{R} - g\right) = 0{,}1\left(\frac{4^2}{1} - 10\right) \text{ Н} = 0{,}6 \text{ Н}.$$

Аналогично, при второй скорости

$$F_2 = m\left(\frac{\upsilon_2^2}{R} - g\right) = 0{,}1\left(\frac{2^2}{1} - 10\right) \text{ Н} = -0{,}6 \text{ Н}.$$

Знак «минус» свидетельствует о том, что при такой малой скорости сила, приложенная к шарику, будет направлена вверх.

Ответ на задание 35. Пройденный путь при переменном движении можно найти по формуле $S = \upsilon_{ср} t$, где $\upsilon_{ср} = -\dfrac{F_{ср}}{k}$.

По второму закону Ньютона $F_{ср} = ma_{ср}$, где $a_{ср} = \dfrac{\upsilon - \upsilon_0}{t} = -\dfrac{\upsilon_0}{t}$ при $\upsilon = 0$.

С учетом этого

$$F_{ср} = m\left(-\frac{v_0}{t}\right) \text{ и } v_{ср} = -\frac{m}{k}\left(-\frac{v_0}{t}\right) = \frac{mv_0}{kt}.$$

Подставив правую часть этого выражения в первую формулу, получим

$$S = \frac{mv_0}{kt}t = \frac{m}{k}v_0 = \frac{2}{0,2}8 = 80 \text{ м}.$$

Ответ на задание 36. Поскольку на грузы будут действовать постоянные и неуравновешенные силы, грузы будут двигаться равноускоренно. Покажем эти силы на нашем чертеже (рис. 88). На левый груз будут действовать направленная вниз сила тяжести m_1g и направленная вверх сила натяжения нити $F_н$, на правый — направленная вверх и такая же по модулю сила натяжения нити $F_н$, а вниз — сила тяжести m_2g. По второму закону Ньютона равнодействующая сил тяжести и натяжения, приложенных к левому, более тяжелому грузу, движущемуся с ускорением вниз, равна

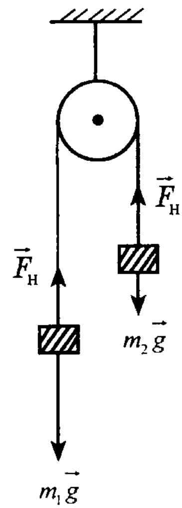


Рис. 88

$$m_1a = m_1g - F_н. \qquad (1)$$

Равнодействующая сил натяжения и тяжести, приложенных к правому, более легкому грузу, движущемуся с ускорением вверх, равна

$$m_2a = F_н - m_2g. \qquad (2)$$

Сложим уравнения (1) и (2):

$m_1a + m_2a = m_1g - F_н + F_н - m_2g,$

$a(m_1 + m_2) = g(m_1 - m_2),$

откуда
$$a = \frac{g(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}. \qquad (3)$$

При $v_0 = 0$ $v^2 = 2ah$, откуда $v = \sqrt{2ah}$, или с учетом (3)

$$v = \sqrt{2gh\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}} = \sqrt{2\cdot 10\cdot 1\frac{0{,}8-0{,}2}{0{,}8+0{,}2}}\ \text{м/с} = 3{,}5\ \text{м/с}.$$

Ответ на задание 37. На шар при движении вагона по закруглению действуют направленные под углом друг к другу силы тяжести $m\vec{g}$ и натяжения веревки $\vec{F}_N$. Их равнодействующая, модуль которой равен $ma_ц$, направлена по радиусу к центру закругления и является катетом в прямоугольном треугольнике, образованном ею и этими силами (рис. 75).

Из этого треугольника следует, что

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{ma_ц}{mg} = \frac{a_ц}{g}. \tag{1}$$

Ускорение поезда связано с его скоростью и радиусом закругления формулой

$$a_ц = \frac{v^2}{R}. \tag{2}$$

Подставим (2) в (1): $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{v^2}{gR}$, откуда

$$v = \sqrt{gR\operatorname{tg}\alpha} = \sqrt{10\cdot 10\cdot \operatorname{tg}45^\circ}\ \text{м/с} = 10\ \text{м/с}.$$

Ответ на задание 38. По второму закону Ньютона $m_1a = F_1 - F_Н$. Здесь m_1 — масса части стержня, составляющей $\frac{3}{4}$ его длины (рис. 51).

Аналогично, применительно другой части стержня, составляющей четверть его длины, $m_2a = F_Н - F_2$.

Выразим массы частей стрежня m_1 и m_2 через их длины:

$$m_1 = \rho V_1 = \rho\frac{3}{4}lS \text{ и } m_2 = \rho V_2 = \rho\frac{1}{4}lS.$$

Здесь ρ — плотность стержня, V_1 и V_2 — объемы его частей, l — длина стержня, S — площадь его поперечного сечения. С учетом этих равенств два первых уравнения примут вид $\rho\frac{3}{4}lS = F_1 - F_н$ и $\rho\frac{1}{4}lS = F_н - F_2$.

Теперь разделим два последних равенства друг на друга и после сокращений из полученного выражения найдем силу натяжения:

$$\frac{\rho 3lS \cdot 4}{4\rho lS} = \frac{F_1 - F_н}{F_н - F_2},$$

$$F_1 - F_н = 3F_н - 3F_2, \;\; 4F_н = F_1 + 3F_2,$$

$$F_н = \frac{F_1 + 3F_2}{4} = \frac{10 + 3 \cdot 4}{4} \text{ Н} = 5{,}5 \text{ Н}.$$

Ответ на задание 39. Сила сопротивления окружающей среды $\vec{F}_c$ направлена по касательной к траектории мяча против направления его движения. В высшей точке траектории она направлена влево. Эта сила сообщает ускорение $\vec{a}_1$, вектор которого направлен в ту же сторону, что и сила сопротивления (рис. 89). Кроме силы сопротивления на мяч действует сила тяжести $m\vec{g}$, сообщающая ему ускорение свободного падения $\vec{g}$. Полное ускорение $\vec{a}$ равно векторной сумме ускорений $\vec{a}_1$ и $\vec{g}$, а его модуль может быть найден по теореме Пифагора: $a = \sqrt{g^2 + a_1^2}$.

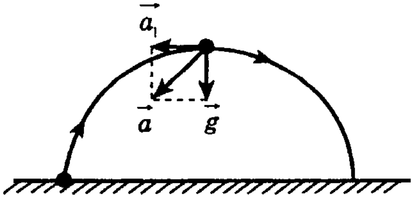


Рис. 89

Ускорение a_1 найдем, применив второй закон Ньютона: $a_1 = \frac{F_C}{m}$. Подставим правую часть этого равенства в предыдущую формулу

$$a = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F_C}{m}\right)^2} = \sqrt{10^2 + \left(\frac{2}{0{,}4}\right)^2} \text{ м/с}^2 = 11{,}2 \text{ м/с}^2.$$

Ответ на задание 40. По второму закону Ньютона

$$a = \frac{F_1}{m}. \qquad (1)$$

По закону Гука модуль этой силы пропорционален деформации шнура $F_1 = kx_1$.

Поэтому, в случае деформации x_2

$$F_2 = kx_2. \qquad (3)$$

Разделим равенства (2) и (3) друг на друга. При этом жесткость шнура сократится, и определим нужную нам силу F:

$\frac{F_1}{F_2} = \frac{kx_1}{kx_2}$, $\frac{F_1}{F_2} = \frac{x_1}{x_2}$, откуда

$$F_1 = \frac{F_2 x_1}{x_2}. \qquad (4)$$

Подставим (4) в (1): $a = \frac{F_2 x_1}{m x_2}$.

Выразим все величины в единицах СИ:
100 г = 0,1 кг, 4 см = 0,04 м, 1 см = 0,01 м.
Произведем вычисления:

$$a = \frac{0{,}1 \cdot 0{,}04}{0{,}1 \cdot 0{,}01} \text{ м/с}^2 = 4 \text{ м/с}^2.$$

Ответ на задание 41. Силу сопротивления можно найти по второму закону Ньютона: $F_C = ma$, где a — ускорение на пути S.

На этом пути лыжник движется с замедлением, и его конечная скорость $\upsilon = 0$. Поэтому здесь пригодится формула $0 - \upsilon_{01}^2 = -2aS$, откуда $a = \frac{\upsilon_{01}^2}{2S}$.

С учетом этого $$F_C = m\frac{\upsilon_{01}^2}{2S}. \quad (1)$$

Здесь υ_{01} — скорость в конце спуска с горы, равная начальной скорости лыжника на горизонтальном участке. Ее можно найти, применив закон сохранения механической энергии к движению лыжника на спуске. Согласно этому закону его потенциальная энергия mgh на вершине горы равна кинетической энергии $\frac{m\upsilon_{01}^2}{2}$ у ее основания: $mgh = \frac{m\upsilon_{01}^2}{2}$, откуда

$$\upsilon_{01}^2 = 2gh. \quad (2)$$

Подставив правую часть равенства (2) в формулу (1), получим

$$F_C = m\frac{2gh}{2S} = mg\frac{h}{S} = 80 \cdot 10\frac{30}{150}\ \text{Н} = 160\ \text{Н}.$$

Ответ на задание 42. На автомобиль при торможении действуют три силы: сила тяжести $m\vec{g}$, сила реакции опоры $\vec{F}_N$ и сила трения $\vec{F}_{тр}$. Первые две силы уравновешивают друг друга, неуравновешенной остается сила трения, поэтому именно ее модуль по второму закону Ньютона равен произведению массы автомобиля на его ускорение $F_{тр} = ma$. Сила трения равна произведению коэффициента трения на силу давления автомобиля, модуль которой по третьему закону Ньютона равен силе реакции опоры, поэтому $F_{тр} = \mu F_N$.

Приравняем правые части этих равенств:

$ma = \mu F_N$, где $F_N = mg$,

поэтому $ma = \mu mg$ и $a = \mu g = 0{,}8 \cdot 10$ м/с^2 = 8 м/с^2.

При равнозамедленном движении конечная скорость автомобиля определяется формулой $v = v_0 - at$. Поскольку $v = 0$, $0 = v_0 - at$, откуда $t = \frac{v_0}{a} = \frac{20}{8}$ с = 2,5 с.

Ответ на задание 43. Сила тяжести $m_0 g$, действующая на тело на поверхности Земли, согласно закону всемирного тяготения равна $m_0 g = G\frac{m_0 m}{R^2}$, откуда $g = G\frac{m}{R^2}$.

Здесь m_0 — масса тела.

Аналогично, на поверхности Луны

$$m_0 g_1 = G\frac{m_0 m_1}{R_1^2},\quad g_1 = G\frac{m_1}{R_1^2}.$$

Разделим левые и правые части этих равенств друг на друга $\frac{g}{g_1} = \frac{GmR_1^2}{Gm_1R^2}$, $\frac{g}{g_1} = \frac{m}{m_1}\left(\frac{R_1}{R}\right)^2$, или с учетом условия задачи $\frac{g}{g_1} = \frac{81m_1}{m_1}\left(\frac{R_1}{3,7R_1}\right)^2$, $\frac{g}{g_1} = \frac{81}{3,7^2} = 5,9$, откуда

$$g_1 = \frac{g}{5,9} = \frac{10}{5,9}\ \text{м/с}^2 = 1,7\ \text{м/с}^2.$$

Ответ на задание 44. По закону всемирного тяготения сила тяготения у поверхности планеты $F_1 = G\frac{mM}{R^2}$, где m — масса космического корабля, M — масса планеты, R — ее радиус, G — гравитационная постоянная. На расстоянии $3R$ от центра планеты на корабль действует сила тяготения

$$F_2 = G\frac{mM}{(3R)^2} = \frac{1}{9}G\frac{mM}{R^2} = \frac{F_1}{9} = \frac{900}{9}\ \text{Н} = 100\ \text{Н}.$$

Ответ на задание 45. На земной поверхности ускорение свободного падения можно определить по формуле $g_1 = G\frac{M}{R^2}$, а на высоте H $g_2 = G\frac{M}{(R+H)^2}$.

Разделим левые и правые части этих равенств друг на друга $\frac{g_1}{g_2} = \frac{GM(R+H)^2}{GMR^2} = \left(\frac{R+H}{R}\right)^2$.

По условию задачи $\frac{g_1}{g_2} = 9$, поэтому $\left(\frac{R+H}{R}\right)^2 = 9$, откуда $\frac{R+H}{R} = 3$, $R + H = 3R$, $H = 2R = 12\,800$ км.

Ответ на задание 46. Работа силы натяжения каната $A = mgH$, а мощность $N = \frac{A}{t} = \frac{mgH}{t}$.

А	Б
1	3

Ответ на задание 47. По закону сохранения механической энергии сумма потенциальной энергии бруска на вершине наклонной плоскости mgh и его начальной кинетической энергии $\frac{mv_0^2}{2}$ равна кинетической энергии бруска $\frac{mv^2}{2}$ у основания наклонной плоскости: $mgh + \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2}$, откуда $h = \frac{v^2 - v_0^2}{2g} = \frac{4-1}{2 \cdot 10}$ м = 0,15 м.

Ответ на задание 48. Потенциальная энергия шнура $E_p = \frac{kx^2}{2}$. Жесткость шнура k найдем из табличных данных. По закону Гука модуль силы упругости $F_{упр} = kx$, откуда $k = \frac{F_{упр}}{x} = \frac{0,8}{0,04}$ Н/м = 20 Н/м. С учетом этого $E_p = \frac{20 \cdot 0,04^2}{2}$ Дж = 0,016 Дж.

Ответ на задание 49. При равноускоренном движении проекция ускорения остается неизменной, поэтому на графике А (рис. 52) показана зависимость проекции ускорения от времени. Скорость увеличивается с течением времени линейно согласно формуле $v = v_0 + at$, поэтому на графике Б показана зависимость скорости от времени.

А	Б
3	2

Ответ на задание 50. Импульс второго велосипедиста в системе отсчета, связанной с первым велосипедистом, движущимся в противоположном направлении, $p_{21} = p_2 - p_1 = -3mv - mv = -4mv$. А модуль импульса равен $4mv$.

Ответ на задание 51. Модуль ускорения мяча a при свободном падении есть ускорение свободного падения: $a = g$, которое в полете не изменяется. Проекция импульса мяча на горизонтальное направление $p_x = mv_x$. Поскольку ни масса мяча, ни проекция его горизонтальной скорости v_x в полете не меняются, то и проекция импульса мяча на горизонтальное направление p_x не меняется тоже (рис. 90).

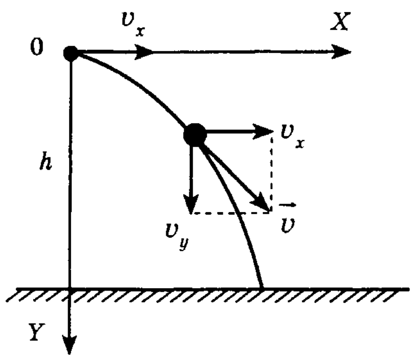


Рис. 90

Но проекция скорости мяча на вертикальное направление v_y будет увеличиваться, поскольку мяч движется относительно оси OY с ускорением свободного падения. Значит, и модуль скорости мяча $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ тоже будет увеличиваться. Потенциальная энергия мяча $E_p = mgh$ с уменьшением высоты h мяча над землей при неизменных m и g будет уменьшаться.

v	a	p_x	E_p
1	2	2	3

Ответ на задание 52. Сила трения $F_{тр} = \mu F_N$, откуда коэффициент трения $\mu = \dfrac{F_{тр}}{F_N}$. По второму закону Ньютона $F_{тр} = ma$. Модуль ускорения шайбы найдем из уравнения $v(t) = v_0 - at$. Из сравнения с приведенным в условии уравнением $v(t)$ модуль ускорения $a = 5$ м/с^2. Сила реакции опоры $F_N = mg$. С учетом этих значений

$$\frac{ma}{mg} = \frac{a}{g} = \frac{5}{10} = 0,5.$$

Ответ на задание 53. По закону сохранения импульса сумма импульса пустой платформы и импульса щебня до попадания на платформу равна суммарному импульсу платформы со щебнем. Но проекция импульса падавшего щебня на направление движения платформы равна нулю, так как щебень падал перпендикулярно вектору ее скорости. Поэтому закон сохранения импульса в этом случае примет вид: импульс пустой платформы m_1v_1 равен суммарному импульсу платформы со щебнем $(m_1 + m_2)v$:

$m_1v_1 = (m_1 + m_2)v$, откуда

$$v = \frac{m_1v_1}{m_1 + m_2} = \frac{500 \cdot 0,2}{500 + 100} \text{ кг} = 0,17 \text{ м/с}.$$

Ответ на задание 54. Согласно основному закону динамики импульс силы $F\Delta t$, полученный преградой, равен изменению импульса пули $\Delta(mv)$:

$$F\Delta t = \Delta(mv).$$

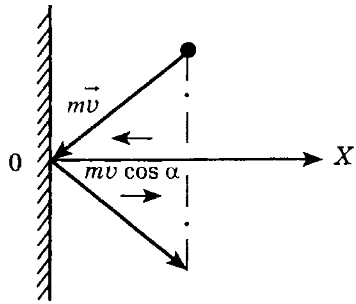


Рис. 91

Из рис. 91 следует, что

$\Delta(mv) = mv \cos 60° - (-mv \cos 60°) = 2mv \cos 60°.$

Следовательно,

$F\Delta t = 2mv \cos 60° = 2 \cdot 0{,}2 \cdot 50 \cdot \cos 60°$ Н · с = 10 Н · с.

Ответ на задание 55. Потенциальная энергия тела на высоте 1,5 м согласно закону сохранения механической энергии равна разности кинетической энергии в начале броска, равной 50 Дж, и кинетической энергии на высоте 1,5 м, равной согласно графику (рис. 53) 20 Дж:

E_p = 50 Дж − 20 Дж = 30 Дж.

Ответ на задание 56. Согласно второму закону Ньютона импульс силы $F\Delta t$, действующей на плечо при стрельбе, равен изменению импульса пуль. Но до выстрела импульс пуль был равен нулю, потому что была равна нулю их скорость. Значит, изменение импульса пуль равно самому импульсу пуль сразу после выстрела Nmv. Поэтому $F\Delta t = Nmv$, откуда

$$F = \frac{Nmv}{\Delta t} = \frac{300 \cdot 0{,}01 \cdot 300}{60} \text{ Н} = 15 \text{ Н}.$$

Ответ на задание 57. До выстрела суммарный импульс охотника и дроби был равен нулю, так как они были неподвижны. По закону сохранения импульса сумма модуля импульса охотника m_1v и проекции импульса дроби на направление движения лодки $m_2v_2 \cos \alpha$ должна остаться равной нулю (рис. 92):

$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \cos\alpha,$$

откуда $v_1 = -\dfrac{m_2 v_2 \cos\alpha}{m_1} =$

$= -\dfrac{0{,}035 \cdot 320 \cos\alpha}{70}$ кг $=$

$= -0{,}08$ м/с $= -8$ см/с.

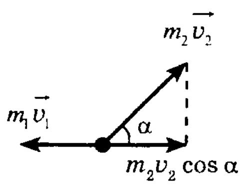


Рис. 92

Знак «минус» означает, что лодка после выстрела будет двигаться в направлении, противоположном направлению оси OX, на которую мы спроецировали импульс дроби, т.е. охотник поедет «назад».

Ответ на задание 58. Работа по поднятию груза определяется произведением модуля силы на модуль перемещения и на косинус угла между векторами силы и перемещения: $A = Fh \cos\alpha$.

Поскольку груз перемещается в направлении действия силы, угол $\alpha = 0°$. Тогда

$A = Fh = 3 \cdot 5$ Дж $= 15$ Дж.

Ответ на задание 59. Мощность двигателя автомобиля определим по формуле $N = Fv \cos\alpha$, где $\alpha = 0°$ и $\cos\alpha = 1$, поэтому

$$N = Fv. \qquad (1)$$

Средняя скорость автомобиля на пути S равна отношению этого пути ко времени его прохождения или равна полусумме начальной и конечной скоростей: $v_{ср} = \dfrac{S}{t}$ и $v_{ср} = \dfrac{v_0 + v}{2} = \dfrac{v}{2}$, поэтому $\dfrac{S}{t} = \dfrac{v}{2}$, откуда

$$v = \frac{2S}{t}. \qquad (2)$$

Силу тяги двигателя найдем по второму закону Ньютона:

$$F = ma. \qquad (3)$$

Ускорение a найдем из формулы пути при равноускоренном движении без начальной скорости $S = \frac{at^2}{2}$, откуда

$$a = \frac{2S}{t^2}. \quad (4)$$

Подставим (4) в (3):

$$F = m\frac{2S}{t^2}. \quad (5)$$

Нам осталось подставить (2) и (5) в (1), и задача будет решена: $N = m\frac{2S}{t^2} \cdot \frac{2S}{t} = \frac{4mS^2}{t^3} =$

$= \frac{4 \cdot 1000 \cdot 20^2}{2^3}$ Вт = 200 000 Вт = 200 кВт.

Ответ на задание 60. Работа при упругой деформации определяется формулой

$$A = \frac{k{x_2}^2}{2}. \quad (1)$$

Жесткость пружины k определим из закона Гука: $F = k{x_1}^2$, откуда

$$k = \frac{F}{x_1}. \quad (2)$$

Подставим (2) в (1)

$A = \frac{F{x_2}^2}{2x_1} = \frac{1000 \cdot 0,1^2}{2 \cdot 0,01}$ Дж = 500 Дж.

Ответ на задание 61. При ударе о преграду кинетическая энергия вагона превратилась в потенциальную энергию пружин двух буферов. По закону сохранения механической энергии $E_k = 2E_p$, где $E_k = \frac{mv^2}{2}$ и $E_p = \frac{k{x_1}^2}{2}$.

Подставим в первую формулу правые части двух последних равенств: $\frac{mv^2}{2} = 2\frac{k{x_1}^2}{2}$, $mv^2 = 2k{x_1}^2$, откуда

$$v = x_1\sqrt{\frac{2k}{m}}. \quad (1)$$

Жесткость пружины найдем из закона Гука:
$F = kx_2$, откуда

$$k = \frac{F}{x_2}. \quad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$v = x_1\sqrt{\frac{2F}{mx_2}} = 0{,}1\sqrt{\frac{2\cdot 10\,000}{20\,000\cdot 0{,}01}} \text{ м/с} = 1 \text{ м/с}.$$

Ответ на задание 62. За время, пока брусок будет соскальзывать с наклонной плоскости длиной l, оно переместится в горизонтальном направлении (т. е. в направлении оси Ox) на расстояние, равное длине основания клина (рис. 93). Согласно теореме Пифагора длина этого основания $r = \sqrt{l^2 - h^2}$.

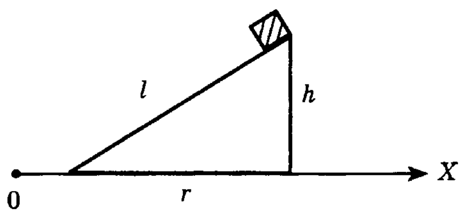


Рис. 93

При этом брусок будет двигаться равноускоренно. Пусть средняя скорость бруска относительно клина, с которой брусок переместился на расстояние r вдоль оси OX, равна $v_{\text{ср}1}$. По формуле средней скорости $v_{\text{ср}1} = \frac{r}{t} = \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{t}$ за время, пока брусок будет перемещаться на расстояние r, клин пройдет расстояние S, двигаясь относительно неподвижного наблюдателя со средней скоростью $v_{\text{ср}2} = \frac{S}{t}$.

По закону сохранения импульса сумма импульсов бруска и клина в процессе их движения должна быть равна нулю, поскольку до начала движения она тоже была равна нулю. Клин вместе с бруском движется вправо, а брусок при этом одновременно движется влево, поэтому в проекциях на ось OX закон сохранения импульса будет выглядеть так:

$$mv_{p1} = (m + M)v_{\text{ср}2}.$$

Подставим в это уравнение значения средних скоростей бруска и клина и определим из полученного выражения искомый путь S:

$$m\frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{t} = (m + M)\frac{S}{t}, \text{ откуда } S = \frac{m\sqrt{l^2 - h^2}}{m + M}.$$

Ответ на задание 63. Кинетическая энергия обоих шаров после удара определяется формулой

$$E_k = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2}, \qquad (1)$$

где скорость обоих шаров после удара v можно найти из закона сохранения импульса. Согласно этому закону импульс первого шара до удара m_1v_1 равен суммарному импульсу обоих шаров после удара, поскольку удар неупругий и импульс второго шара m_2v_2 до удара был равен нулю, так как этот шар до удара покоился: $m_1v_1 = (m_1 + m_2)v$, откуда

$$v = \frac{m_1v_1}{m_1 + m_2}. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1): $E_k = \dfrac{(m_1 + m_2)(m_1v_1)^2}{2(m_1 + m_2)^2} =$

$$= \frac{(m_1v_1)^2}{2(m_1 + m_2)} = \frac{(0{,}5 \cdot 10)^2}{2(0{,}5 + 0{,}2)} \text{ Дж} = 18 \text{ Дж}.$$

Ответ на задание 64. По закону сохранения механической энергии начальная кинетическая энергия тела E_{k0} равна сумме его кинетической E_k и потенциальной

E_p энергий на любой промежуточной высоте, поэтому запишем $E_{k0} = E_p + E_k = 2E_p$, поскольку $E_p = E_k$.

По формуле кинетической и потенциальной энергий $E_{k0} = \frac{mv_0^2}{2}$ и $E_p = mgh$.

Подставим правые части этих равенств в первую формулу: $\frac{mv_0^2}{2} = 2mgh$, откуда $h = \frac{v_0^2}{4g} = \frac{4^2}{4 \cdot 10}$ м = 0,4 м.

Ответ на задание 65. Применим для решения этой задачи закон сохранения механической энергии, согласно которому сумма кинетической энергии гири $\frac{mv_0^2}{2}$ и ее потенциальной энергии mgh на высоте h равна потенциальной энергии сжатой пружины $\frac{kx_2^2}{2}$:

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh = \frac{kx_2^2}{2}.$$

Отсюда
$$x_2 = \sqrt{\frac{2}{k} m\left(\frac{v_0^2}{2} + gh\right)}. \quad (1)$$

Жесткость пружины k найдем, приравняв согласно третьему закону Ньютона силу тяжести, действующую на гирю, силе упругости пружины $mg = F_{упр}$, где по закону Гука модуль силы упругости $F_{упр} = kx_1$, поэтому $mg = kx_1$, откуда

$$k = \frac{mg}{x_1}. \quad (2)$$

Подставив правую часть равенства (2) в формулу (1) получим окончательно:

$$x_2 = \sqrt{\frac{2x_1}{mg} m\left(\frac{v_0^2}{2} + gh\right)} = \sqrt{\frac{2x_1}{g}\left(\frac{v_0^2}{2} + gh\right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}001}{10}\left(\frac{0{,}2^2}{2} + 10 \cdot 0{,}1\right)}\ \text{м} = 0{,}014\ \text{м}.$$

Ответ на задание 66. Кинетическая энергия снаряда в высшей точке траектории (рис. 29):

$$E_k = \frac{m(v_0 \cos\alpha)^2}{2} = \frac{5\left(400 \cos 60^\circ\right)^2}{2}\ \text{Дж} = 100\ 000\ \text{Дж} =$$

$= 100$ кДж.

Ответ на задание 67. Из сравнения уравнения координаты в общем виде $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$ с данным в условии уравнением $x = 2 + 3t + 2t^2$ следует, что проекция начальной скорости точки $v_{0x} = 3$ м/с, а половина проекции ускорения $\frac{a_x}{2} = 2$ м/с^2, поэтому проекция ускорения точки $a_x = 4$ м/с^2. Найдем проекцию скорости точки через время $t_1 = 4$ с:

$v_x = v_{0x} + at_1 = 3$ м/с $+ 4$ м/с$^2 \cdot 4$ с $= 19$ м/с.

Импульс точки

$p = mv_x = 0{,}05 \cdot 19$ кг $\cdot$ м/с $= 0{,}95$ кг $\cdot$ м/с.

Кинетическая энергия точки

$$E_k = \frac{mv_x^2}{2} = \frac{0{,}05 \cdot 19^2}{2}\ \text{Дж} = 9{,}03\ \text{Дж}.$$

Ответ на задание 68. Согласно формуле мощности $N = \frac{A}{t}$ работа $A = Nt$, значит, единица работы Дж = = Вт $\cdot$ с. Поэтому можно считать одинаковыми величины 4 Дж и 4 Вт $\cdot$ с.

Верный ответ 3.

Ответ на задание 69. Выполним чертеж, на котором покажем все силы, приложенные к шару (рис. 94). На него действуют: сила тяжести mg, сила трения $F_{тр}$, сила реакции опоры F_N и сила натяжения нити $F_н$. Разложим силу тяжести на скатывающую $mg\sin\alpha$ и прижимающую к дну ящика $mg\cos\alpha$. При равновесии шара $mg\sin\alpha = F_н + F_{тр}$, а также согласно равенству моментов сил трения и натяжения относительно оси вращения, проходящей через точку O, $F_н R = F_{тр} R$, откуда $F_н = F_{тр}$.

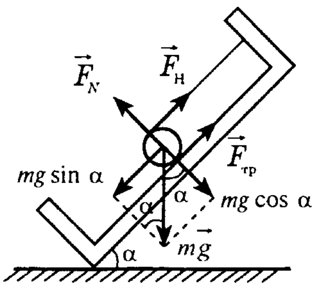


Рис. 94

Здесь R — радиус шара, который является плечом сил трения и натяжения.

С учетом этого $mg\sin\alpha = 2F_{тр}$, где $F_{тр} = \mu mg\cos\alpha$, поэтому $mg\sin\alpha = 2\mu mg\cos\alpha$, откуда

$\operatorname{tg}\alpha = 2\mu = 2 \cdot 0,5 = 1$ и $\alpha = 45°$.

Ответ на задание 70. Пусть труба поворачивается вокруг точки O (рис. 95). На нее действуют две силы: сила тяжести mg, приложенная к середине трубы, и сила

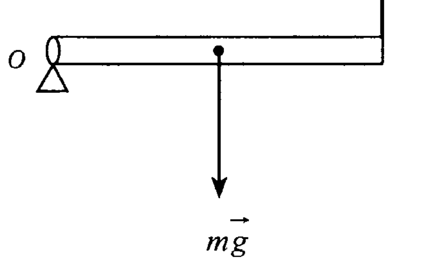


Рис. 95

F, приложенная к ее концу. Труба еще будет в равновесии, если алгебраическая сумма моментов этих сил будет равна нулю. Момент силы тяжести положителен, ведь она вращает трубу по часовой стрелке, а момент силы F отрицателен, поскольку эта сила вращает трубу против часовой стрелки. Поэтому $M_1 - M_2 = 0$.

Момент силы тяжести M_1 равен произведению этой силы и ее плеча. А плечо силы тяжести, т.е. кратчайшее расстояние от линии действия этой силы до оси вращения трубы, т. е. до точки O, равно половине длины трубы. Поэтому $M_1 = mg\frac{l}{2}$.

Момент силы F равен произведению этой силы и ее плеча, которое равно длине трубы l. Поэтому $M_2 = Fl$.

Подставив правые части двух последних формул в первую, получим $mg\frac{l}{2} - Fl = 0$,

откуда $F = \frac{mg}{2} = \frac{14 \cdot 10}{2}$ Н = 70 Н.

Ответ на задание 71. Согласно условию равновесия момент силы тяжести M_1, вращающей доску по часовой стрелке, равен моменту силы натяжения M_2, вращающей ее против часовой стрелки: $M_1 = M_2$.

Момент силы тяжести

$$M_1 = mg\frac{l}{2}\cos\alpha,$$

где m = 2 кг — масса доски, l — ее длина, $\frac{l}{2}\cos\alpha$ — плечо силы тяжести (рис. 96).

Момент силы натяжения $M_2 = F_{н}l$. Здесь плечом силы натяжения является длина доски.

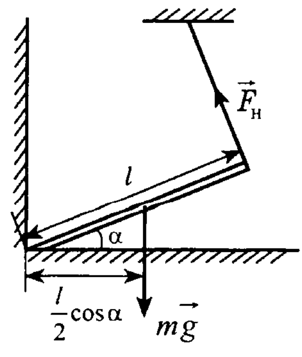


Рис. 96

Следовательно, согласно первому равенству

$mg\frac{l}{2}\cos\alpha = F_н l$, откуда

$$F_н = \frac{1}{2}mg\cos\alpha = \frac{1}{2}2\cdot 10\cos 60^\circ\ \text{Н} = 5\ \text{Н}.$$

Ответ на задание 72. Момент силы тяжести mg равен произведению силы тяжести и ее плеча l:

$$M = mgl.$$

Из рис. 97 следует, что плечо силы тяжести $l = L\sin\alpha$.

Поэтому $M = mgL\sin\alpha =$
$= 0{,}5 \cdot 10 \cdot 0{,}8 \sin 30^\circ$ Н · м $=$
$= 2$ Н · м.

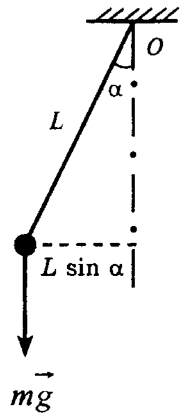


Рис. 97

Ответ на задание 73. Выталкивающая (архимедова) сила $F_А = \rho g V$, где $V = a^3$ — объем кубика. Поэтому

$$F_А = \rho g a^3.$$

Давление воды на нижнюю грань кубика $p = \rho g(a + h)$.

А	Б
1	4

Ответ на задание 74. При равновесии шара его вес $P = mg$ равен сумме силы давления дна на шар, равной по третьему закону Ньютона силе давления шара на дно $F_{давл}$, и архимедовой выталкивающей силе $F_А$:

$P = F_{давл} + F_А$, где по условию задачи $F_{давл} = \frac{P}{2}$, поэтому $P = \frac{P}{2} + F_А$ и $\frac{P}{2} = F_А$, или $\frac{mg}{2} = F_А$.

Здесь $m = \rho_ш V$, где $\rho_ш$ — плотность шара, V — его объем, $F_А = \rho_в g \frac{V}{3}$.

Следовательно, $\frac{\rho_ш g V}{2} = \rho_в g \frac{V}{3}$, откуда

$\rho_ш = \frac{2}{3}\rho_в = \frac{2}{3}1000$ кг/м³ $= 667$ кг/м³.

Ответ на задание 75. Когда плавали все 4 бруска (рис. 98), то согласно условию плавания тел выталкивающая сила $F_{А1} = 4P_1$, где

$F_{А1} = \rho g V_1 = \rho g h_1 S.$

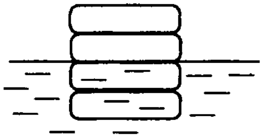


Рис. 98

Объем погруженных двух брусков $V_1 = h_1 S$, где $h_1 = 2h$.

Таким образом, $\rho g h_1 S = 4P_1$.

Аналогично, когда сняли один брусок, $\rho g h_2 S = 3P_1$.

Разделим эти равенства друг на друга:

$\frac{\rho g h_1 S}{\rho g h_2 S} = \frac{4P_1}{3P_1}$, $\frac{h_1}{h_2} = \frac{4}{3}$, откуда новая глубина погружения брусков $h_2 = \frac{3}{4}h_1$.

Следовательно, глубина погружения брусков изменится на $\Delta h = h_1 - \frac{3}{4}h_1 = \frac{h_1}{4}$, где $h_1 = 2h = 2 \cdot 2$ см $= 4$ см,

поэтому $\Delta h = \frac{4}{4}$ см $= 1$ см.

Ответ на задание 76. В воде архимедова сила $F_{А1} = P - P_1$, где $P = mg = \rho_т V g$ — вес тела в воздухе. С учетом этого запишем $\rho_в g V = \rho_т V g - P_1$.

Аналогично, в масле $\rho_м g V = \rho_т V g - P_2$.

Запишем эти выражения так: $P_1 = \rho_т V g - \rho_в g V$, или $P_1 = Vg(\rho_т - \rho_в)$.

Аналогично, применительно к маслу $P_2 = Vg(\rho_т - \rho_м)$.

Теперь разделим два последних равенства друг на друга:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{Vg(\rho_т - \rho_в)}{Vg(\rho_т - \rho_м)},\ \rho_т P_1 - \rho_м P_1 = \rho_т P_2 - \rho_в P_2,$$

$\rho_т P_1 - \rho_т P_2 = \rho_м P_1 - \rho_в P_2$, откуда

$$\rho_т = \frac{\rho_м P_1 - \rho_в P_2}{P_1 - P_2} = \frac{900 \cdot 120 - 1000 \cdot 100}{120 - 100}\ \text{кг/м}^3 = 400\ \text{кг/м}^3.$$

Ответ на задание 77. Потенциальная энергия шарика $mg(H + h)$ на высоте $H + h$ относительно нижней точки погружения равна по модулю работе архимедовой выталкивающей силы $A = F_A h$:

$$mg(H + h) = F_A h. \quad (1)$$

Выразим массу шарика через его плотность $\rho_ш$ и объем V:

$$m = \rho_ш V. \quad (2)$$

Теперь запишем формулу выталкивающей силы:

$$F_A = \rho_в g V. \quad (3)$$

Подставим правые части равенств (2) и (3) в формулу (1): $\rho_ш Vg(H + h) = \rho_в gVh$.

Отсюда $\rho_ш H + \rho_ш h = \rho_в h$, $h = \dfrac{\rho_ш H}{\rho_в - \rho_ш}$.

По условию задачи $\dfrac{\rho_в}{\rho_ш} = n$, откуда $\rho_в = n\rho_ш$.

С учетом этого $h = \dfrac{\rho_ш H}{n\rho_ш - \rho_ш} = \dfrac{\rho_ш H}{\rho_ш (n-1)} = \dfrac{H}{n-1}$.

Ответ на задание 78. Согласно условию плавания тел, архимедова выталкивающая сила F_A равна весу бруска $P = mg$, где $F_A = \rho_в g V_{погр}$. Здесь $V_{погр}$ — объем погруженной в воду части бруска.

Следовательно, $\rho_в g V_{погр} = mg$. При любом движении лифта вниз или вверх ни плотность воды $\rho_в$, ни масса бруска m не изменятся, значит, не изменится и объем погруженной в воду части бруска $V_{погр}$, поэтому и глубина его погружения останется прежней.

Ответ на задание 79. Выделим уровень mn, ниже которого только ртуть (рис. 99). Давление ртути на этом уровне в левом колене p_1 равно давлению на этом уровне воды в правом колене p_2: $p_1 = p_2$, где $p_1 = \rho_1 g\Delta h$ и $p_2 = \rho_2 g h_2$. Следовательно,

$$\rho_1 g\Delta h = \rho_2 g h_2 \text{ и } \rho_1\Delta h = \rho_2 h_2. \qquad (1)$$

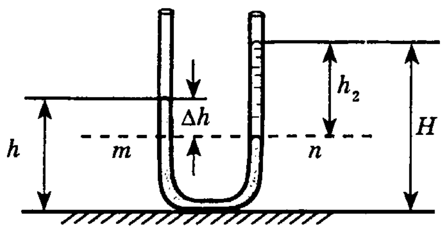


Рис. 99

Из рис. 99 следует, что

$$h = H - h_2 + \Delta h. \qquad (2)$$

Выразим из (1) Δh и подставим в (2): $\Delta h = h_2\dfrac{\rho_2}{\rho_1}$,

$h = H - h_2 + h_2\dfrac{\rho_2}{\rho_1}$. Отсюда $h_2\left(1-\dfrac{\rho_2}{\rho_1}\right) = H - h$ и

$$h_2 = \frac{H-h}{1-\dfrac{\rho_2}{\rho_1}} = \frac{\rho_1(H-h)}{\rho_1-\rho_2} = \frac{13\,600(18-10)}{13\,600-1000} \text{ см} = 8{,}6 \text{ см}.$$

Ответ на задание 80. Согласно формуле гидравлического поршня $\frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1} = 5$ сила, действующая на большой поршень, равна силе тяжести mg груза: $F_2 = mg$.

В результате $\frac{mg}{F_1} = 5$, откуда

$$m = \frac{5F_1}{g} = \frac{5 \cdot 100}{10}\ \text{кг} = 50\ \text{кг}.$$

Ответы на задания части 2

Ответ на задание 1. На правые бруски на рис. 100, *а* действуют сила F и сила натяжения нити $F_{\text{н1}}$, а на левый брусок действует такая же по модулю сила натяжения $F_{\text{н1}}$. Применим второй закон Ньютона к брускам на

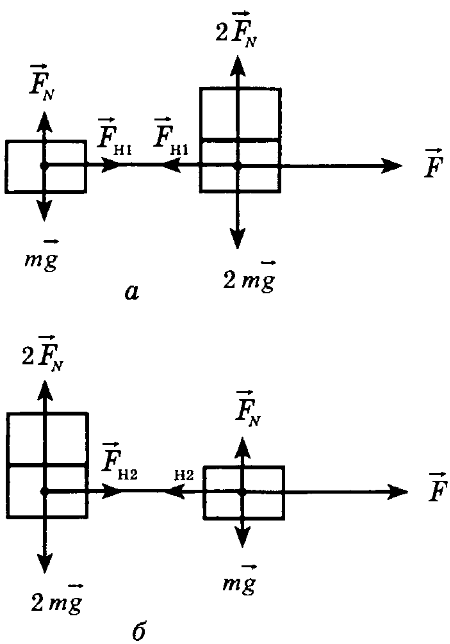


Рис. 100

рис. 100, *а*: $2ma_1 = F - F_{н1}$ и $ma_1 = F_{н1}$. Разделим эти равенства друг на друга:

$$\frac{2ma_1}{ma_1} = \frac{F - F_{н1}}{F_{н1}}, \quad 2 = \frac{F}{F_{н1}} - 1, \quad \frac{F}{F_{н1}} = 3. \qquad (1)$$

Теперь применим второй закон Ньютона к брускам на рис. 100, *б*:

$$2ma_2 = F_{н2} \text{ и } ma_2 = F - F_{н2}.$$

Разделим эти равенства друг на друга:

$$\frac{ma_2}{2ma_2} = \frac{F - F_{н2}}{F_{н2}}, \quad \frac{1}{2} = \frac{F}{F_{н2}} - 1, \quad \frac{F}{F_{н2}} = \frac{3}{2}. \qquad (2)$$

Разделив выражение (1) на (2), мы ответим на вопрос задания:

$$\frac{F \cdot F_{н2}}{F_{н1} \cdot F} = \frac{3 \cdot 2}{3}, \quad \frac{F_{н2}}{F_{н1}} = 2.$$

Следовательно, при перекладывании бруска сила натяжения увеличится в два раза.

Ответ на задание 2. Скорости автомобиля и ветра нам даны относительно земли. Когда автомобиль движется в направлении ветра, его скорость относительно воздуха $v_{отн1}$, оказывающего сопротивление движению автомобиля, равна разности скоростей автомобиля и ветра:

$$v_{отн1} = v_1 - v_2.$$

Согласно условию задачи сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости автомобиля относительно воздуха, поэтому при движении автомобиля по ветру

$$F_{с1} = kv_{отн1}^2, \text{ или } F_{с1} = k(v_1 - v_2)^2. \qquad (1)$$

Здесь k — коэффициент сопротивления воздуха движению автомобиля.

Когда автомобиль движется навстречу ветру, то его скорость относительно воздуха $v_{отн2}$ складывается из скорости автомобиля и скорости ветра относительно земли:

$$v_{отн2} = v_1 + v_2.$$

При этом сила сопротивления воздуха движению автомобиля становится равной

$$F_{C2} = kv^2_{\text{отн}2}, \text{ или } F_{C2} = k(v_1 + v_2)^2. \quad (2)$$

Разделив (2) на (1), мы ответим на вопрос задачи:

$$\frac{F_{C2}}{F_{C1}} = \frac{k(v_1 + v_2)^2}{k(v_1 - v_2)^2} = \left(\frac{v_1 + v_2}{v_1 - v_2}\right)^2.$$

Ответ на задание 3. Пуля, пробив брусок, сообщила ему некоторую начальную скорость v_0, с которой он стал передвигаться равнозамедленно под действием силы трения. По второму закону Ньютона сила трения между бруском и поверхностью стола равна произведению массы бруска и его ускорения: $F_{\text{тр}} = Ma$.

С другой стороны, сила трения равна произведению коэффициента трения и силы нормального давления бруска на поверхность стола, которая здесь равна силе тяжести, поэтому $F_{\text{тр}} = \mu Mg$.

Приравняем правые части этих формул: $Ma = \mu Mg$, $a = \mu g$, откуда

$$\mu = \frac{a}{g}. \quad (1)$$

Таким образом, задача сводится к нахождению ускорения бруска, когда он тормозил на пути S. В конце этого пути его скорость v стала равна нулю, брусок остановился. Если бы мы знали его скорость v_0 сразу после того, как пуля пробила брусок, мы могли бы найти нужное нам ускорение, записав так: $v^2 - v_0^2 = -2aS$, откуда при $v = 0$

$$a = \frac{v_0^2}{2S}. \quad (2)$$

Теперь бы найти начальную скорость бруска сразу после пробивания его пулей. Для ее нахождения закон сохранения механической энергии применять нельзя, так как часть кинетической энергии пули пошла на пробивание бруска и превратилась в его внутреннюю энергию, да и пуля тоже могла нагреться. А вот закон сохранения импульса применить можно. Согласно этому закону импульс пули перед попаданием в брусок $mv_п$ равен сумме импульса пули $m\frac{v_п}{2}$ после того, как она вылетела из него, и импульса бруска Mv_0, полученного вследствие пробивания $mv_п = m\frac{v_п}{2} + Mv_0$, откуда

$$v_0 = \frac{mv_п}{2M}. \tag{3}$$

Подставим правую часть равенства (3) в формулу (2) вместо v_0: $a = \frac{(mv_п)^2}{2 \cdot 4M^2 S} = \frac{1}{2S}\left(\frac{mv_п}{2M}\right)^2$.

Нам осталось подставить правую часть этого равенства в формулу (1) $\mu = \frac{1}{2gS}\left(\frac{mv_п}{2M}\right)^2$.

Ответ на задание 4. Разложим силу тяжести $m_1\vec{g}$ на составляющую $m_1 g \cos\alpha$, прижимающую груз к наклонной плоскости, и составляющую $m_1 g \sin\alpha$, скатывающую его с нее (рис. 101). На груз массой m_1 вдоль траектории его движения к блоку действует сила натяжения $F_н$, а ей противодействуют сила трения $F_{тр}$ и $m_1 g \sin\alpha$. По второму закону Ньютона

$$m_1 a = F_н - F_{тр} - m_1 g \sin\alpha.$$

На груз массой m_2 действует направленная вниз сила тяжести $m_2 g$, а ей противодействует сила натяжения $F_н$. По второму закону Ньютона $m_2 a = m_2 g - F_н$.

Сложим левые и правые части этих равенств и, выполнив приведение подобных членов, определим искомое ускорение a:

$$m_1 a + m_2 a = F_н - F_{тр} - m_1 g \sin\alpha + m_2 g - F_н,$$

откуда $a = \frac{g(m_2 - m_1 \sin\alpha) - F_{тр}}{m_1 + m_2}$.

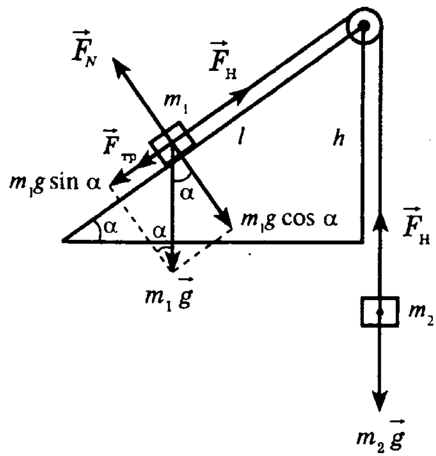


Рис. 101

Здесь $\sin\alpha = \frac{h}{l}$, $F_{тр} = \mu mg\cos\alpha$, где $\cos\alpha = \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l}$.

С учетом этих формул получим

$$a = \frac{g\left(m_2 - m_1\frac{h}{l} - \mu m_1\frac{\sqrt{l^2-h^2}}{l}\right)}{m_1 + m_2} =$$

$$= \frac{g}{m_1 + m_2}\left(m_2 - \frac{m_1}{l}\left(h + \mu\sqrt{l^2 - h^2}\right)\right) =$$

$$= \frac{10}{0,5 + 0,6}\left(0,6 - \frac{0,5}{1}\left(0,6 + 0,25\sqrt{1^2 - 0,6^2}\right)\right) \text{ м/с}^2 = 1,8 \text{ м/с}^2.$$

Ответ на задание 5. 1) Обратимся к рис. 60, *а*. Когда мы растягиваем последовательно соединенные пружины, сила, приложенная к грузу, в случае его равномерного движения по модулю равна силе реакции пружины, т.е. силе упругости $F_{упр}$, приложенной к нижней пружине, которая согласно третьему закону Ньютона с такой же по модулю силой упругости действует на верхнюю пружину. А вот удлинение каждой пружины под действием одинаковой силы упругости будет разным, потому что у них разные жесткости. Общее же удлинение x пружин будет равно сумме удлинений x_1 и x_2 каждой пружины в отдельности $x = x_1 + x_2$.

По первому закону Ньютона $mg = F_{упр}$, где по закону Гука модуль силы упругости $F_{упр} = kx_1$. Отсюда

$$x_1 = \frac{F_{упр}}{k_1} = \frac{mg}{k_1}.$$

Аналогично, применительно ко второй пружине:

$$x_2 = \frac{mg}{k_2}.$$

Тогда $x = \frac{mg}{k_1} + \frac{mg}{k_2} = mg\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right)$.

По закону Гука $mg = kx$, поэтому $x = kx\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right)$,

$1 = k\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right)$ или $1 = k\frac{k_2 + k_1}{k_1 k_2}$, откуда $k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$.

2) При параллельном соединении пружинок в случае горизонтального положения стержня ab (рис. 60, *б*) они растягиваются одинаково. Но поскольку жесткости пружин разные, то при одинаковом удлинении x силы упругости $F_{упр1}$ и $F_{упр2}$, возникающие в них, будут разными. При этом по первому закону Ньютона модуль силы тяжести mg равен сумме модулей сил упругости $F_{упр1}$ и $F_{упр2}$: $mg = F_{упр1} + F_{упр2}$, где по закону Гука $F_{упр1} = k_1 x$ и $F_{упр2} = k_2 x$, поэтому $mg = k_1 x + k_2 x$, откуда $x = \frac{mg}{k_1 + k_2}$. Так как $mg = kx$, то $x = \frac{kx}{k_1 + k_2}$, $1 = \frac{k}{k_1 + k_2}$ и $k = k_1 + k_2$.

Ответ на задание 6. На шарик действуют две силы: сила тяжести $\vec{mg}$ и сила натяжения нити $\vec{F_н}$ (рис. 102).

Их равнодействующая $m\vec{a}_ц$ направлена по радиусу к центру окружности O, по которой движется шарик. Ее модуль можно найти по формуле $ma_ц = mg \operatorname{tg} \alpha$, откуда $a_ц = g \operatorname{tg} \alpha$.

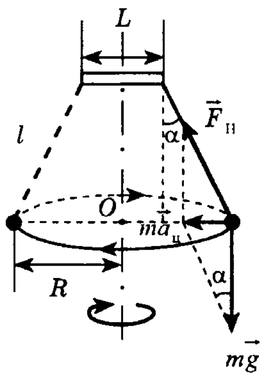


Рис. 102

Ускорение шарика $a_ц = \omega^2 R$, где угловая скорость шарика $\omega = 2\pi\nu$, а радиус окружности $R = \frac{L}{2} + l\sin\alpha$.

С учетом этого $(2\pi\nu)^2\left(\frac{L}{2} + l\sin\alpha\right) = g \operatorname{tg} \alpha$, откуда

$$\frac{L}{2} + l\sin\alpha = \frac{g \operatorname{tg}\alpha}{(2\pi\nu)^2}, \quad L = 2\left(\frac{g \operatorname{tg}\alpha}{(2\pi\nu)^2} - l\sin\alpha\right) =$$

$$= 2\left(\frac{10 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ}{(2 \cdot 3{,}14 \cdot 1)^2} - 0{,}2 \cdot \sin 30^\circ\right) \text{ м} = 0{,}09 \text{ м}.$$

Ответ на задание 7. Обозначим $F_{н1}$ силу натяжения нити между грузами m_1 и m_3, а силу натяжения нити между грузами m_1 и m_2 обозначим $F_{н2}$ (рис. 103).

Запишем второй закон Ньютона применительно к движению каждого груза в отдельности:

$$m_1a = m_1g + F_{\text{н}1} - F_{\text{н}2},$$
$$m_2a = F_{\text{н}2} - m_2g,$$
$$m_3a = m_3g - F_{\text{н}1}. \qquad (1)$$

Теперь сложим левые и правые части этих трех уравнений. Правда, при этом искомая сила натяжения $F_{\text{н}1}$ «уйдет», но мы сможем найти ускорение грузов a. А зная его, найдем затем из первой формулы и силу натяжения $F_{\text{н}1}$:

$a(m_1 + m_2 + m_3) = m_1g + F_{\text{н}1} - F_{\text{н}2} + F_{\text{н}2} - m_2g + m_3g - F_{\text{н}1}$, откуда

$$a = g\frac{m_1 + m_3 - m_2}{m_1 + m_2 + m_3}. \qquad (2)$$

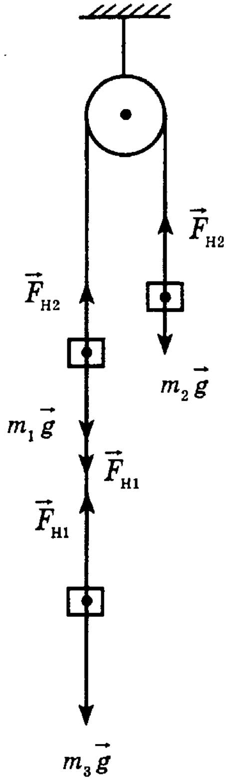


Рис. 103

Теперь найдем из равенства (1) силу натяжения $F_{\text{н}1}$:

$$F_{\text{н}1} = m_3g - m_3a = m_3(g - a).$$

С учетом (2) получим окончательно

$$F_{\text{н}1} = m_3\left(g - g\frac{m_1 + m_3 - m_2}{m_1 + m_2 + m_3}\right) =$$

$$= m_3g\left(1 - \frac{m_1 + m_3 - m_2}{m_1 + m_2 + m_3}\right) =$$

$$= m_3g\frac{m_1 + m_2 + m_3 - m_1 - m_3 + m_2}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{2m_2m_3g}{m_1 + m_2 + m_3} =$$

$$= \frac{2\cdot 1\cdot 3\cdot 10}{2 + 1 + 3}\ \text{Н} = 10\ \text{Н}.$$

Ответ на задание 8. Напомним, что, если грузы подвешены к неподвижному блоку, их ускорения одинаковы. В нашем же случае вследствие движения подвижного блока относительно неподвижного ускорения грузов a_1 и a_2 будут различны. А вот натяжение нити, на которой подвешен груз m_1, будет по всей ее длине одинаковым, поскольку оба блока невесомы.

На груз массой m_1 действуют две силы: сила тяжести $m_1\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{F}_н$ (рис. 104). Сила натяжения больше силы тяжести, поскольку этот груз движется с ускорением $\vec{a}_1$ вверх. По второму закону Ньютона

$$m_1a_1 = F_н - m_1g. \qquad (1)$$

На груз массой m_2 действуют две силы: сила тяжести m_2g и удвоенная сила натяжения нити $2\vec{F}_н$, к которой этот груз подвешен. Обратите внимание, что этот груз прикреплен к невесомому подвижному блоку, на который с обеих сторон действуют две равные силы натяжения $\vec{F}_н$ со стороны частей нити, на которой он висит. Поскольку блок невесомый, то сумма этих сил равна силе натяжения нити, которой к подвижному блоку прикреплен груз массой m_2. По второму закону Ньютона

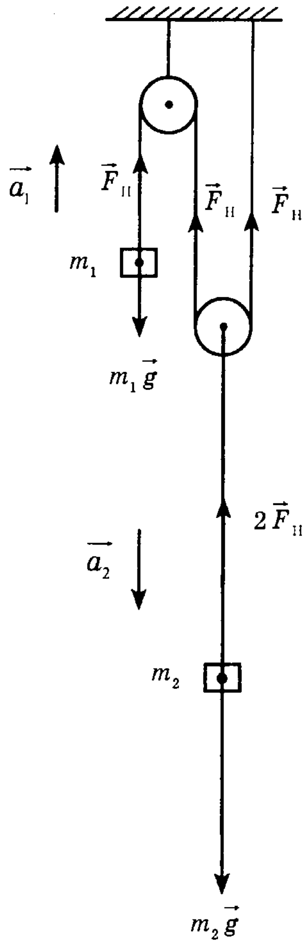


Рис. 104

$$m_2a_2 = m_2g - 2F_н. \qquad (2)$$

Теперь установим связь между ускорениями a_1 и a_2. Будем рассуждать так. За некоторое время t груз массой m_1, двигаясь равноускоренно из состояния покоя, пройдет расстояние S_1, равное

$$S_1 = \frac{a_1t^2}{2}, \qquad (3)$$

а груз массой m_2 за это же время опустится на расстояние S_2, вдвое меньшее S_1. Поэтому $S_2 = \frac{a_2 t^2}{2}$, или $\frac{S_1}{2} = \frac{a_2 t^2}{2}$,

поэтому $$S_1 = a_2 t^2. \qquad (4)$$

Приравняем правые части равенств (3) и (4):

$\frac{a_1 t^2}{2} = a_2 t^2$, откуда $a_2 = \frac{a_1}{2}$.

Теперь заменим в уравнении (2) a_2 на $\frac{a_1}{2}$:

$$m_2 \frac{a_1}{2} = m_2 g - 2F_н. \qquad (5)$$

Мы получили систему двух уравнений (1) и (5) с двумя неизвестными a_1 и $F_н$. Для ее решения умножим каждый член в уравнении (1) на 2, а затем полученное уравнение сложим с уравнением (5). При этом мы исключим член $2F_н$ и получим одно уравнение с одним неизвестным a_1. Проделаем эти действия:

$$\begin{array}{l} 2m_1 a_1 = 2F_н - 2m_1 g \\ + \\ m_2 \frac{a_1}{2} = m_2 g - 2F_н \\ \hline \end{array}$$

$$2m_1 a_1 + m_2 \frac{a_1}{2} = 2F_н - 2m_1 g + m_2 g - 2F_н.$$

Отсюда $a_1(2m_1 + 0{,}5m_2) = g(m_2 - 2m_1)$,

$$a_1 = g \frac{m_2 - 2m_1}{2m_1 - 0{,}5m_2}.$$

Ускорение a_2 составляет половину ускорения a_1, согласно сказанному выше: $a_2 = 0{,}5a_1$.

Искомую силу натяжения $F_н$ проще всего найти из уравнения (1), поскольку ускорение a_1 нам уже известно: $F_н = m_1 a_1 + m_1 g = m_1(a_1 + g)$.

Ответ на задание 9. По второму закону Ньютона применительно к Земле $ma_{\text{ц}1} \quad G\frac{mM_{\text{Зем}}}{_{\text{Зем}}}$, $a_{\text{ц}1} = G\frac{M_{\text{Зем}}}{R^2_{\text{Зем}}}$,

где $a_{\text{ц}1} = \frac{v_1^2}{R_{\text{Зем}}}$, $M_{\text{Зем}} = \rho V_{\text{Зем}} = \frac{4}{3}\rho\pi R^3_{\text{Зем}}$.

С учетом этих равенств $\frac{v_1^2}{R_{\text{Зем}}} = G\frac{4\rho\pi R^3_{\text{Зем}}}{3R^2_{\text{Зем}}}$,

$v_1^2 = \frac{4}{3}\rho\pi G R^2_{\text{Зем}}$, $v_1 = 2R_{\text{Зем}}\sqrt{\frac{\rho\pi G}{3}}$.

Аналогично, применительно к планете

$v_2 = 2R_{\text{пл}}\sqrt{\frac{\rho\pi G}{3}}$, $\frac{v_2}{v_1} = \frac{R_{\text{пл}}}{R_{\text{Зем}}}$.

Согласно условию $v_2 = 3v_1$, поэтому $\frac{R_{\text{пл}}}{R_{\text{Зем}}} = 3$.

Угловая скорость спутника применительно к планете $\omega_2 = \frac{v_2}{R_{\text{пл}}}$, а применительно к Земле $\omega_1 = \frac{v_1}{R_{\text{Зем}}}$.

Тогда $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{v_1 \cdot R_{\text{пл}}}{R_{\text{Зем}} \cdot v_2} = \frac{3}{3} = 1$, значит, $\omega_1 = \omega_2$.

Ответ на задание 10. На кубик действуют три силы: сила тяжести $m\vec{g}$, сила реакции поверхности полусферы $\vec{F}_N$ и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ (рис. 105). Чтобы перейти к скалярной записи второго закона Ньютона для модулей этих сил, разложим векторы $\vec{F}_N$ и $\vec{F}_{\text{тр}}$ на составляющие, направленные вдоль осей координат OX и OY. В направлении оси OX будет действовать составляющая силы $\vec{F}_N$, равная по модулю $F_N \sin\alpha$, а ей антинаправлена будет составляющая силы $\vec{F}_{\text{тр}}$, равная по модулю $F_{\text{тр}} \cos\alpha$.

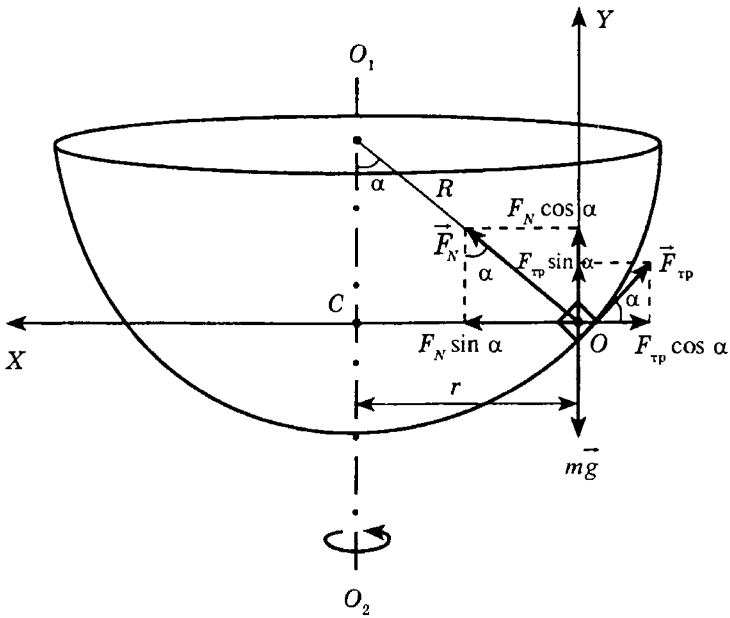


Рис. 105

Поскольку составляющая F_N sin α направлена по радиусу r к центру окружности C, по которой движется кубик, а составляющая $F_{тр}$ cos α направлена противоположно ей, значит, составляющая F_N sin α будет больше составляющей $F_{тр}$ cos α, и по второму закону Ньютона произведение массы кубика m на его центростремительное ускорение $a_ц$ будет равно разности этих составляющих:

$$ma_ц = F_N \sin\alpha - F_{тр} \cos\alpha. \qquad (1)$$

В направлении оси OY будут действовать составляющие этих же сил, равные по модулю F_N cos α и $F_{тр}$ sin α, а их уравновешивать будет сила тяжести mg, ведь проекция ускорения кубика на эту ось равна нулю. Тогда по первому закону Ньютона

$$F_N \cos\alpha + F_{тр} \sin\alpha = mg. \qquad (2)$$

По формуле силы трения

$$F_{тр} = \mu F_N. \qquad (3)$$

Выразим центростремительное ускорение кубика $a_ц$ через его угловую скорость ω, а радиус траектории кубика r через радиус полусферы R и угол α:

$$a_ц = \omega^2 r,$$

где $r = R \sin \alpha$, тогда

$$a_ц = \omega^2 R \sin \alpha. \tag{4}$$

Выразим из (2) F_N, подставив предварительно в (2) вместо $F_{тр}$ правую часть равенства (3):

$$F_N \cos \alpha + \mu F_N \sin \alpha = mg,$$

$$F_N = \frac{mg}{\cos\alpha + \mu \sin\alpha}. \tag{5}$$

Теперь подставим (3), (4) и (5) в (1). Так мы получим одно уравнение с одним неизвестным – искомым радиусом R, которое решим:

$$m\omega^2 R \sin\alpha = \frac{mg}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}\sin\alpha - \mu\frac{mg}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}\cos\alpha,$$

$$\omega^2 R \sin\alpha = \frac{g}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}(\sin\alpha - \mu\cos\alpha), \text{ отсюда}$$

$$R = \frac{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{\omega^2(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)\sin\alpha} =$$

$$= \frac{10(\sin 30^\circ - 0{,}1\cos 30^\circ)}{100(\cos 30^\circ + 0{,}1\sin 30^\circ)\sin 30^\circ} \text{ м} = 0{,}09 \text{ м} = 9 \text{ см}.$$

Ответ на задание 11. Выберем систему координат XOY, оси которой направим так, как показано на рис. 106 (направление оси OX мы выбрали таким потому, что с ней сонаправлено центростремительное ускорение шарика, которое всегда направлено к центру окружности C, по которой будет вращаться шарик вместе с конусом).

На шарик будут действовать три силы: сила тяжести $m\vec{g}$, сила реакции опоры $\vec{F}_N$ и сила натяжения нити $\vec{F}_н$. По второму закону Ньютона

$$ma_ц = F_N \cos \alpha - F_н \sin \alpha. \tag{1}$$

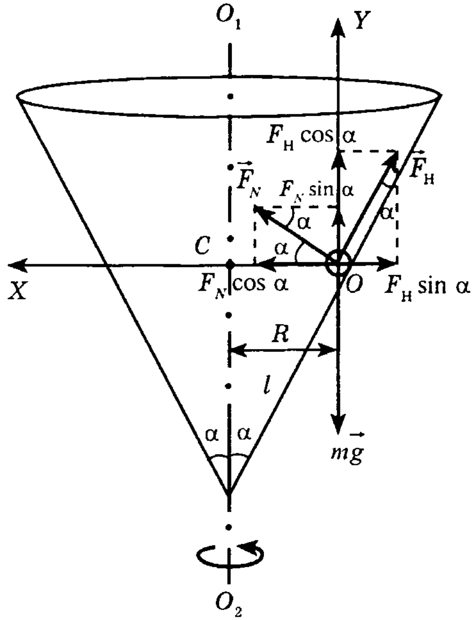


Рис. 106

В проекциях на ось OY справедливо равенство

$$F_N \sin \alpha + F_н \cos \alpha = mg. \tag{2}$$

Теперь запишем формулу центростремительного ускорения $a_ц = \omega^2 R$.

Здесь R – радиус окружности шарика. Для его определения рассмотрим прямоугольный треугольник с гипотенузой l и углом при вершине конуса α. Из этого треугольника имеем $R = l \sin \alpha$. Тогда $a_ц = \omega^2 l \sin \alpha$.

Подставим это выражение в формулу (1):

$$m\omega^2 l \sin \alpha = F_N \cos \alpha - F_н \sin \alpha. \tag{3}$$

Имеем систему двух уравнений (2) и (3) с двумя неизвестными $F_н$ и F_N. Для нахождения силы натяжения $F_н$ исключим из этих уравнений силу реакции опоры F_N. Для этого выразим ее из (2) и полученное выражение подставим в (3). Так мы придем к одному уравнению с одной искомой силой натяжения $F_н$, которую определим из него. Выполним эти действия. Из (2)

$$F_N \sin\alpha = mg - F_\text{н} \cos\alpha,\; F_N = \frac{mg - F_\text{н}\cos\alpha}{\sin\alpha},$$

$$m\omega^2 l \sin\alpha = \frac{mg - F_\text{н}\cos\alpha}{\sin\alpha}\cos\alpha - F_\text{н}\sin\alpha,$$

$$m\omega^2 l \sin^2\alpha = mg\cos\alpha - F_\text{н}\cos^2\alpha - F_\text{н}\sin^2\alpha,$$
$$m\omega^2 l \sin^2\alpha = mg\cos\alpha - F_\text{н}(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha),$$
$$F_\text{н} = m(g\cos\alpha - \omega^2 l \sin^2\alpha).$$

Ответ на задание 12. Выполним чертеж (рис. 107). Искомую высоту h_2 можно найти из закона сохранения механической энергии обоих шаров. После абсолютно неупругого соударения кинетическая энергия шаров $\frac{(m_1 + m_2)\upsilon^2}{2}$ сразу после соударения превращается в их потенциальную энергию $(m_1 + m_2)gh_2$.

$$\frac{(m_1 + m_2)\upsilon^2}{2} = (m_1 + m_2)gh_2, \text{ откуда } h_2 = \frac{\upsilon^2}{2g}.$$

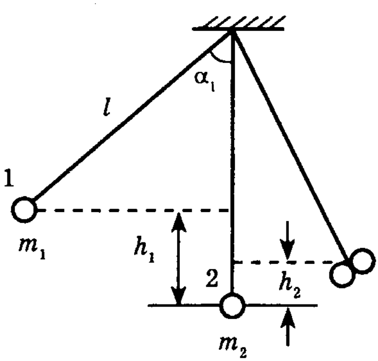


Рис. 107

Здесь υ — скорость обоих шаров сразу после соударения. Ее можно найти из закона сохранения импульса, согласно которому импульс шара 1 непосредственно перед ударом m_1v_0 равен импульсу обоих шаров $(m_1 + m_2)v$ сразу после удара: $m_1v_0 = (m_1 + m_2)v$, откуда $v = \dfrac{m_1v_0}{m_1 + m_2}$.

С учетом этого $h_2 = \dfrac{1}{2g}\left(\dfrac{m_1v_0}{m_1 + m_2}\right)^2 = \dfrac{m_1^2}{2g(m_1 + m_2)^2}v_0^2$.

Скорость шара 1 перед ударом найдем по закону сохранения его механической энергии, согласно которому потенциальная энергия шара 1 на высоте h_1, равная m_1gh_1, равна его кинетической энергии $\dfrac{m_1v_0^2}{2}$ непосредственно перед ударом: $m_1gh_1 = \dfrac{m_1v_0^2}{2}$, откуда $v_0^2 = 2gh_1$.

С учетом этого $h_2 = \dfrac{m_1^2}{2g(m_1 + m_2)^2}2gh_1 = h_1\left(\dfrac{m_1}{m_1 + m_2}\right)^2$.

Высота $h_1 = l - l\cos\alpha_1 = l(1 - \cos\alpha_1)$.

Подставив правую часть этого выражения в предыдущую формулу, получим окончательно:

$$h_2 = l(1 - \cos\alpha_1)\left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right)^2.$$

Ответ на задание 13. Изменение импульса пули

$$\Delta p = mv - mv_0 = m(v - v_0). \qquad (1)$$

Новую скорость пули v найдем из закона сохранения импульса, согласно которому суммарный импульс пули и шара до пробивания шара $mv_0 + (-Mv_1)$ равен суммарному импульсу этих тел после пробивания $mv + (-Mv_2)$. С учетом противоположных направлений пули и шара $mv_0 + (-Mv_1) = mv + (-Mv_2)$.

Отсюда $v = \dfrac{mv_0 - Mv_1 + Mv_2}{m} = v_0 + \dfrac{M}{m}(v_2 - v_1)$. (2)

Скорость шара v_1 перед попаданием в него пули найдем из закона сохранения механической энергии, согласно которому потенциальная энергия шара, поднятого на высоту h_1 над положением равновесия при отклонении его на угол α, превращается в нижней точке его траектории в кинетическую энергию шара: $Mgh_1 = \frac{Mv_1^2}{2}$, откуда $v_1 = \sqrt{2gh_1}$.

Высоту поднятия шара над положением равновесия h_1 найдем, обратившись к рис. 108, *а*: $h_1 = l - l\cos\alpha = l(1 - \cos\alpha)$.

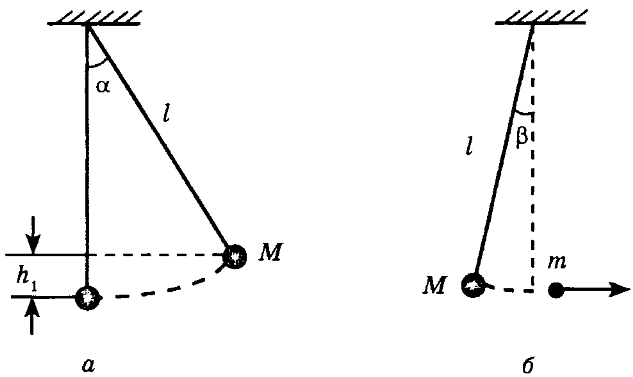


Рис. 108

С учетом этого $v_1 = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}$. (3)

Аналогичным образом определим и скорость шара v_2 после пробивания его пулей, когда его новая кинетическая энергия превратится в новую потенциальную энергию при отклонении на угол β:

$$v_2 = \sqrt{2gl(1-\cos\beta)}. \qquad (4)$$

Подставим правые части равенств (3) и (4) в формулу (2):

$$v = v_0 + \frac{M}{m}\left(\sqrt{2gl(1-\cos\beta)} - \sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}\right). \qquad (5)$$

Нам осталось подставить правую часть равенства (5) в формулу (1):

$$\Delta p = m\left(v_0 + \frac{M}{m}\left(\sqrt{2gl(1-\cos\beta)} - \sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}\right) - v_0\right) =$$

$$= M\left(\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)} - \sqrt{2gl(1-\cos\beta)}\right).$$

Ответ на задание 14. Работа сил трения кубика о желоб равна разности между его потенциальной энергией mgh на высоте h и кинетической энергией $\frac{mv^2}{2}$ в момент отрыва от желоба (рис. 109):

$$A_{\text{тр}} = mgh - \frac{mv^2}{2} = m\left(gh - \frac{v^2}{2}\right).$$

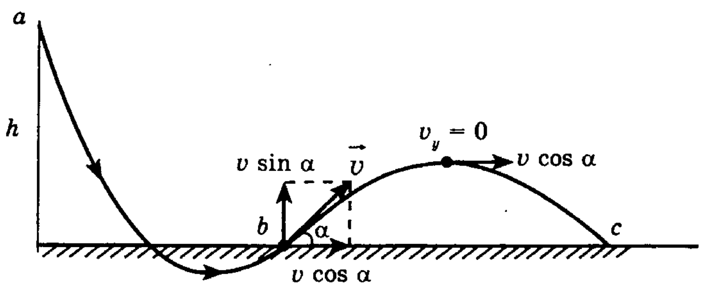


Рис. 109

В момент отрыва проекция начальной скорости кубика на вертикальное направление равна $v\sin\alpha$, а конечная проекция скорости $v_y = 0$. Из кинематики $v\sin\alpha = \frac{gt}{2}$, откуда $v = \frac{gt}{2\sin\alpha}$.

С учетом этого равенства

$$A_{\text{тр}} = m\left(gh - \frac{(gt)^2}{8\sin^2\alpha}\right) = mg\left(h - \frac{g}{8}\left(\frac{t}{\sin\alpha}\right)^2\right).$$

Ответ на задание 15. Примем уровень стола за нулевой. Тогда потенциальная энергия удерживаемого кубика будет mgR, а свисающего $-mgl$. В момент отрыва от полусферы (рис. 110, *а*) потенциальная энергия верхнего кубика станет равна mgh, а его кинетическая энергия $\frac{mv^2}{2}$. В этот момент потенциальная энергия нижнего кубика будет $-mg(l + S)$, а кинетическая тоже $\frac{mv^2}{2}$, ведь связанные кубики будут двигаться с одинаковой скоростью (рис. 110, *б*).

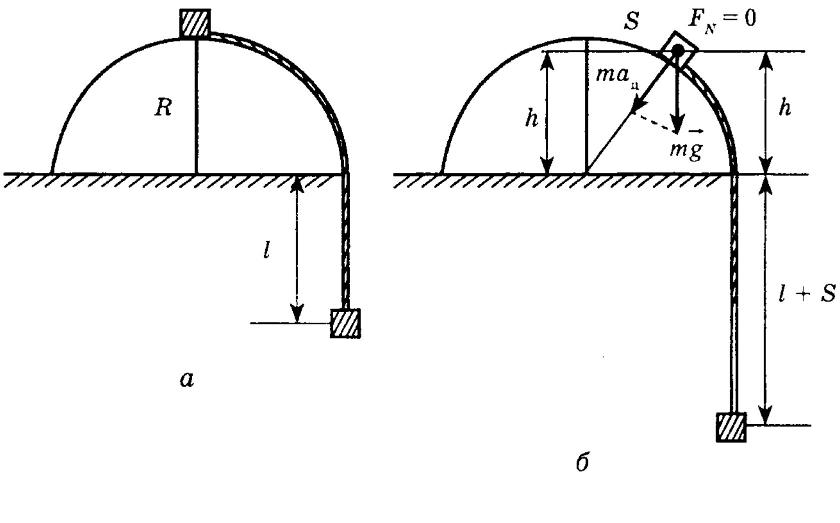


Рис. 110

По закону сохранения механической энергии

$$mgR - mgl = mgh + \frac{mv^2}{2} - mg(l + S) + \frac{mv^2}{2},$$

$$gR - gl = gh + v^2 - gl - gS,$$

$$gR = gh + v^2 - gS. \qquad (1)$$

В момент отрыва сила реакции F_N, равная силе давления верхнего кубика на полусферу, становится равной нулю. Из подобия треугольников с гипотенузами R и mg следует:

$$\frac{ma_ц}{mg} = \frac{h}{R}, \quad \frac{a_ц}{g} = \frac{h}{R}.$$

По формуле центростремительного ускорения $a_ц = \frac{v^2}{R}$.

С учетом этого $\frac{v^2}{gR} = \frac{h}{R}$, откуда

$$v^2 = gh. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$gR = gh + gh - gS$, откуда $h = \frac{R+S}{2}$.

Ответ на задание 16. На шарик действуют две силы: сила тяжести mg и сила натяжения нити $F_н$ (рис. 111). Их равнодействующая $m\vec{a}_ц$ направлена по радиусу к центру окружности. Из прямоугольного треугольника с катетами mg и $ma_ц$ следует равенство $\operatorname{tg}\alpha = \frac{ma_ц}{mg} = \frac{a_ц}{g}$.

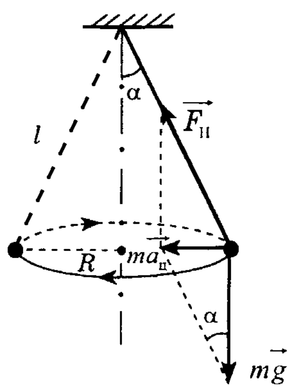


Рис. 111

Выразим центростремительное ускорение шарика через его угловую скорость, а ее, в свою очередь, через период: $a_ц = \omega^2 R$, где $\omega = \frac{2\pi}{T}$ и $R = l \sin \alpha$.

С учетом этих равенств $\operatorname{tg} \alpha = \frac{(2\pi)^2 l \sin \alpha}{T^2 g}$, или

$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{(2\pi)^2 l \sin \alpha}{T^2 g}$, откуда $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \cos \alpha}$.

Ответ на задание 17. По закону сохранения механической энергии: потенциальная энергия тела E_{p0} на высоте H (рис. 69) равна сумме потенциальной E_p и кинетической E_k энергий тела в высшей точке петли, т.е. на высоте $2R$, $E_{p0} = E_p + E_k$ или $mgH = mg2R + \frac{mv^2}{2}$.

Здесь m — масса тела, v — его линейная скорость в высшей точке петли.

Сократив массу, получим

$$gH = 2gR + \frac{v^2}{2}. \qquad (1)$$

При минимальной высоте H сила давления $F_{давл}$ станет равна нулю. Если тело соскользнет с еще меньшей высоты, то оно обязательно сорвется. Если оно съедет с большей, чем H, высоты, то запаса механической энергии ему с избытком хватит для выполнения петли. Таким образом, в предельном случае при $F_{давл} = 0$ по второму закону Ньютона $ma_ц = mg$ и $a_ц = g$, где центростремительное ускорение

$a_ц = \frac{v^2}{R}$. Тогда $\frac{v^2}{R} = g$,

откуда
$$v^2 = gR. \qquad (2)$$

Тогда с учетом (1) и (2) $gH = 2gR + \frac{gR}{2}$, $H = 2,5\ R$.

Ответ на задание 18. В результате удара шар массой M поднимется на некоторую высоту h (рис. 112). Эту высоту несложно связать с углом отклонения шара, который мы ищем, и длиной нити, на которой висит шар.

Действительно, искомый угол α является углом при вершине прямоугольного треугольника с гипотенузой l и катетом $l - h$, прилежащим к этому углу, поэтому $\cos\alpha = \frac{l-h}{l} = 1 - \frac{h}{l}$.

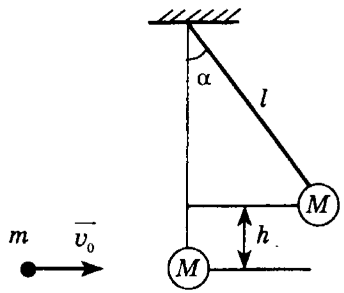


Рис. 112

Теперь задача сводится к нахождению высоты h. Для ее определения удобно воспользоваться законом сохранения механической энергии. Кинетическая энергия E_k, которую приобретет шар массой M сразу после удара, полностью превратится в его потенциальную энергию E_p на высоте h:

$E_k = E_p$, где $E_k = \frac{Mv_2^2}{2}$ и $E_p = Mgh$.

Поэтому $\frac{Mv_2^2}{2} = Mgh$, $\frac{v_2^2}{2} = gh$. Отсюда $h = \frac{v_2^2}{2g}$ и

$$\cos\alpha = 1 - \frac{v_2^2}{2gl}. \qquad (1)$$

Для определения скорости v_2 снова можно воспользоваться законом сохранения механической энергии, примененным к обоим шарам, согласно которому кинетическая энергия E_{k0} шарика массой m перед ударом превращается в сумму кинетических энергий обоих шаров после удара:

$$E_{k0} = \frac{mv_0^2}{2},$$

и тогда
$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mv_2^2}{2}. \tag{2}$$

Нам необходимо записать еще одно уравнение, в которое вошли бы эти же величины, и тогда мы сможем решить два уравнения с двумя неизвестными. Такое уравнение нам дает закон сохранения импульса, согласно которому импульс mv_0 шарика массой m до удара равен сумме импульсов этого же шарика mv_1 и шара массой M Mv_2 после удара. По закону сохранения импульса

$$mv_0 = mv_1 + Mv_2. \tag{3}$$

Теперь нам предстоит решить систему уравнений (2) и (3) с двумя неизвестными v_1 и v_2. Перенесем слагаемые mv_1^2 и mv_1 в обоих уравнениях влево (сократив в уравнении (2) двойки в знаменателях):

$$mv_0^2 - mv_1^2 = Mv_2^2, \quad m\left(v_0^2 - v_1^2\right) = Mv_2^2, \tag{4}$$

$$mv_0 - mv_1 = Mv_2, \tag{5}$$

$$m(v_0 - v_1) = Mv_2. \tag{6}$$

Теперь разделим левые и правые части уравнений (4) и (6) друг на друга:

$$\frac{m\left(v_0^2 - v_1^2\right)}{m\left(v_0 - v_1\right)} = \frac{Mv_2^2}{Mv_2}, \quad \frac{v_0^2 - v_1^2}{v_0 - v_1} = \frac{v_2^2}{v_2}.$$

Поскольку $v_0^2 - v_1^2 = \left(v_0 - v_1\right)\left(v_0 + v_1\right)$, то, выполнив сокращения, получим

$$v_0 + v_1 = v_2.$$

Умножим каждый член этого уравнения на m, а затем сложим полученное выражение с уравнением (5). При этом член, содержащий mv_1, «уйдет» и мы легко найдем нужную нам скорость v_2:

$$+\quad \frac{\begin{aligned} mv_0 + mv_1 &= mv_2 \\ mv_0 - mv_1 &= Mv_2 \end{aligned}}{2mv_0 = v_2(m+M)},$$

откуда $v_2 = \dfrac{2mv_0}{m+M}$.

Подставим полученное выражение в уравнение (1):

$$\cos\alpha = 1 - \frac{1}{2gl}\left(\frac{2mv_0}{m+M}\right)^2 = 1 - \frac{4}{2gl}\left(\frac{mv_0}{m+M}\right)^2 =$$

$$= 1 - \frac{2}{gl}\left(\frac{mv_0}{m+M}\right)^2.$$

Ответ на задание 19. Выполним рисунок, на котором изобразим две вертикальные пружины одинаковой длины (рис. 113). Пусть слева будет пружина с меньшей жесткостью, а справа — с большей. К пружинам снизу прикреплен горизонтальный стержень, к центру которого приложена сила тяжести mg, и подвешен груз на расстоянии l_1 от левого конца.

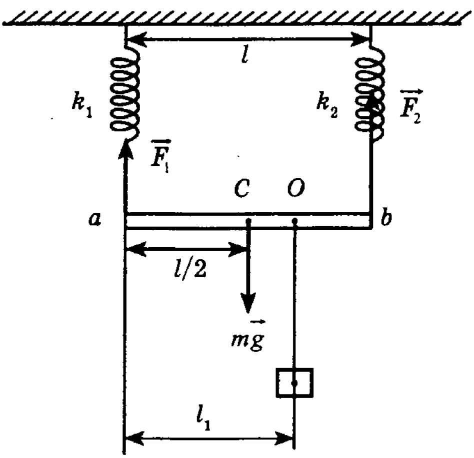


Рис. 113

Когда груза не было, левый конец стержня под действием его веса и более слабой силы упругости в левой пружине отвис, а правый приподнялся, так как там пружина более жесткая. Поэтому, чтобы стержень принял горизонтальное положение, надо ближе к его правому концу подвесить груз. Равновесие наступит, когда сумма моментов, вращающих стержень вокруг точки подвеса O груза по часовой стрелке, будет равна сумме моментов сил, вращающих его вокруг этой же точки против часовой стрелки. Против часовой стрелки вращают стержень вокруг точки O сила тяжести и сила F_2, равная по модулю силе упругости, возникающей в правой пружине при ее деформации. А по часовой стрелке вращает стержень сила F_1, тоже равная силе упругости в левой пружине. Согласно правилу моментов сил момент M силы тяжести mg плюс момент M_2 силы F_2 равен моменту M_1 силы F_1:

$$M + M_2 = M_1. \qquad (1)$$

Момент силы равен произведению этой силы и ее плеча. Плечом силы тяжести mg является расстояние от точки ее приложения C к стержню до точки O, т.е. длина отрезка CO, равная, как это следует из чертежа, $l_1 - \frac{l}{2}$, поэтому момент силы тяжести

$$M = mg\left(l_1 - \frac{l}{2}\right). \qquad (2)$$

Момент силы F_2, которая, согласно закону Гука, равна по модулю k_2x, где x — одинаковое удлинение обеих пружин (ведь стержень остался горизонтальным), равен произведению этой силы и ее плеча. А плечом силы F_2 является отрезок Ob, равный $l - l_1$. Поэтому момент силы F_2

$$M_2 = F_2(l - l_1) = k_2x(l - l_1). \qquad (3)$$

Момент силы F_1, которая по модулю равна k_1x, равен произведению этой силы и ее плеча. А плечом силы F_1 является отрезок $aO = l_1$. Поэтому момент силы F_1

$$M_1 = F_1l_1 = k_1xl_1. \qquad (4)$$

Подставим правые части равенств (2), (3) и (4) в правило моментов (1), после чего, раскрыв скобки, найдем искомое расстояние l_1:

$$mg\left(l_1 - \frac{l}{2}\right) + k_2x\left(l - l_1\right) = k_1xl_1.$$

Раскрываем скобки и находим l_1:

$$mgl_1 - mg\frac{l}{2} + k_2xl - k_2xl_1 = k_1xl_1,$$

$$mgl_1 - xl_1\left(k_1 + k_2\right) = mg\frac{l}{2} - k_2xl,$$

откуда $l_1 = \dfrac{l\left(mg - 2k_2x\right)}{2\left(mg - x\left(k_1 + k_2\right)\right)} =$

$$= \frac{2\left(3\cdot10 - 2\cdot30\cdot0{,}2\right)}{2\left(3\cdot10 - 0{,}2\left(10+30\right)\right)}\text{ м} = 0{,}8\text{ м}.$$

Ответ на задание 20. На груз m_2 в момент пережигания нити действуют направленные вниз сила тяжести m_2g и сила реакции со стороны стержня F_N, направленная тоже вниз (рис. 71). По второму закону Ньютона

$$m_2a = m_2g + F_N. \tag{1}$$

На стержень с двумя грузами в момент пережигания нити будут действовать вниз две силы тяжести m_1g и m_2g, а также сила упругости со стороны распрямляющейся пружины $F_{упр}$, направленная тоже вниз. По закону Гука модуль силы упругости $F_{упр} = k(L - l)$. По второму закону Ньютона

$$(m_1 + m_2)a = m_1g + m_2g + k(L - l). \tag{2}$$

Разделим равенства (1) и (2) друг на друга и из полученного выражения найдем искомую длину L:

$$\frac{m_2a}{\left(m_1 + m_2\right)a} = \frac{m_2g + F_N}{m_1g + m_2g + k\left(L - l\right)},$$

$$g\left(m_1 + m_2\right) + k\left(L - l\right) = \frac{\left(m_1 + m_2\right)\left(m_2g + F_N\right)}{m_2},$$

$$k(L-l)=\frac{(m_1+m_2)(m_2g+F_N)}{m_2}-g(m_1+m_2),$$

$$k(L-l)=(m_1+m_2)\frac{m_2g+F_N-m_2g}{m_2},$$

$$k(L-l)=F_N\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right), \text{ откуда}$$

$$L=l+\frac{F_N}{k}\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)=0{,}07+\frac{0{,}3}{10}\left(1+\frac{0{,}08}{0{,}05}\right)=0{,}148 \text{ м}.$$

Ответ на задание 21. На лестницу действуют сила тяжести $m_1\vec{g}$, вес человека $\vec{P}_2=m_2\vec{g}$, сила реакции вертикальной стенки $\vec{F}_{N1}$, сила реакции пола $\vec{F}_{N2}$, сила трения $\vec{F}_{тр}$ (рис. 114).

Лестница будет в равновесии, если равнодействующая всех этих сил будет равна нулю и будет равен нулю суммарный момент сил, вращающих лестницу по и против часовой стрелки вокруг точки O.

Равнодействующая сил, действующих на лестницу, будет равна нулю, если сумма сил тяжести лестницы $m_1\vec{g}$ и веса человека $\vec{P}_2=m_2\vec{g}$ будет уравновешена силой реакции опоры $\vec{F}_{N2}$:

$$m_1g+m_2g=F_{N2},$$

а также если сила трения $\vec{F}_{тр}$ будет уравновешена силой реакции вертикальной стенки $\vec{F}_{N1}$, $F_{тр}=F_{N1}$.

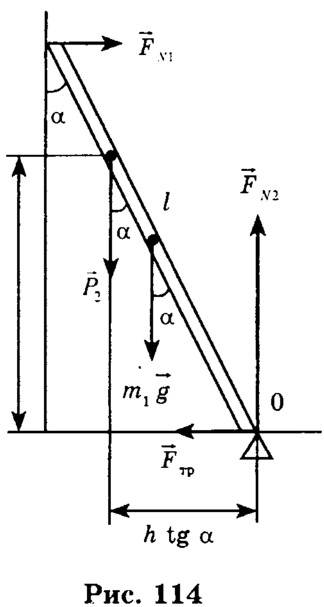


Рис. 114

Сила трения

$$F_{тр} = \mu F_{N2} = \mu(m_1g + m_2g) = \mu g(m_1 + m_2).$$

Суммарный момент сил, вращающих лестницу, будет равен нулю, если сумма моментов сил M_1 и M_2, вращающих лестницу против часовой стрелки вокруг точки O, будет равна моменту M_3 силы F_{N1}, вращающей лестницу по часовой стрелке,

$$M_1 + M_2 = M_3.$$

Здесь M_1 — момент силы тяжести m_1g. По определению момента силы он равен произведению силы тяжести m_1g на ее плечо, которое, как следует из рис. 114, равно $\frac{l}{2}\sin\alpha$. Тогда

$$M_1 = m_1g\frac{l}{2}\sin\alpha.$$

Момент силы M_2 — момент веса человека. Он равен произведению веса $P_2 = m_2g$ на его плечо, которое, как следует из рисунка, равно h tg α. Поэтому

$$M_2 = m_2gh \operatorname{tg}\alpha.$$

Момент силы M_3 — это момент силы $F_{N1} = F_{тр}$. Он равен произведению силы F_{N1} на ее плечо, которое, как следует из рис. 114, равно $l\cos\alpha$. Кроме того,

$$F_{тр} = \mu g(m_1 + m_2).$$

С учетом этого

$$M_3 = F_{N1}l\cos\alpha \text{ или } M_3 = \mu gl(m_1 + m_2)\cos\alpha.$$

По правилу моментов сил $M_1 + M_2 = M_3$ запишем:

$$m_1g\frac{l}{2}\sin\alpha + m_2gh \operatorname{tg}\alpha = \mu gl(m_1 + m_2)\cos\alpha.$$

Отсюда

$$m_2h \operatorname{tg}\alpha = \mu l(m_1 + m_2)\cos\alpha - 0{,}5m_1l\sin\alpha,$$

$$h = l\frac{\mu(m_1 + m_2)\cos\alpha - 0{,}5m_1\sin\alpha}{m_2 \operatorname{tg}\alpha}.$$

Ответ на задание 22. Куб будет в равновесии, если момент силы тяжести $m\vec{g}$, вращающей его против часовой стрелки вокруг оси, проходящей вдоль ребра, опирающегося на пол, будет равен моменту силы реакции опоры $\vec{F}_N$, вращающей его по часовой стрелке вокруг этой же оси, проходящей через точку O (рис. 115).

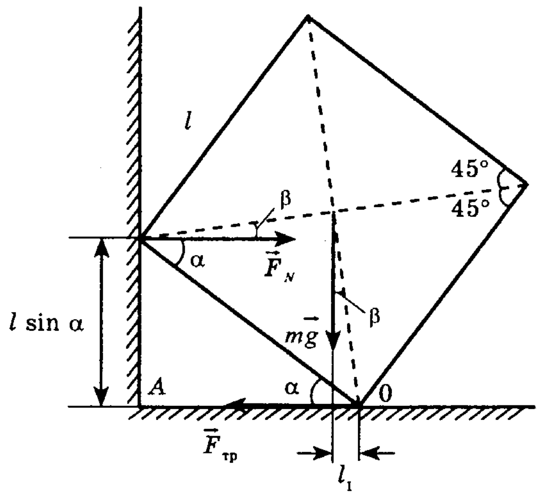


Рис. 115

Момент M_1 силы реакции опоры равен произведению этой силы F_N и ее плеча. Плечом силы реакции опоры будет кратчайшее расстояние от ребра, которое опирается на вертикальную стенку, до пола. Если длину ребра куба принять равной l, то из прямоугольного треугольника, в котором искомое расстояние является катетом, противолежащим углу α, а гипотенузой — длина ребра куба l, найдем, что плечо силы реакции опоры равно $l \sin \alpha$. Тогда

$$M_1 = F_N l \sin \alpha.$$

Сила реакции опоры F_N численно равна силе трения $F_{тр}$ согласно условию равновесия $F_N = F_{тр}$, где $F_{тр} = \mu mg$, поэтому $F_N = \mu mg$ и $M_1 = \mu mgl \sin \alpha$.

Момент M_2 силы тяжести mg равен произведению силы тяжести и ее плеча l_1. На чертеже это плечо является катетом в прямоугольном треугольнике с гипотенузой, равной половине диагонали куба, которая показана штриховой линией, и противолежащим острым углом между линией действия силы тяжести и этой диагональю. Этот угол обозначим буквой β. Чтобы найти угол β, обратим внимание на острый угол между вектором силы реакции опоры $\vec{F}_N$ и другой диагональю грани куба. Стороны этого угла и угла β взаимно перпендикулярны, значит, этот угол тоже равен β. А поскольку угол между ребром куба и диагональю грани равен 45°, то угол β равен $45° - \alpha$.

Длина диагонали грани куба по теореме Пифагора равна $\sqrt{l^2 + l^2} = l\sqrt{2}$, а длина ее половины равна $l\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Поэтому плечо l_1 силы тяжести

$$l_1 = l\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\beta = l\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(45° - \alpha).$$

Вспомним тригонометрию:

$\sin(45° - \alpha) = \sin 45° \cos\alpha - \sin\alpha \cos 45°$, где

$\sin 45° = \cos 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$,

поэтому

$$\sin(45° - \alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha - \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos\alpha - \sin\alpha).$$

Тогда

$$l_1 = l\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos\alpha - \sin\alpha) = \frac{l}{2}(\cos\alpha - \sin\alpha).$$

Теперь определим момент силы тяжести M_2:

$$M_2 = mgl_1 = mg\frac{l}{2}(\cos\alpha - \sin\alpha). \qquad (2)$$

При равновесии куба

$M_1 = M_2$, или $\mu mgl\sin\alpha = mg\dfrac{l}{2}(\cos\alpha - \sin\alpha)$,

$2\mu \sin\alpha = \cos\alpha - \sin\alpha,$

$2\mu \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha} - \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha},$

$2\mu \operatorname{tg}\alpha = 1 - \operatorname{tg}\alpha$, откуда

$2\mu \operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\alpha = 1,\ \operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{2\mu + 1}.$

Проанализируем полученный результат. Если пол будет идеально гладким, т. е. $\mu = 0$, то $\operatorname{tg}\alpha = 1$. В этом случае равновесие возможно только при угле $\alpha = 45°$, при любом другом угле α кубик упадет.

При наличии трения, если $\operatorname{tg}\alpha$ меньше или равен $\frac{1}{2\mu + 1}$, кубик будет находиться в равновесии. Но если угол α окажется больше 45°, кубик опрокинется под действием вращающего момента силы тяжести, поскольку линия действия силы тяжести выйдет за пределы отрезка *AO* и сила реакции стенки вместе с силой тяжести будут вращать кубик по часовой стрелке, а противодействующего момента сил не будет.

Ответ на задание 23. Выполним рис. 116, *а*, когда в сосудах была только ртуть, и 116, *б*, когда в широкий сосуд долили воду. Выделим на рис. 116, *б* уровень *ab*, ниже которого жидкость однородна, т.е. ниже только ртуть, и давления сверху на этом уровне в обоих сосудах приравняем.

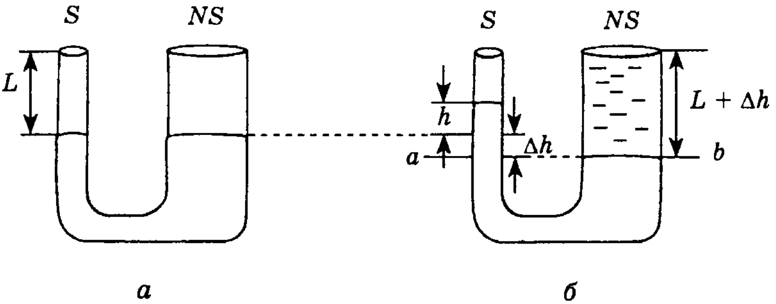


Рис. 116

В узком сосуде на уровень ab давит сверху столб ртути высотой $h + \Delta h$, где Δh — разность уровней ртути в широком сосуде до и после того, как туда налили воду, из-за чего уровень ртути в нем опустился на Δh, а уровень ртути в узком сосуде поднялся на h. В широком сосуде на этот уровень сверху давит столб воды высотой $L + \Delta h$. Приравняем давление столбика ртути p_1 давлению столба воды p_2:

$p_1 = p_2$, где $p_1 = \rho_1 g(h + \Delta h)$, а $p_2 = \rho_2 g(L + \Delta h)$,

Поэтому $\rho_1 g(h + \Delta h) = \rho_2 g(L + \Delta h)$ или

$$\rho_1(h + \Delta h) = \rho_2(L + \Delta h). \qquad (1)$$

Теперь учтем, что объем ртути ΔV, выдавленный водой из широкого сосуда, равен объему ртути, прибывшей из-за этого в узкий сосуд. Поскольку объем ΔV можно представить как произведение высоты столбика ртути на площадь поперечного сечения сосуда, то применительно к узкому сосуду, площадь сечения которого обозначим S, запишем $\Delta V = hS$, а применительно к широкому, площадь которого в N раз больше: $\Delta V = \Delta hNS$.

Тогда $hS = \Delta hNS$, откуда

$$\Delta h = \frac{h}{N}. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1) и определим из полученного выражения искомую высоту h:

$$\rho_1\left(h + \frac{h}{N}\right) = \rho_2\left(L + \frac{h}{N}\right), \quad \rho_1 h\left(1 + \frac{1}{N}\right) = \rho_2 L + \rho_2\frac{h}{N},$$

$$\rho_1 h\left(1 + \frac{1}{N}\right) - \rho_2\frac{h}{N} = \rho_2 L, \quad h\frac{\rho_1(N+1) - \rho_2}{N} = \rho_2 L, \text{ откуда}$$

$$h = \frac{\rho_2 LN}{\rho_1(N+1) - \rho_2}.$$

Ответ на задание 24. На корону в воде действовала архимедова выталкивающая сила $F_А$, равная разности между весом короны в воздухе P_1 и в воде P_2:

$$F_А = P_1 - P_2. \qquad (1)$$

Согласно формуле выталкивающей силы $F_А = \rho_в g V$, где V — наружный объем короны, равный сумме объема золота $V_{зол}$ и объема полости $V_{пол}$: $V = V_{зол} + V_{пол}$.

С учетом этого $F_А = \rho_в g(V_{зол} + V_{пол})$.

Теперь выразим объем золота через его вес в воздухе. Согласно формуле плотности $\rho_{зол} = \dfrac{m_{зол}}{V_{зол}}$, где $m_{зол} = \dfrac{P_1}{g}$,

поэтому $\rho_{зол} = \dfrac{P_1}{V_{зол} g}$, откуда

$$V_{зол} = \frac{P_1}{\rho_{зол} g} \text{ и } F_А = \rho_в g\left(\frac{P_1}{\rho_{зол} g} + V_{пол}\right). \qquad (2)$$

Подставим правую часть выражения (2) в равенство (1) и из полученного уравнения найдем искомый вес P_1:

$$\rho_в g\left(\frac{P_1}{\rho_{зол} g} + V_{пол}\right) = P_1 - P_2, \quad P_1 \frac{\rho_в}{\rho_{зол}} + \rho_в g V_{пол} = P_1 - P_2,$$

$$\rho_в g V_{пол} + P_2 = P_1 - P_1 \frac{\rho_в}{\rho_{зол}}, \text{ откуда}$$

$$P_1 = \frac{\rho_в g V_{пол} + P_2}{1 - \dfrac{\rho_в}{\rho_{зол}}} = \frac{10^3 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 10^{-6} + 9,22}{1 - \dfrac{10^3}{19,3 \cdot 10^3}} \text{ Н} = 9,82 \text{ Н}.$$

Ответ на задание 25. Согласно условию плавания тел выталкивающая сила, действующая на кубик, равна произведению его массы и ускорения свободного падения:

$$F_А = mg. \qquad (1)$$

Выталкивающая сила это разность сил давления жидкости на нижнее и верхнее основания погруженного в жидкость тела. Но на верхнее основание кубика у нас давит только воздух, тогда как на нижнее, кроме воздуха, давит еще столб двух жидкостей снизу вверх, согласно закону Паскаля. Поэтому

$$F_А = F_{возд} + F_{воды} + F_к - F_{возд} = F_{воды} + F_к. \qquad (2)$$

Из формулы давления следует, что сила давления столба воды $F_{воды}$ равна произведению давления столба воды $p_{воды}$ и площади основания кубика S, которая, в свою очередь, равна квадрату длины его ребра:

$$F_{воды} = p_{воды}S = p_{воды}l^2.$$

Давление столба воды $p_{воды}$ можно определить по формуле $p_{воды} = \rho_{воды}gh_1$, где h_1 — глубина осадки кубика в воде. С учетом этого

$$F_{воды} = \rho_{воды}\, gh_1l^2. \qquad (3)$$

Аналогично, сила давления столба керосина равна

$$F_к = \rho_к g h_2 l^2. \qquad (4)$$

Подставим равенства (2) и (3) в формулу (1):

$$F_A = \rho_{воды}gh_1l^2 + \rho_к gh_2l^2 = g(\rho_{воды}h_1l^2 + \rho_к(l - h_1)l^2) =$$

$$= g(\rho_{воды}V_{погруж} + \rho_к l^3 - \rho_к h_1 l^2 =$$

$$= g(\rho_{воды}V_{погруж} + \rho_к l^3 - \rho_к V_{погруж}), \qquad (5)$$

ведь $l - h_1 = h_2$ и $h_1l^2 = V_{погруж}$.

Выразим массу кубика через его плотность и объем:

$$m = \rho_д V = \rho_д l^3. \qquad (6)$$

Здесь $\rho_д$ — плотность дерева. Нам осталось подставить правые части формул (5) и (6) в равенство (1) и найти оттуда искомый объем погруженной в воду части кубика:

$$g(\rho_{воды}V_{погруж} + \rho_к l^3 - \rho_к V_{погруж}) = \rho_д g l^3,$$

$$V_{погруж}(\rho_{воды} - \rho_к) = l^3(\rho_д - \rho_к),$$

откуда $V_{погруж} = l^3 \dfrac{\rho_д - \rho_к}{\rho_{воды} - \rho_к} = 5^3 \dfrac{960 - 800}{1000 - 800}$ см³ = 100 см³.

РАЗДЕЛ 2 МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Формулы молекулярной физики и термодинамики

Формула концентрации молекул $n = \dfrac{N}{V}$

Здесь n — концентрация ($м^{-3}$),
N — количество молекул (безразмерное),
V — объем ($м^3$)

Формула плотности $\rho = \dfrac{m}{V}$

Здесь ρ — плотность вещества ($кг/м^3$),
m — масса вещества (кг),
V — объем ($м^3$)

Формула относительной молекулярной массы

$$M_r = \frac{m_0}{\frac{1}{12} m_C}$$

Здесь M_r — относительная молекулярная масса (безразмерная),
m_0 — масса одной молекулы (кг),
m_C — масса атома углерода (кг)

Формула количества вещества (количества молей)

$$\nu = \frac{m}{M}$$

Здесь ν — количество вещества (количество молей) (моль),
m — масса вещества (кг),
M — молярная масса (кг/моль)

Формулы массы одной молекулы

$$m_0 = \frac{m}{N} \qquad m_0 = \frac{M}{N_A} \qquad m_0 = \frac{\rho}{n}$$

Здесь m_0 — масса одной молекулы (кг),
m — масса вещества (кг),
N — количество молекул (безразмерное),
M — молярная масса (кг/моль),
$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ — число Авогадро,
ρ — плотность вещества (кг/м^3),
n — концентрация молекул (м$^{-3}$)

Формулы количества молекул

$$N = nV \qquad N = \nu N_A \qquad N = \frac{m}{m_0}$$

Здесь N — количество молекул (безразмерное),
n — концентрация молекул (м$^{-3}$),
V — объем (м^3),
ν — количество вещества (количество молей) (моль),
N_A — число Авогадро (моль$^{-1}$),
m — масса вещества (кг),
m_0 — масса одной молекулы

Формулы средней квадратичной скорости молекул

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \qquad \bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}\text{, где } k = \frac{R}{N_A}$$

Здесь $\bar{v}$ — средняя квадратичная скорость молекул (м/с),
R = 8,31 Дж/(моль · К) — молярная газовая постоянная,
T — абсолютная температура (К),
M — молярная масса (кг/моль),
$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана,
m_0 — масса одной молекулы (кг)

Основное уравнение кинетической теории идеального газа

$$p = \frac{1}{3} m_0 n \bar{v}^2 \qquad p = \frac{2}{3} n \bar{E}_k$$

Здесь p — давление газа (Па),
m_0 — масса одной молекулы (кг),
N — концентрация молекул (м$^{-3}$),
$\bar{v}$ — средняя квадратичная скорость молекул (м/с),
$\bar{E}_k$ — средняя кинетическая энергия молекул (Дж)

Формула средней кинетической энергии молекул

$$\bar{E}_k = \frac{m_0 \bar{v}^2}{2}$$

Здесь $\bar{E}_k$ — средняя кинетическая энергия молекул (Дж),
m_0 — масса одной молекулы (кг),
$\bar{v}$ — средняя квадратичная скорость молекул (м/с)

Связь шкал Цельсия и Кельвина

$$T = t + 273°$$

Здесь T — абсолютная температура (К),
t — температура по шкале Цельсия

Связь средней кинетической энергии молекул идеального газа с абсолютной температурой

$$\overline{E}_k = \frac{3}{2}kT$$

Здесь $\overline{E}_k$ — средняя кинетическая энергия молекул (Дж),
k — постоянная Больцмана (Дж/К),
T — абсолютная температура (К)

Уравнение состояния идеального газа — уравнение Клапейрона – Менделеева

$$pV = \frac{m}{M}RT \qquad pV = \nu RT \qquad pV_{\text{моль}} = RT$$

Здесь p — давление газа (Па),
V — объем (м^3),
m — масса газа (кг),
M — молярная масса (кг/моль),
R — молярная газовая постоянная (Дж/(моль · К),
T — абсолютная температура (К),
ν — количество вещества (количество молей) (моль),
$V_{\text{моль}}$ — объем моля (м^3/моль)

Объединенный газовый закон — уравнение Клапейрона

при m = const $\qquad \dfrac{p_1V_1}{T_1} = \dfrac{p_2V_2}{T_2}$

Здесь p_1, V_1, T_1 — давление (Па), объем (м^3) и абсолютная температура (К) газа в первом состоянии,
p_2, V_2, T_2 — давление (Па), объем (м^3) и абсолютная температура (К) газа во втором состоянии

Закон Бойля – Мариотта (изотермический процесс)

при T = const и m = const $\qquad p_1V_1 = p_2V_2$

Здесь T — абсолютная температура газа (К),
m — масса газа (кг),
p_1 и V_1 — давление (Па) и объем газа ($м^3$) в первом состоянии,
p_2 и V_2 — давление (Па) и объем ($м^3$) газа во втором состоянии

Закон Гей-Люссака (изобарный процесс)

при p = const и m = const $\qquad \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{T_1}{T_2}$

Здесь p — давление газа (Па),
m — масса газа (кг),
V_1 и T_1 — объем ($м^3$) и абсолютная температура (К) газа в первом состоянии,
V_2 и T_2 — объем ($м^3$) и абсолютная температура (К) газа во втором состоянии

Закон Шарля

при V = const и m = const $\qquad \dfrac{p_1}{p_2} = \dfrac{T_1}{T_2}$

Здесь V — объем газа ($м^3$),
m — масса газа (кг),
p_1 и T_1 — давление (Па) и абсолютная температура (К) газа в первом состоянии,
p_2 и T_2 — давление (Па) и абсолютная температура (К) газа во втором состоянии

Связь давления идеального газа с концентрацией его молекул и температурой

$$p = kNT$$

Здесь p — давление газа (Па),
k — постоянная Больцмана (Дж/К),
N — концентрация молекул газа ($м^{-3}$),
T — абсолютная температура

Формулы относительной влажности

$$\varphi = \frac{\rho}{\rho_{нас}} 100\% \qquad \varphi = \frac{p}{p_{нас}} 100\%$$

Здесь φ — относительная влажность (безразмерная или в %),
ρ — плотность водяного пара в воздухе при данной температуре (кг/м^3),
$\rho_{нас}$ — плотность насыщенного водяного пара при той же температуре (кг/м^3),
p — давление водяного пара в воздухе при данной температуре (Па),
$p_{нас}$ — давление насыщенного водяного пара в воздухе при той же температуре (Па)

Работа при изобарном изменении объема газа

$$A = p\Delta V = p(V_2 - V_1)$$

Здесь A — работа (Дж),
p — давление газа (Па),
ΔV — изменение объема газа (м^3),
V_1 и V_2 — соответственно начальный и конечный объемы газа (м^3)

Внутренняя энергия идеального одноатомного газа и ее изменение

$$U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT \qquad U = \frac{3}{2}\nu RT \qquad \Delta U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}R\Delta T = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$$

Здесь U — внутренняя энергия газа (Дж),
m — масса газа (кг),
M — молярная масса газа (кг/моль),
R — молярная газовая постоянная (Дж/(моль · К),
T — абсолютная температура (К),
ν — количество вещества или число молей (моль),
ΔU — изменение внутренней энергии (Дж),
ΔT — изменение температуры (К)

Первый закон термодинамики

$$Q = \Delta U + A$$

Здесь Q — количество теплоты, переданное термодинамической системе (Дж),
ΔU — изменение внутренней энергии системы (Дж),
A — работа против внешних сил (Дж)

Применение первого закона термодинамики к термодинамическим процессам

к изотермическому: при $T = \text{const}$	$\Delta U = 0$ и $Q = A$
к изохорному: при $V = \text{const}$	$A = 0$ и $Q = \Delta U$
к изобарному: при $p = \text{const}$	$Q = \Delta U + A$
к адиабатному: при $Q = 0$	$\Delta U = -A$

Здесь T — абсолютная температура (К),
ΔU — изменение внутренней энергии (Дж),
Q — количество теплоты (Дж),
A — работа (Дж),
V — объем (м^3),
p — давление (Па)

Формулы количества теплоты при нагревании или охлаждении тел

$Q = cm\Delta t = cm(t_2 - t_1)$ $\quad$ $Q = cm\Delta T = cm(T_2 - T_1)$
$Q = C\Delta t = C(t_2 - t_1)$ $\quad$ $Q = C\Delta T = C(T_2 - T_1)$

Здесь Q — количество теплоты, переданное телу при нагревании или отданное им при охлаждении (Дж),
c — удельная теплоемкость вещества (Дж/(кг · К),
m — масса тела (кг),
Δt — изменение температуры тела по шкале Цельсия (°С),
t_1 и t_2 — температуры тела в начале и в конце процесса передачи теплоты по шкале Цельсия (°С),
ΔT — изменение абсолютной температуры тела (К),

T_1 и T_2 — абсолютные температуры тела в начале и в конце процесса передачи теплоты (К),

$C = cm$ — теплоемкость тела (Дж/К)

Формула количества теплоты при плавлении или кристаллизации

$$Q = m\lambda$$

Здесь Q — количество теплоты (Дж),

m — масса тела (кг),

λ — удельная теплота плавления вещества (Дж/кг)

Формула количества теплоты при парообразовании или конденсации

$$Q = mr \qquad \text{или} \qquad Q = mL$$

Здесь Q — количество теплоты (Дж),

m — масса тела (кг),

r (или L) — удельная теплота парообразования (Дж/кг)

Формула количества теплоты при сгорании топлива

$$Q = mq$$

Здесь Q — количество выделившейся теплоты (Дж),

m — масса топлива (кг),

q — удельная теплота сгорания (Дж/кг)

Коэффициент полезного действия теплового двигателя

$$\eta = \frac{A}{Q_1}100\% \qquad \eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}100\%$$

Здесь η — коэффициент полезного действия (безразмерный или в %),

$A = Q_1 - Q_2$ — работа, совершенная двигателем (Дж),

Q_1 — количество теплоты, полученное рабочим веществом от нагревателя (Дж),

Q_2 — количество теплоты, отданное рабочим веществом холодильнику (Дж)

Коэффициент полезного действия идеального теплового двигателя

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} 100\%$$

Здесь η — коэффициент полезного действия идеального теплового двигателя (безразмерный или в %),

T_1 — абсолютная температура нагревателя (К),

T_2 — абсолютная температура холодильника (К)

Контрольные задания по разделу «Молекулярная физика и термодинамика»

Часть 1. Задания уровня А и Б, а также качественные задания уровня С на ЕГЭ

Число Авогадро $6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Молярная газовая постоянная 8,31 Дж/(моль · К)
Постоянная Больцмана $1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Нормальные условия:
давление 10^5 Па и температура $T = 273$ К

Задание 1. Расстояния между молекулами, равномерно распределенными по всему сосуду, во много раз превышают размеры молекул. В каком агрегатном состоянии находится вещество: твердом, жидком или газообразном?

Задание 2. Моль вещества — это:

1) масса молекулы;
2) отношение массы молекулы к $1/12$ массы атома углерода;
3) молярная масса;
4) количество вещества, в котором столько молекул, сколько в 12 г углерода.

Задание 3. Броуновское движение — это:

а) беспорядочное движение молекул;
б) движение электронов в атомах;
в) колебания частиц в узлах кристаллической решетки;
г) движение мелких частиц под ударами молекул.

Задание 4. Число Авогадро равно:

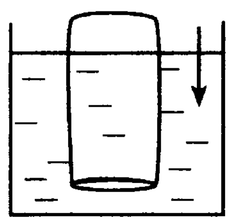
1) числу молекул в 1 см^3 воздуха при нормальных условиях;
2) числу молекул в одном моле вещества;
3) числу молекул в единице объема вещества;
4) числу молекул в единице массы вещества.

Задание 5. В сосуд с жидкостью добавили 10 молей. Насколько увеличилось число молекул в сосуде?

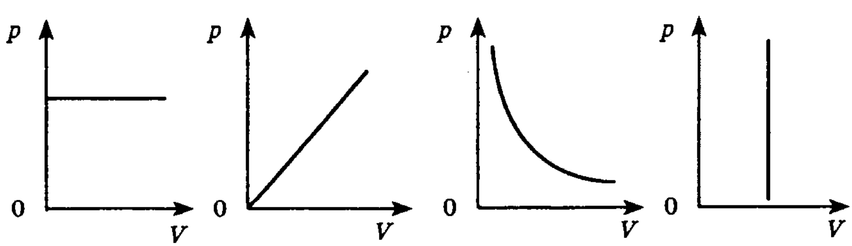
Задание 6. По мере сжатия газа:

1) увеличиваются силы отталкивания между молекулами, а силы их взаимного притяжения уменьшаются;
2) увеличиваются и силы отталкивания, и силы притяжения молекул друг к другу;
3) увеличиваются силы притяжения молекул друг к другу, а силы их взаимного отталкивания уменьшаются;
4) уменьшаются силы взаимного притяжения молекул, а силы их взаимного отталкивания остаются неизменными.

Задание 7. В сосуд с водой медленно опускают пустой стакан вверх дном (рис. 117, *а*). На каком из рис. 117, *б*, *в*, *г* или *д* верно показан процесс изменения параметров состояния воздуха над жидкостью в стакане?



а



б *в* *г* *д*

Рис. 117

Задание 8. Какую температуру по шкале Цельсия показывает термометр на рис. 118?

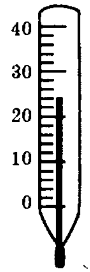


Рис. 118

Задание 9. Газ в цилиндре под поршнем очень быстро сжимают. Какой это процесс: изотермический, изобарный, изохорный или адиабатный?

Задание 10. Плотность некоторого газообразного вещества равна 2,5 кг/м^3 при температуре 10 °C и нормальном атмосферном давлении. Найдите молярную массу этого вещества.

Задание 11. Молярная масса азота равна 0,028 кг/моль. Чему равна масса молекулы азота?

Задание 12. Плотность вещества $2 \cdot 10^3$ кг/м^3, масса одной молекулы $5 \cdot 10^{-27}$ кг. Чему равна концентрация молекул в нем?

Задание 13. В баллон объемом 3 л впустили 2 л водорода, 5 л кислорода и 4 л азота. Чему равен стал объем смеси газов?

Задание 14. Газ неизменной массы в сосуде переводят из состояния 1 в состояние 2. Параметры состояния газа приведены в таблице. Какое число следует записать в свободной клетке таблицы?

	p, 10^5 Па	V, л	T, К
Состояние 1	2	6	400
Состояние 2	3	?	800

Задание 15. Определите число атомов в 1 м^3 меди. Молярная масса меди $M = 0{,}0635$ кг/моль, ее плотность $\rho = 8900$ кг/м^3.

Задание 16. Плотность алмаза 3500 кг/м^3. Какой объем займут 10^{22} атомов этого вещества?

Задание 17. Как изменится давление газа, если концентрация его молекул увеличится в 3 раза, а средняя квадратичная скорость молекул уменьшится в 3 раза?

1) уменьшится в 3 раза;
2) увеличится в 9 раз;
3) уменьшится в 9 раз;
4) увеличится в 3 раза.

Задание 18. Под каким давлением находится газ в сосуде, если средняя квадратичная скорость его молекул $\overline{v}^2 = 10^6$ м^2/с^2, концентрация молекул $n = 3 \cdot 10^{26}$ м^3, масса каждой молекулы $m_0 = 5 \cdot 10^{-26}$ кг?

Задание 19. На рис. 119, *а* дан график изменения состояния идеального газа в координатах p–T. Какой из графиков в координатах p–V соответствует этому графику?

1) *б*; 2) *в*; 3) *г*; 4) *д*.

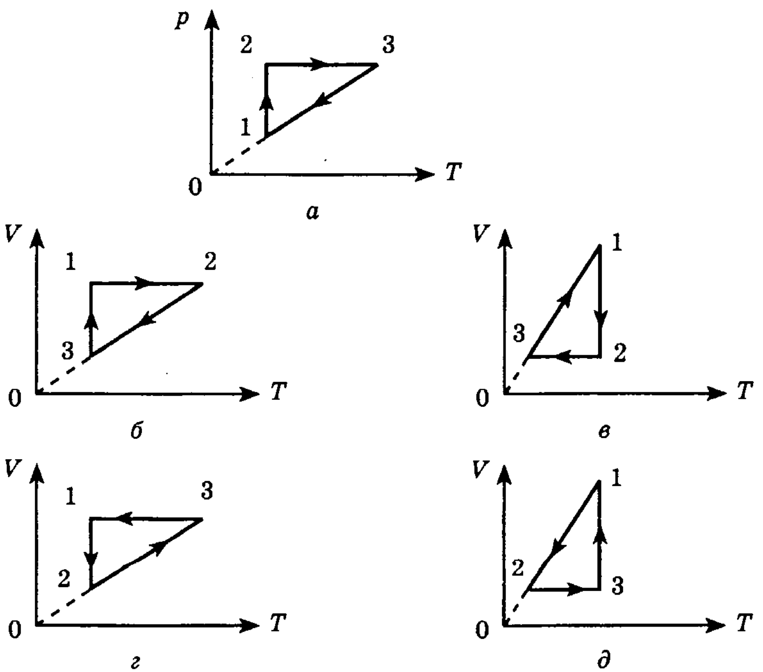


Рис. 119

Задание 20. В закрытом сосуде находится газ под давлением 200 кПа. Каким станет давление газа, если температуру повысить на 30%?

Задание 21. Имеется 1 моль кислорода и 1 моль водорода. Объем молекулы кислорода больше объема молекулы водорода. В 1 моле:

1) молекул кислорода больше, чем молекул водорода;
2) молекул кислорода меньше, чем молекул водорода;
3) молекул кислорода столько же, что и молекул водорода;
4) молекул кислорода больше или меньше, чем молекул водорода, в зависимости от массы этих веществ.

Задание 22. Какой из графиков (рис. 120) показывает зависимость концентрации молекул от объема газа при неизменном общем числе молекул?

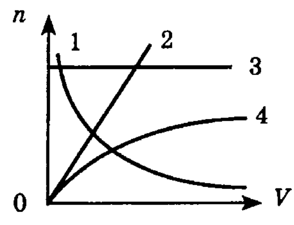


Рис. 120

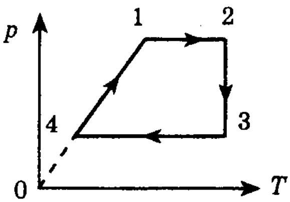


Рис. 121

Задание 23. Какой участок графика на рис. 121 соответствует изохорному нагреванию идеального газа?

Задание 24. При неизменной концентрации молекул газа средняя кинетическая энергия теплового движения его молекул уменьшилась в 3 раза. Как изменилось при этом давление газа?

Задание 25. Давление идеального газа 0,1 МПа, масса его молекулы $3 \cdot 10^{-26}$ кг, концентрация молекул 10^{25} м^3. Чему равна средняя квадратичная скорость молекул?

Задание 26. При неизменной концентрации частиц абсолютная температура идеального газа увеличилась в 4 раза. Давление газа при этом:

1) увеличилось в 4 раза;
2) увеличилось в 2 раза;
3) уменьшилось в 4 раза;
4) не изменилось.

Задание 27. Как изменялось давление идеального газа на участках 1–2 и 2–3 (рис. 122)?

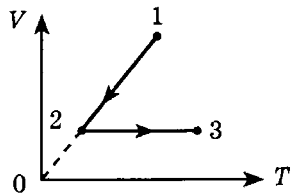


Рис. 122

Задание 28. В стеклянном баллоне содержалась смесь двух идеальных газов по 1 моль каждого. Вначале из сосуда выпустили половину всех молекул, а затем впустили в сосуд 1 моль первого газа. Как изменились давления первого и второго газов и их общее давление, если процесс был изотермический?

1) парциальное давление первого газа увеличилось, второго уменьшилось, а общее давление не изменилось;
2) парциальное давление первого газа уменьшилось, второго увеличилось и общее давление увеличилось;
3) парциальное давление обоих газов и их общее давление увеличилось;
4) парциальное давление первого газа не изменилось, второго уменьшилось, а общее давление не изменилось.

Задание 29. График на рис. 123 показывает, как менялась плотность идеального газа с течением времени. Как соотносятся давления газа при максимальной плотности и при минимальной?

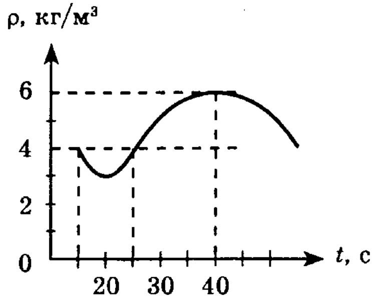


Рис. 123

Задание 30. Как изменяется давление данной массы идеального газа при переходе из состояния 1 в состояние 2 (рис. 124)?

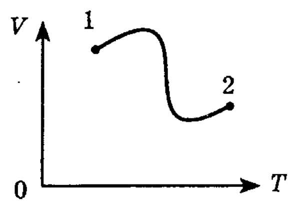


Рис. 124

1) не изменяется;
2) увеличивается;
3) уменьшается;
4) недостаточно данных.

Задание 31. Как изменяется объем данной массы идеального газа при переходе из состояния 1 в состояние 2 (рис. 125)?

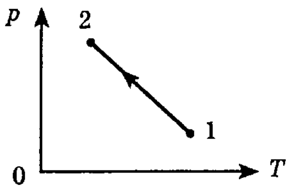


Рис. 125

Задание 32. Как изменится температура данной массы идеального газа при увеличении его объема в 2 раза, если состояние газа изменяется по закону $pV^2 = \text{const}$?

Задание 33. В одном сосуде находится 1 г молекулярного водорода, а в другом — 4 г гелия. Молярная масса водорода 0,002 кг/моль, молярная масса гелия 0,004 кг/моль. При этом:

1) число молекул гелия в 4 раза больше числа молекул водорода;

2) число молекул гелия в 2 раза больше числа молекул водорода;
3) число молекул гелия равно числу молекул водорода;
4) число молекул водорода в 2 раза больше числа молекул гелия.

Задание 34. В вертикальном цилиндре под поршнем массой 2 кг с площадью основания 5 см^2 находится газ. Давление над поршнем 10^5 Па. Чему равно давление газа под поршнем?

Задание 35. Во сколько раз изменился объем данной массы идеального газа при переходе из состояния 1 в состояние 2 (рис. 126)?

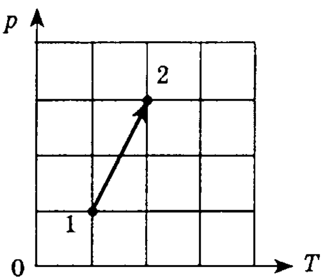


Рис. 126

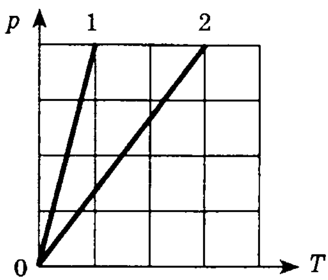


Рис. 127

Задание 36. На рис. 127 показаны графики зависимости давления от концентрации для двух идеальных газов при фиксированных температурах. Чему равно отношение температуры T_2 к T_1?

Задание 37. Плотность идеального газа можно определить по формуле:

1) pV/RT; 2) pM/RT; 3) pT/R; 4) pVM/T.

Задание 38. В баллоне емкостью 30 л с трещиной параметры первоначального состояния газа были 2 МПа и 300 К, а через некоторое время они стали 1 МПа и 200 К.

Сколько молей газа вышло из баллона? Ответ округлить до целого числа молей.

Задание 39. На рис. 128, *а* изображен круговой процесс в идеальном газе в координатах p–V. Какой график в координатах p–T соответствует этому процессу?

1) *б*; 2) *в*; 3) *г*; 4) *д*.

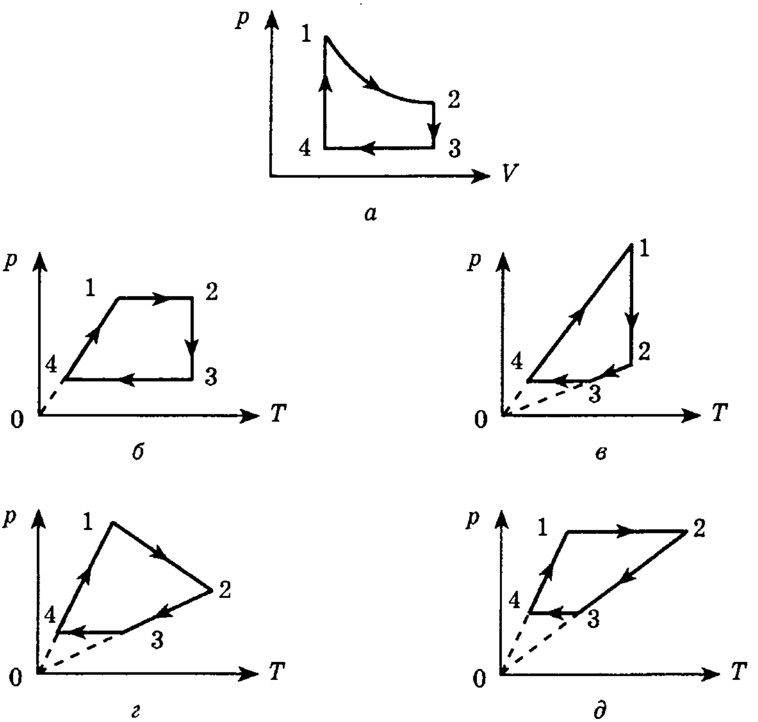


Рис. 128

Задание 40. На рис. 129 изображены два графика, описывающих процессы в идеальном газе. Какой из графиков соответствует изотермическому, а какой адиабатному процессу? В состоянии 1 температура газа была 300 К. Какой станет температура газа в состоянии 3?

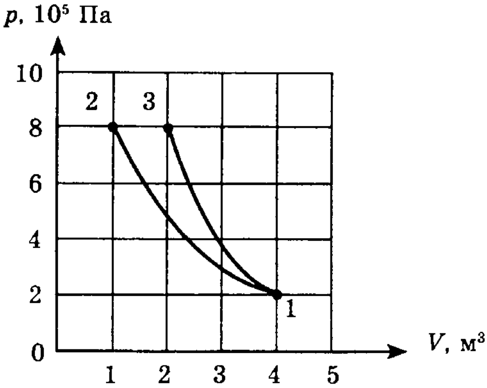


Рис. 129

Задание 41. 3 моль водорода находятся в сосуде при температуре T. Какова температура 3 моль кислорода в сосуде такого же объема и под таким же давлением? Молярная масса водорода 0,002 кг/моль, кислорода 0,032 кг/моль.

Задание 42. При переходе определенной массы газа из одного состояния в другое его давление уменьшается, а температура увеличивается. Как при этом меняется его объем?

Задание 43. Во сколько раз и как изменится объем идеального газа, если его давление изотермически увеличить на 40%?

1) уменьшится в 4 раза;
2) увеличится в 2,5 раза;
3) уменьшится в 1,4 раза;
4) увеличится в 5 раз.

Задание 44. На рис. 130 показан график изменения параметров состояния данной массы идеального газа. Как изменялась температура газа при переходе из состояния 1 в состояние 2 (рис. 130, *а*) и из состояния 1 в состояние 2 (рис. 130, *б*)?

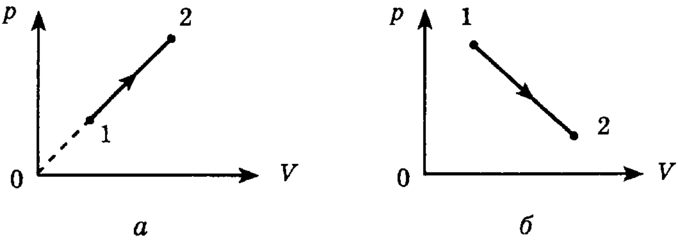


Рис. 130

Задание 45. Относительная влажность воздуха 60%. Какой станет относительная влажность, если объем воздуха изотермически увеличить в полтора раза?

Задание 46. Температура кипения воды зависит от:

1) мощности нагревателя;
2) начальной температуры воды;
3) давления внешней среды;
4) объема воды.

Задание 47. Внутренняя энергия термодинамической системы уменьшилась на 40 кДж, и при этом система совершила работу против внешних сил 35 кДж. Какое количество теплоты получит или отдаст при этом система?

Задание 48. Внутренняя энергия данной массы идеального одноатомного газа уменьшилась на 20%. При этом температура газа:

1) повысилась в 1,5 раза;
2) понизилась в 1,25 раза;
3) не изменилась;
4) повысилась в 2,5 раза.

Задание 49. Газ изобарно перешел из первого состояния с давлением 10^5 Па и объемом 0,1 $м^3$ во второе состояние с объемом 0,2 $м^3$, а затем он из второго состояния изохорно перешел в третье состояние с давлением $3 \cdot 10^5$ Па. Найдите всю совершенную работу при переходе газа из первого состояния в третье.

1) 10 кДж; 2) 20 кДж;
3) 30 кДж; 4) 40 кДж.

Задание 50. Идеальный одноатомный газ находится в сосуде объемом 0,6 м^3 под давлением 2 кПа. Чему равна его внутренняя энергия?

Задание 51. Какое количество теплоты надо изобарно передать 1 молю одноатомного идеального газа, чтобы увеличить его температуру на ΔT?

Задание 52. На рис. 131 показан график зависимости количества теплоты, необходимого для нагревания на 10 °С некоторого вещества, от его массы. Удельная теплоемкость этого вещества равна:

1) 600 Дж/(кг · К); 2) 1200 Дж/(кг · К);
3) 3000 Дж/(кг · К); 4) 4200 Дж/(кг · К).

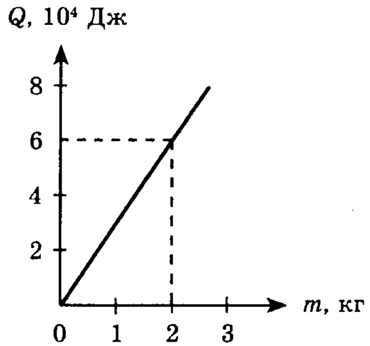


Рис. 131

Задание 53. На рис. 132 изображен график зависимости давления газа от его температуры. Газ получает от нагревателя количество теплоты 300 Дж. При этом:

1) изменение его внутренней энергии равно нулю, а совершенная газом работа равна 300 Дж;
2) изменение его внутренней энергии равно 300 Дж, а работы газ не совершает;
3) внутренняя энергия газа уменьшается на 300 Дж, и газ совершает работу 300 Дж;
4) внутренняя энергия газа увеличивается на 150 Дж и газ совершает работу 150 Дж.

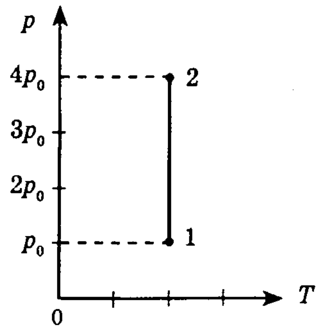


Рис. 132

Задание 54. На рис. 133 изображен график изменения температуры жидкости массой 1 кг в зависимости от переданного ей количества теплоты. Удельная теплота парообразования этой жидкости равна:

1) $5 \cdot 10^6$ Дж/кг; 2) $7 \cdot 10^6$ Дж/кг;
3) $2 \cdot 10^6$ Дж/кг; 4) $3 \cdot 10^6$ Дж/кг.

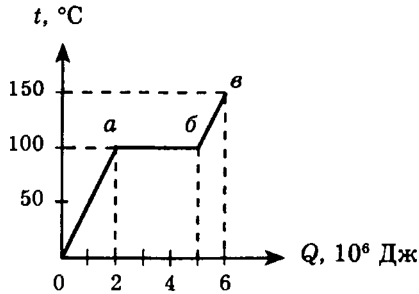


Рис. 133

Задание 55. Под давлением 100 кПа данная масса газа изобарно расширилась, увеличив объем с 3 до 9 л. При этом внутренняя энергия газа:

1) увеличилась на 1800 Дж;
2) увеличилась на 900 Дж;
3) уменьшилась на 600 Дж;
4) уменьшилась на 300 Дж.

Задание 56. На рис. 134 изображен график изобарного расширения идеального одноатомного газа в координатах p–V вследствие передачи ему извне 900 Дж теплоты. При этом внутренняя энергия газа:

1) увеличилась на 300 Дж;
2) увеличилась на 500 Дж;
3) уменьшилась на 400 Дж;
4) уменьшилась на 100 Дж.

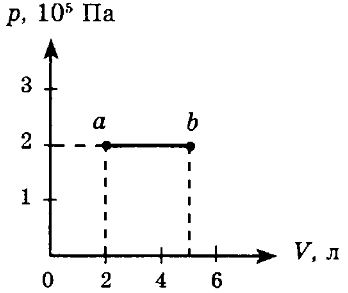


Рис. 134

Задание 57. У вещества в жидком состоянии медленно понижается температура. Ниже приведена таблица температуры вещества в отдельные моменты времени:

Время, мин	0	5	10	15	25	30	35
Температура, °C	98	82	66	66	66	60	55

Через 15 мин после начала наблюдения вещество было:

1) в жидком состоянии;
2) в жидком и твердом состояниях;
3) в твердом состоянии;
4) в жидком и газообразном состояниях.

Задание 58. На рис. 135 изображен график зависимости температуры вещества от времени наблюдения при передаче веществу некоторого количества теплоты. В состоянии 1 вещество было твердым. Какому процессу соответствует отрезок 7–8 графика:

1) нагреванию; 2) конденсации;
3) кипению; 4) плавлению?

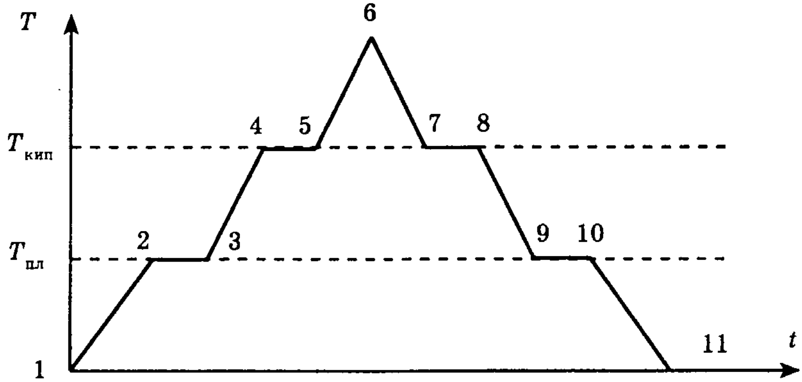


Рис. 135

Задание 59. Как изменяется энергия молекул вещества в процессе 4—5 графика на рис. 135?

1) кинетическая увеличивается, а потенциальная уменьшается;
2) кинетическая не изменяется, а потенциальная увеличивается;
3) не изменяются ни кинетическая, ни потенциальная энергии;
4) кинетическая уменьшается, а потенциальная увеличивается.

Задание 60. На рис. 136 изображен круговой процесс в термодинамической системе. Работа, совершенная в этом процессе, равна:

1) 400 кДж; 2) 600 кДж;
3) 150 кДж; 4) 1600 Дж.

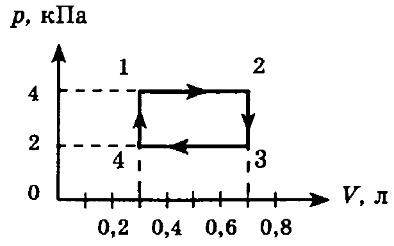


Рис. 136

Задание 61. На рис. 137 показан график изменения внутренней энергии данной массы идеального газа при изменении его объема. На каких участках графика изменялась температура газа?

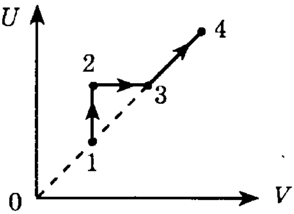


Рис. 137

Задание 62. Чему примерно равна удельная теплоемкость твердого вещества массой 2 кг, которую определяли в процессе эксперимента при охлаждении этого вещества? Результаты эксперимента изображены на рис. 138. Погрешности измерений количества теплоты и температуры соответственно равны 5 кДж и 1 °С.

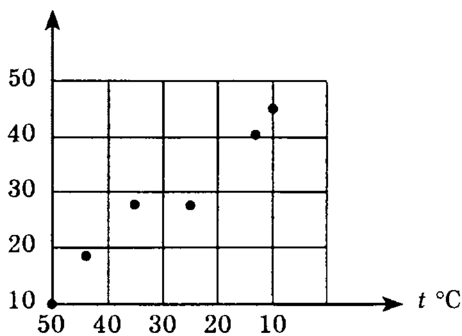


Рис. 138

Задание 63. В термодинамическом процессе 1–2, изображенном на рис. 139, идеальный одноатомный газ совершил работу 5 Дж. Какое количество теплоты при этом получил газ?

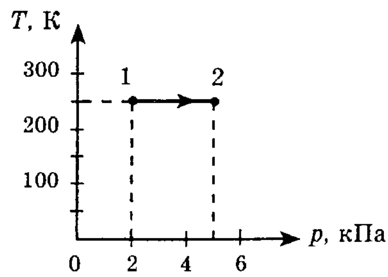


Рис. 139

Задание 64. На рис. 140 изображен график изменения внутренней энергии газа в цилиндре под подвижным поршнем при передаче ему количества теплоты. Как изменялся объем газа при переходе из состояния 1 в состояние 2 и из состояния 2 в состояние 3?

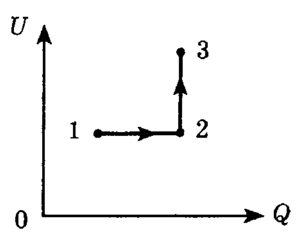


Рис. 140

Задание 65. В герметически закрытом сосуде находятся 5 моль идеального одноатомного газа при 27 °С. Какое количество теплоты надо передать этому газу, чтобы его давление увеличилось в 3 раза?

Задание 66. Какое количество теплоты нужно передать 2 моль идеального одноатомного газа, чтобы изобарно увеличить его объем в 3 раза, если начальная температура 300 К?

Задание 67. В цилиндре под поршнем находится ненасыщенный пар. Медленно опуская поршень, его переводят в состояние насыщения и продолжают сжимать. На каком из графиков (рис. 141) верно показано изменение концентрации молекул пара при уменьшении его объема?

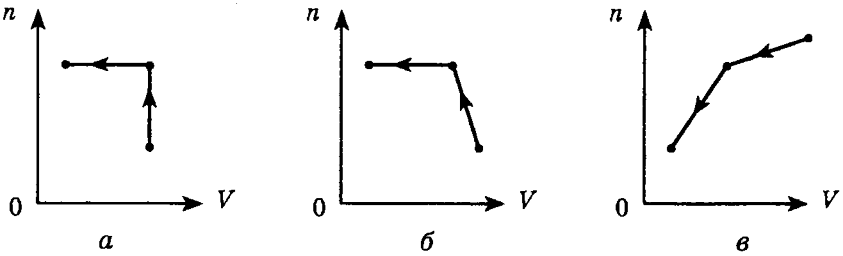


Рис. 141

Задание 68. На рис. 142 изображены 4 положенных друг на друга бруска. Стрелками показаны переходы количества теплоты от одних брусков к другим вследствие теплопроводности. Температуры брусков в начальном состоянии составляют 100 °С, 80 °С, 40 °С и 10 °С. У какого бруска была какая температура в начале опыта?

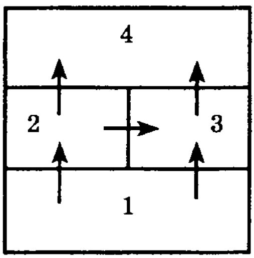


Рис. 142

Задание 69. В 3 л воды при 40 °С бросили 50 г льда при $t = -4$ °С. Какая установилась температура после того, как весь лед растаял? Удельная теплоемкость воды $4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К), удельная теплоемкость льда $2{,}1 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К), удельная теплота плавления льда $3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг.

Задание 70. С какой скоростью V должна вылететь из ружья свинцовая дробинка при выстреле, сделанном вертикально вниз с высоты $h = 50$ м, чтобы при ударе о камень она полностью расплавилась? Начальная температура дробинки $T_1 = 400$ К, температура плавления свинца $T_2 = 600$ К. Удельная теплоемкость свинца $c = 0{,}13$ кДж/(кг · К), удельная теплота плавления свинца $\lambda = 25$ кДж/кг.

Часть 2. Задания повышенной сложности

Задание 1. На рис. 143 изображен график изменения температуры воды массой 200 г с течением времени при нагревании. С какой скоростью поступало тепло к воде?

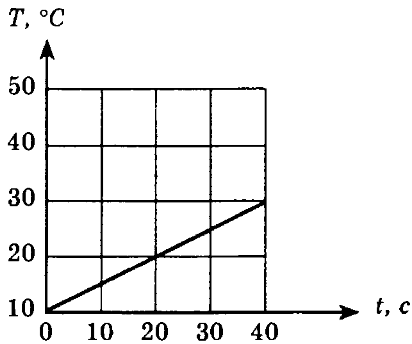


Рис. 143

Задание 2. Три сферы радиусами 4 см, 8 см и 10 см заполнены газом и соединены тонкими трубками, перекрытыми кранами (рис. 144). Давление газа в левой сфере 0,2 МПа, давление газа в средней сфере 0,4 МПа, давление газа в правой сфере 0,8 МПа. Каким станет давление газа, если оба крана открыть?

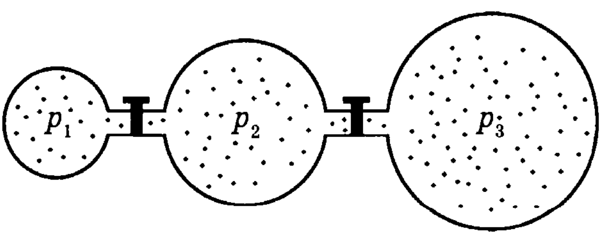


Рис. 144

Задание 3. В 2 м^3 воздуха в помещении при температуре 23 °C содержится 10,3 г водяных паров. Пользуясь таблицей плотности насыщенных водяных паров при разных температурах, определите относительную влажность воздуха.

T, °C	18	20	21	22	23	24	25
$\rho_{нас}$, г/м^3	15,4	16,3	18,3	19,4	20,6	21,8	23,0

Задание 4. В сосуде под закрепленным поршнем находится воздух (рис. 145). Ему сообщают количество теплоты $Q_1 = 800$ Дж, вследствие чего температура воздуха повышается на $\Delta T = 2$ К. Когда же воздуху предоставили возможность изобарно расширяться, то при сообщении ему количества теплоты $Q_2 = 1000$ Дж его температура повысилась на такую же величину. Найдите массу воздуха в сосуде. Ответ округлить до сотых долей килограмма. Молярная масса воздуха 0,029 кг/(моль · К).

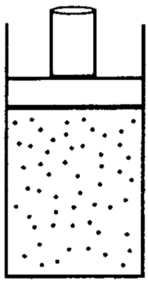


Рис. 145

Задание 5. В баллоне находится газ при температуре 15 °C. Во сколько раз уменьшится давление газа, если 40% его выйдет из баллона, а температура при этом понизится на 8 °C?

Задание 6. Ампула объемом 1 см^3 содержит воздух при нормальных условиях. Ампула оставлена в космосе, в ней пробито отверстие. Через сколько времени давление в ампуле станет равно 0, если из нее каждую секунду вылетает 100 млн молекул?

Задание 7. Какое количество теплоты нужно передать 2 моль идеального одноатомного газа, чтобы изобарно увеличить его объем в 3 раза, если начальная температура 300 К?

Задание 8. На рис. 146 изображен график зависимости температуры куба со стороной $a = 10$ см от выделенного им количества теплоты. Плотность вещества куба $\rho = 7000$ кг/м^3. Определите удельную теплоемкость вещества. Ответ округлить до целого числа.

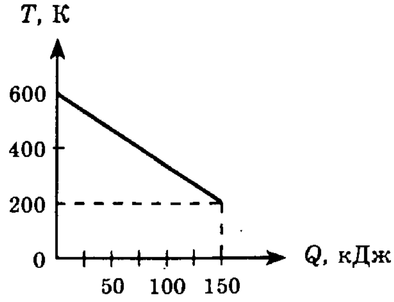


Рис. 146

Задание 9. В горизонтально расположенной трубке, запаянной с одного конца, находится столбик ртути длиной l, запирающий столбик воздуха. Трубку поворачивают вертикально открытым концом вверх и нагревают воздух в ней на ΔT. При этом объем воздуха в трубке не изменяется. Давление наружного воздуха в комнате p_0. Найдите температуру воздуха в комнате.

Задание 10. В цилиндре под поршнем находится газ. Масса поршня m, площадь его основания S. С какой силой надо давить на поршень, чтобы объем воздуха под ним уменьшился вдвое и при этом температура воздуха будет повышена на 60%? Атмосферное давление нормальное. Трением пренебречь.

Задание 11. Воздушный шар имеет объем 200 м^3. Температура воздуха снаружи 17 °С, температура воздуха внутри шара 127 °С. Давление атмосферы нормальное. В шаре имеется отверстие. Шар движется вверх равномерно. Сопротивлением пренебречь. Найдите массу нерастяжимой оболочки шара.

Задание 12. Идеальный одноатомный газ расширялся сначала изобарно (рис. 147, участок 1–2), а потом адиабатно (участок 2–3). При адиабатном расширении газ совершил работу 27 кДж. Температура газа в состоянии 1 равна температуре в состоянии 3. Найдите работу расширения газа в процессе 1–3.

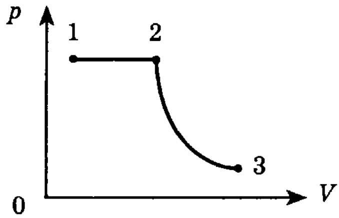


Рис. 147

Задание 13. Идеальный одноатомный газ, находящийся в теплоизолированном сосуде объемом V под давлением p, заперт поршнем массой M (рис. 148). Справа поршень удерживают упоры 1 и 2, не давая газу расширяться. В поршень попадает пуля массой m, летящая горизонтально со скоростью v, и застревает в нем. Считая, что всю механическую энергию поршень передаст газу, определите, во сколько раз повысится температура газа. Процесс в газе изобарный.

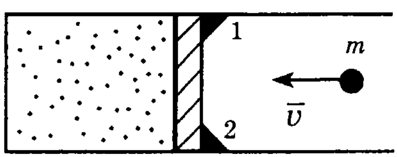


Рис. 148

Задание 14. В цилиндре под двумя одинаковыми тонкими поршнями находится сжатый идеальный газ. Расстояния от дна цилиндра до нижнего поршня и от нижнего поршня до верхнего одинаковы и равны h (рис. 149). Давление воздуха под верхним поршнем вдвое больше атмосферного. Вся система находится в равновесии. На верхний поршень надавливают так, что он опускается на место нижнего, сжимая газ. Каким станет расстояние x от нижнего поршня до дна сосуда? Атмосферное давление постоянно.

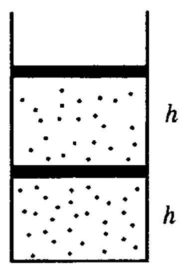


Рис. 149

Задание 15. В калориметр налита вода массой $m_1 = 0{,}2$ кг при температуре $t_1 = 10$ °С. В эту воду впустили стоградусный пар массой $m_2 = 8$ г. Теплоемкость калориметра $C = 800$ Дж/К, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг · К), удельная теплота парообразования $r = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/К. Найдите температуру t при тепловом равновесии этих тел. Ответ округлите до целого числа.

Задание 16. 20 молей идеального одноатомного газа нагрели на 200 К. В процессе нагревания давление газа росло прямо пропорционально его объему. Какое количество теплоты было сообщено газу?

Задание 17. В идеальном одноатомном газе происходит процесс, изображенный на рис. 150. Какое количество теплоты подведено к газу в этом процессе, начиная от состояния 1 и кончая состоянием 4?

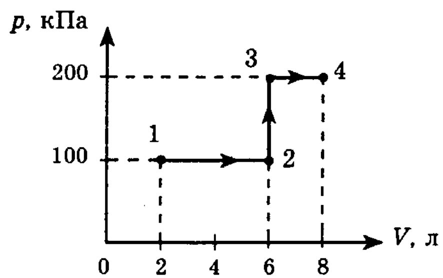


Рис. 150

Задание 18. Идеальный одноатомный газ данной массы сначала изобарно переводят из состояния 1 в состояние 2, а затем его адиабатно переводят снова из состояния 1 в состояние 3 (рис. 151). Конечный объем газа в обоих процессах V_2. Отношение количества теплоты, полученного газом в изобарном процессе, к модулю внутренней энергии при адиабатном процессе равно 4. Во сколько раз работа при изобарном процессе больше работы при адиабатном процессе?

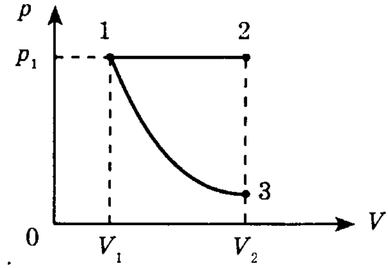


Рис. 151

Задание 19. Два теплоизолированных сосуда соединены узкой трубкой с закрытым краном, объемом которой можно пренебречь. В первом сосуде содержится ν_1 молей идеального газа со средней квадратичной скоростью молекул $\overline{v}_1$, а во втором содержится ν_2 молекул этого газа со средней квадратичной скоростью молекул $\overline{v}_2$. Все молекулы одинаковы. Какова будет средняя квадратичная скорость молекул $\overline{v}$, если кран открыть?

Задание 20. В горизонтально расположенном цилиндрическом сосуде находится идеальный газ массой m_1, закрытый поршнем массой m_2. Вследствие изобарного расширения газа при его нагревании поршень приобретает скорость v, двигаясь из состояния покоя. Внутренняя энергия газа U прямо пропорциональна его абсолютной температуре T: $U = kT$, где k — коэффициент пропорциональности. Молярная масса газа M. Какое количество теплоты Q передано газу при этом? Теплоемкостями сосуда и поршня пренебречь.

Задание 21. В цилиндрическом сосуде под поршнем находится 2 л водяного пара при 100 °С и нормальном атмосферном давлении. Поршень опускают, и объем пара изобарно уменьшается вдвое. Какое количество теплоты отдает этот пар, если его температура не изменяется? Удельная теплота парообразования $2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг, молярная масса водяного пара 0,018 кг/моль.

Задание 22. Посередине горизонтального, теплоизолированного и закрытого цилиндрического сосуда длиной l с площадью основания S располагается поршень, толщиной которого можно пренебречь. Справа от поршня в сосуде находится газ под давлением p_1 и при температуре T_1, а слева вакуум. Поршень соединен с левым основанием цилиндра сжатой упругой пружиной жесткостью k (рис. 152). Длина пружины в недеформированном состоянии равна длине цилиндра. Поршень удерживается в неподвижном состоянии внешним воздействием. Какая установится температура газа T_2, если поршень отпустить? Известно, что внутренняя энергия этого газа пропорциональна его температуре: $U = CT$, где C — известный коэффициент пропорциональности. Трением и теплоемкостями цилиндра с поршнем можно пренебречь.

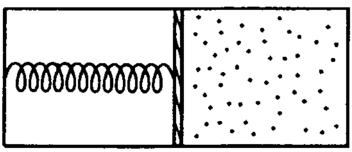


Рис. 152

Задание 23. Тонкостенный резиновый шар массой 40 г наполнен кислородом и погружен в пруд на глубину 20 м. Найдите массу кислорода в шаре, если он находится в равновесии. Давление атмосферы нормальное, температура на глубине 3 °C. Растяжением и объемом оболочки шара пренебречь.

Задание 24. Теплоизолированный сосуд объемом 1,5 м^3 разделен пополам тонкой перегородкой. В одной половине сосуда содержится 3 моль аргона при температуре 400 К, в другой — 4 моль гелия при температуре 200 К. Найдите давление смеси этих газов после удаления перегородки.

Ответы на задания части 1

Ответ на задание 1. Вещество находится в газообразном состоянии.

Ответ на задание 2. Моль вещества — это количество вещества, в котором столько молекул, сколько в 12 г углерода.

Верный ответ 4.

Ответ на задание 3. Броуновское движение — это движение мелких частиц под ударами молекул.

Верный ответ г.

Ответ на задание 4. Число Авогадро равно числу молекул в одном моле вещества.

Верный ответ 2.

Ответ на задание 5. Увеличение числа молекул $\Delta N = \nu N_{\text{А}} = 10$ моль $\cdot\ 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1} = 6{,}02 \cdot 10^{24}$.

Ответ на задание 6. По мере сжатия газа увеличиваются и силы отталкивания молекул друг от друга, и силы притяжения их друг к другу. Это вызвано тем, что в атомах веществ есть положительно и отрицательно заряженные частицы, которые по-разному взаимодействуют друг с другом.

Верный ответ 2.

Ответ на задание 7. При медленном опускании стакана вверх дном процесс сжатия воздуха будет изотермическим, поэтому давление будет расти, а объем уменьшаться в соответствии с законом Бойля – Мариотта. Графиком этого процесса в координатах p–V будет гипербола.

Верный ответ 2.

Ответ на задание 8. Поскольку из рис. 118 следует, что между большими делениями находится пять маленьких, цена деления на термометре $\frac{10}{5}$ °C = 2 °C. Значит, термометр показывает температуру 24 °C.

Ответ на задание 9. Процесс быстрого сжатия, когда газ не успевает обменяться теплом с окружающей средой, является адиабатным.

Ответ на задание 10. Согласно уравнению Менделеева – Клапейрона $pV = \frac{m}{M}RT$, где масса газа $m = \rho V$, поэтому $pV = \frac{\rho V}{M}RT$, $p = \frac{\rho}{M}RT$, откуда $M = \frac{\rho RT}{p} =$

$= \frac{2{,}5 \cdot 8{,}31 \cdot 283}{10^5}$ кг/моль $= 5{,}9 \cdot 10^{-3}$ кг/моль $= 5{,}9$ г/моль.

Ответ на задание 11. Массу одной молекулы азота можно найти, разделив массу всех молекул азота в одном моле, т. е. его молярную массу M, на число молекул в одном моле, т. е. на число Авогадро N_A:

$$m_0 = \frac{M}{N_A} = \frac{0{,}028}{6{,}02 \cdot 10^{23}} \text{ кг} \approx 4{,}65 \cdot 10^{-26} \text{ кг}.$$

Ответ на задание 12. Концентрацию молекул можно определить из формулы $m_0 = \frac{\rho}{n}$, откуда

$$m_0 = \frac{\rho}{n} = \frac{2 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^{-27}} \text{ м}^{-3} = 4 \cdot 10^{29} \text{ м}^{-3}.$$

Ответ на задание 13. Газы не сохраняют ни объема, ни формы. Поэтому, сколько бы газов ни впустили в сосуд, каждый газ займет объем, равный объему сосуда, независимо от наличия в нем других газов.

Ответ на задание 14. Поскольку при неизменной массе газа изменяются все три параметра состояния, применим объединенный газовый закон: $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$,

откуда $V_2 = \frac{p_1 V_1 T_2}{p_2 T_1} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 6 \cdot 800}{3 \cdot 10^5 \cdot 400}$ л $= 8$ л.

Ответ на задание 15. Число атомов N в объеме V можно найти, умножив концентрацию атомов N, т. е. число атомов в единице объема, на объем V:

$$N = nV. \tag{1}$$

Концентрацию атомов n найдем, разделив плотность меди ρ, т. е. массу единицы объема меди, на массу каждого атома меди m_0:

$$n = \frac{\rho}{m_0}. \tag{2}$$

Массу каждого атома меди определим, разделив массу атомов в одном моле, т.е. ее атомную массу M, на число атомов в одном моле, т.е. на число Авогадро N_A:

$$m_0 = \frac{M}{N_A}. \tag{3}$$

Подставим (3) в (2):

$$n = \frac{\rho N_A}{M}. \tag{4}$$

Теперь подставим правую часть равенства (4) вместо концентрации N в формулу (1):

$$N = \frac{\rho N_A}{M} V = \frac{8900 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{0{,}0635} \approx 8{,}4 \cdot 10^{28}.$$

Ответ на задание 16. Алмаз состоит из атомов углерода, поэтому его молярная масса M = 0,012 кг/моль. Объем алмаза V найдем, разделив его массу m на массу каждой единицы объема, т. е. на плотность ρ:

$$V = \frac{m}{\rho}. \tag{1}$$

Массу алмаза можно найти, умножив число молей в этой массе ν на массу каждого моля, т.е. на молярную массу алмаза M:

$$m = \nu M. \tag{2}$$

Число молей ν определим, разделив все число молекул N на число молекул в каждом моле, т.е. на число Авогадро N_A:

$$\nu = \frac{N}{N_A}. \qquad (3)$$

Подставим правую часть равенства (3) вместо N в (2), а то, что получится после этой подстановки, — вместо массы m в формулу (1): $m = \frac{N}{N_A}M$,

$$V = \frac{NM}{N_A\rho} = \frac{10^{22}\cdot 0{,}012}{6{,}02\cdot 10^{23}\cdot 3500}\ \text{м}^3 \approx 5{,}7\cdot 10^{-8}\ \text{м}^3.$$

Ответ на задание 17. Запишем основное уравнение кинетической теории идеального газа для его первого и второго состояний:

$$p_1 = \frac{1}{3}m_0 n\overline{v}_1^2 \text{ и } p_2 = \frac{1}{3}m_0 n\overline{v}_2^2.$$

Разделим левые и правые части этих уравнений друг на друга:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\frac{1}{3}m_0 n_2\overline{v}_2^2}{\frac{1}{3}m_0 n_1\overline{v}_1^2} = \frac{n_2}{n_1}\cdot\left(\frac{\overline{v}_2}{\overline{v}_1}\right)^2 \text{ или } \frac{p_2}{p_1} = \frac{\frac{n_2}{n_1}}{\left(\frac{\overline{v}_1}{\overline{v}_2}\right)^2} = \frac{3}{(3)^2} = \frac{1}{3}.$$

Мы получили, что конечное давление втрое меньше начального, значит, оно уменьшится в 3 раза.

Верный ответ 1.

Ответ на задание 18. Запишем основное уравнение кинетической теории идеального газа, поскольку все величины, стоящие в правой части этого уравнения, нам известны:

$$p = \frac{1}{3}m_0 n\overline{v}^2 = \frac{1}{3}5\cdot 10^{-26}\cdot 3\cdot 10^{26}\cdot 10^6\ \text{Па} = 5\cdot 10^6\ \text{Па}.$$

Ответ на задание 19. На рис. 119, *а* участок 1–2 соответствует изотермическому увеличению давления газа, при котором его объем уменьшается. Участок 2–3 соответствует изобарному нагреванию газа, при котором его объем увеличивается. Участок 3–1 соответствует изохорному охлаждению газа, при котором его давление падает. Такому процессу в координатах $V-T$ соответствует на рис. 119 график *г*.

Ответ на задание 20. Поскольку сосуд закрыт, процесс нагревания является изохорным и подчиняется закону Шарля $\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$,

где $T_2 = T_1 + \Delta T = T_1 + 0{,}3T_1 = 1{,}3T_1$.

С учетом этого $\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{1{,}3T_1} = \frac{1}{1{,}3}$,

откуда $p_2 = 1{,}3p_1 = 1{,}3 \cdot 200$ кПа $= 260$ кПа.

Ответ на задание 21. В одном моле любого вещества содержится одинаковое число молекул — число Авогадро $6{,}02 \cdot 10^{23}$.

Верный ответ 3.

Ответ на задание 22. Согласно формуле $n = \frac{N}{V}$ при неизменном числе молекул N концентрация n обратно пропорциональна объему газа V, поэтому графиком зависимости концентрации от объема будет гипербола 1 (рис. 120).

Ответ на задание 23. На рис. 121 изохорному нагреванию газа соответствует участок 4–1.

Ответ на задание 24. Давление данной массы идеального газа связано со средней кинетической энергией его молекул формулой $p = \frac{2}{3}n\overline{E}_k$. Если средняя кинетическая энергия уменьшится в три раза при неизменной концентрации молекул, то согласно этой формуле давление газа тоже уменьшится в 3 раза.

Ответ на задание 25. Согласно основному уравнению кинетической теории идеального газа его давление $p = \frac{1}{3} m_0 n \overline{v}^2$, откуда

$$\overline{v} = \sqrt{\frac{3p}{m_0 n}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^{-26} \cdot 10^{25}}} \text{ м/с} = 1000 \text{ м/с} = 1 \text{ км/с}.$$

Ответ на задание 26. Давление идеального газа $p = knT$. Согласно этой формуле, если при неизменной концентрации n температуру газа T увеличить в 4 раза, то и давление газа увеличится в 4 раза.

Верный ответ 1.

Ответ на задание 27. На рис. 122 участок 1–2 графика соответствует изобарному охлаждению газа и его сжатию, поэтому на участке 1–2 давление газа не изменялось. Участок 2–3 соответствует изохорному нагреванию газа, при котором его давление растет.

Ответ на задание 28. После того, как выпустили половину всех молекул газа, т. е. 0,5 моля первого газа и 0,5 моля второго газа, количество вещества в сосуде уменьшилось на 1 моль и при этом уменьшились парциальные давления как первого, так и второго газов, поэтому общее давление в сосуде уменьшилось. А затем туда впустили 1 моль только первого газа, поэтому его парциальное давление увеличилось по сравнению с первоначальным. Тогда как парциальное давление второго газа осталось меньше первоначального. При этом общее давление в сосуде стало равно первоначальному.

Верный ответ 1.

Ответ на задание 29. Из рис. 123 следует, что максимальная плотность газа $\rho_1 = 6$ кг/м^3, а минимальная $\rho_1 = 3$ кг/м^3. Из уравнения Менделеева – Клапейрона

$$\rho_1 = \frac{m}{V} = \frac{p_1 M}{RT} \text{ и } \rho_2 = \frac{m}{V} = \frac{p_2 M}{RT}.$$

Отсюда $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{6}{3} = 2.$

Ответ на задание 30. При одинаковой температуре T_1 (рис. 153) большему объему соответствует меньшее давление. Следовательно, изобара 02, проходящая через точку 2, соответствует большему давлению. Значит, давление увеличилось.

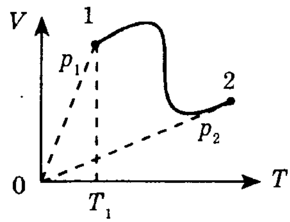


Рис. 153

Ответ на задание 31. Соединим точки 1 и 2 с началом координат O (рис. 154). Эти штриховые линии представляют собой две изохоры Om и On. Теперь опустим перпендикуляр из точки 2 на ось температур OT. При одинаковой температуре T_1 точка 3, лежащая на изохоре On, соответствует состоянию газа с меньшим давлением, чем точка 2, лежащая на изохоре Om. А согласно закону Бойля – Мариотта при одинаковой температуре меньшему давлению соответствует больший объем. Значит, точка 3, лежащая на изохоре On, соответствует состоянию с большим объемом, чем точка 2, лежащая на изохоре Om. Следовательно, переход от точки 1 к точке 2 соответствует процессу сжатия газа, т. е. уменьшению его объема.

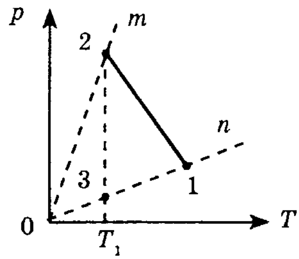


Рис. 154

Ответ на задание 32. Данный закон можно записать так: $p_1V_1^2 = p_2V_2^2$, или $\dfrac{p_2}{p_1} = \dfrac{V_1^2}{V_2^2}$. Теперь обратимся к объединенному газовому закону, ведь здесь менялись все три параметра: и объем, и давление, и температура, а масса газа оставалась неизменной:

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}, \text{ откуда } \frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1}\cdot\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_1^2}{V_2^2}\cdot\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_1}{V_2}.$$

А поскольку, согласно условию задачи, $V_2 = 2V_1$, то $\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_1}{2V_1} = \frac{1}{2}$, т. е. температура уменьшится в 2 раза.

Ответ на задание 33. Число молекул водорода N_1 равно произведению числа молей водорода ν_1 и числа Авогадро: $N_1 = \nu_1 N_A$. А число молей водорода равно отношению его массы m_1 к молярной массе M_1: $\nu_1 = \frac{m_1}{M_1}$.

С учетом этих равенств $N_1 = \frac{m_1}{M_1} N_A$. Аналогично, применительно к гелию $N_2 = \frac{m_2}{M_2} N_A$. Тогда

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{m_2 N_A M_1}{M_2 m_1 N_A} = \frac{m_2 M_1}{M_2 m_1} = \frac{4 \cdot 0,002}{0,004 \cdot 1} = 2.$$

Значит, число молекул гелия вдвое больше числа молекул водорода.

Верный ответ 2.

Ответ на задание 34. Давление газа p равно сумме давления над поршнем p_0 с давлением поршня. Согласно формуле давления давление поршня равно отношению веса поршня $p = mg$ к площади его основания S. Поэтому

$$p = p_0 + \frac{mg}{S} = 10^5 + \frac{2 \cdot 10}{5 \cdot 10^{-4}} \text{ (Па)} = 1,4 \cdot 10^5 \text{ Па} = 140 \text{ кПа}.$$

Ответ на задание 35. Обозначим одно деление по оси давлений p_0, а одно деление на оси температур T_0 (рис. 126). Тогда координаты точки 1 будут p_0 и T_0, а координаты точки 2 будут $3p_0$ и $2T_0$. Так как изменяются все три параметра состояния газа, применим объединенный газовый закон:

$$\frac{p_0 V_1}{T_0} = \frac{3p_0 V_2}{2T_0}, \text{ откуда } V_1 = 1,5V_2.$$

Значит, объем уменьшился в полтора раза.

Ответ на задание 36. Обозначим одну клетку а оси давлений p_0, а на оси концентраций n_0. Тогда точка 1 соответствует давлению $4p_0$ и концентрации n_0, а точка 2 соответствует давлению $4n_0$ и концентрации $3n_0$. Из формулы $p = knT$ следует, что $T = \dfrac{p}{kn}$.

Значит $T_1 = \dfrac{4p_0}{kn_0}$, а $T_2 = \dfrac{4p_0}{k \cdot 3n_0}$. Следовательно,

$$\frac{\quad}{T_1} = \frac{p_0 \cdot \quad n_0}{\cdot 3n_0 \cdot 4p_0} = \frac{\quad}{3}.$$

Ответ на задание 37. Из уравнения Менделеева – Клапейрона $pV = \dfrac{m}{M}RT$ плотность $\rho = \dfrac{m}{V} = \dfrac{pM}{RT}$.

Верный ответ 1.

Ответ на задание 38. Согласно уравнению Менделеева – Клапейрона, записанного для первого и второго состояний газа, $p_1V = \nu_1RT_1$ и $p_2V = \nu_2RT_2$. Количество молей, вышедших из баллона, $\Delta\nu = \nu_1 - \nu_2 =$

$$= \frac{p_1V}{RT_1} - \frac{p_2V}{RT_2} = \frac{V}{R}\left(\frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2}\right) = \frac{30 \cdot 10^{-3}}{8{,}31}\left(\frac{2 \cdot 10^6}{300} - \frac{1 \cdot 10^6}{200}\right) \text{моль} =$$

$= 6$ моль.

Ответ на задание 39. Участок 1–2 графика на рис. 128, *а* соответствует изотермическому расширению газа с падением давления. Участок 2–3 графика соответствует изохорному охлаждению газа с падением давления. Участок 3–4 графика соответствует изобарному сжатию и охлаждению газа. Участок 4–1 соответствует изохорному нагреванию газа с ростом давления. Такому круговому процессу соответствует график на рис. 128, *в*.

Ответ на задание 40. Адиабата в координатах p–V выглядит круче изотермы, поэтому графиком адиабаты на рис. 129 является кривая 1–3. Для определения температуры воспользуемся объединенным газовым законом:

$$\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2}\text{, откуда } T_2=\frac{p_2V_2T_1}{p_1V_1}=\frac{8\cdot10^5\cdot2\cdot300}{2\cdot10^5\cdot4}\text{ К} = 600\text{ К.}$$

Ответ на задание 41. Определим температуру кислорода из уравнения Менделеева – Клапейрона: $pV = \nu RT_1$, откуда $T_1=\dfrac{pV}{\nu R}=T$, поскольку количество молей, давление и объем кислорода и водорода по условию одинаковы.

Ответ на задание 42. Найдем изменение объема газа из объединенного газового закона $\dfrac{p_1V_1}{T_1}=\dfrac{p_2V_2}{T_2}$, откуда $\dfrac{V_2}{V_1}=\dfrac{p_1T_2}{p_2T_1}$. Поскольку давление уменьшается, отношение $\dfrac{p_1}{p_2}$ больше нуля. А поскольку температура увеличивается, отношение $\dfrac{T_2}{T_1}$ тоже больше нуля. Значит, и отношение $\dfrac{V_2}{V_1}$ больше нуля, следовательно, объем газа увеличивается.

Ответ на задание 43. Согласно закону Бойля – Мариотта при изотермическом процессе объем данной массы идеального газа обратно пропорционален его давлению $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{p_2}{p_1}$. Согласно условию $p_2 = p_1 + 0{,}4p_1 = 1{,}4p_1$.

С учетом этого равенства $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1{,}4p_1}{p_1}=1{,}4$, откуда $V_2=\dfrac{V_1}{1{,}4}$.

Значит, объем газа уменьшится в 1,4 раза.
Верный ответ 3.

Ответ на задание 44. Обратимся к рис. 130, *а*. Проведем через точки 1 и 2 изотермы, соответствующие температурам T_1 и T_2 (рис. 155, *а*). Изотерма, лежащая ближе к осям координат, соответствует более низкой температуре, поэтому T_1 меньше T_2, следовательно, при переходе от точки 1 к точке 2 температура увеличилась.

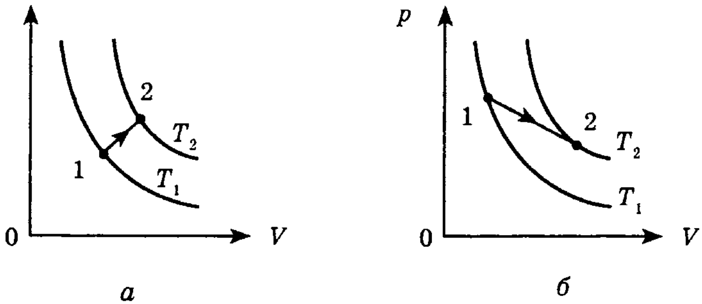


Рис. 155

Теперь обратимся к рис. 130, *б*. Опять проведем через точки 1 и 2 две изотермы (рис. 155, *б*). И снова изотерма, соответствующая температуре T_1, лежит ближе к осям координат, чем изотерма, соответствующая температуре T_2, значит, переход от точки 1 к точке 2 сопровождается повышением температуры.

Ответ на задание 45. Относительная влажность воздуха определяется формулой $\varphi = \frac{p}{p_{нас}} 100\%$. Поскольку она меньше 100%, значит, водяной пар в воздухе ненасыщенный и к нему можно применить закон Бойля – Мариотта, ведь процесс увеличения объема изотермический. Согласно этому закону при увеличении объема в 1,5 раза давление p во столько же раз уменьшится. А поскольку давление насыщенного пара $p_{нас}$ не изменится, значит, и относительная влажность тоже уменьшится в 1,5 раза, т.е. станет равна $60\% : 1{,}5 = 40\%$.

Ответ на задание 46. Температура кипения воды зависит от давления внешней среды. С повышением внешнего давления она увеличивается.

Верный ответ 3.

Ответ на задание 47. Согласно первому закону термодинамики количество теплоты Q, полученное термодинамической системой, равно сумме изменения внутренней энергии системы ΔU и работы против внешних сил A $Q = \Delta U + A$. Поскольку внутренняя энергия системы уменьшилась, то ее изменение ΔU отрицательно, тогда как работа A против внешних сил положительна. Поэтому $Q = -40$ кДж $+ 35$ кДж $= -5$ кДж, т. е. система отдала 5 кДж теплоты.

Ответ на задание 48. Новая внутренняя энергия газа $U_2 = U_1 - 0{,}2U_1 = 0{,}8U_1$. Согласно формуле внутренней энергии в первом состоянии $U_1 = \frac{3}{2}\nu RT_1$. Аналогично, во втором состоянии $U_2 = \frac{3}{2}\nu RT_2$. Разделим второе уравнение на первое $\frac{U_1}{U_2} = \frac{3\nu RT_1 \cdot 2}{2 \cdot 3\nu RT_2} = \frac{T_1}{T_2}$, $\frac{T_1}{T_2} = \frac{U_1}{0{,}8U_1} = 1{,}25$, значит, $T_2 = \frac{T_1}{1{,}25}$, т.е. температура понизилась в 1,25 раза.

Верный ответ 2.

Ответ на задание 49. Работа при изобарном переходе газа из состояния 1 в состояние 2 равна произведению давления газа на изменение его объема:

$$A = p(V_2 - V_1) = 10^5(0{,}2 - 0{,}1) \text{ Дж} = 10^4 \text{ Дж} = 10 \text{ кДж}.$$

Работа при изохорном процессе равна нулю, поэтому вся работа перехода газа из первого состояния в третье равна 10 кДж.

Верный ответ 1.

Ответ на задание 50. Внутренняя энергия идеального одноатомного газа $U = \frac{3}{2}\nu RT$. Согласно уравнению Менделеева – Клапейрона $pV = \nu RT$, поэтому формулу внутренней энергии можно записать так:

$U=\frac{3}{2}pV$ $= 1,5 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 0,6$ Дж $= 1,8 \cdot 10^3$ Дж $=$ $= 1,8$ кДж.

Ответ на задание 51. Согласно первому закону термодинамики при изобарном процессе количество теплоты $Q = \Delta U + A$, где для одного моля изменение внутренней энергии $\Delta U = \frac{3}{2}R\Delta T = 1,5R\Delta T$, а совершенная работа $A = p\Delta V$. По уравнению Менделеева – Клапейрона для одного моля $p\Delta V = R\Delta T$, поэтому

$$Q = 1,5R\Delta T + R\Delta T = 2,5R\Delta T.$$

Ответ на задание 52. Из формулы количества теплоты при нагревании $Q = cm\Delta t$ следует, что произведение удельной теплоемкости и изменения температуры $c\Delta t$ равно отношению количества теплоты к массе вещества, а это отношение численно равно тангенсу угла наклона графика к оси масс (рис. 131): $c\Delta t=\frac{Q}{m}=\mathrm{tg}\,\alpha$. Согласно рис. 131 $\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{6\cdot10^4}{2}$ Дж/кг $= 3 \cdot 10^4$ Дж/кг. Следовательно, $c=\frac{\mathrm{tg}\,\alpha}{\Delta t}=\frac{3\cdot10^4}{10}$ Дж/(кг · К) = 3000 Дж/(кг · К).

Верный ответ 3.

Ответ на задание 53. Из графика на рис. 132 следует, что в газе происходит изотермический процесс, при котором температура постоянна, и, значит, изменение температуры $\Delta T = 0$, поэтому и изменение внутренней энергии $\Delta U = 0$ согласно формуле $\Delta U=\frac{3}{2}\nu R\Delta T$. Значит, по первому закону термодинамики $Q = A$, т.е. все тепло, переданное газу, идет на совершение им работы против внешних сил. Значит, изменение внутренней энергии равно нулю, а совершенная работа равна 300 Дж.

Верный ответ 1.

Ответ на задание 54. Удельная теплота парообразования численно равна количеству теплоты, переданному единице массы жидкости в процессе кипения, когда температура жидкости остается постоянной. Из графика на рис. 133 следует, что температура жидкости не менялась в процессе, соответствующем участку *ab* графика, поэтому это количество теплоты равно $5 \cdot 10^6$ Дж $- 2 \cdot 10^6$ Дж $= 3 \cdot 10^6$ Дж. Поскольку столько тепла получил 1 кг жидкости, значит, удельная теплота парообразования $r = 3 \cdot 10^6$ Дж/кг.

Верный ответ 4.

Ответ на задание 55. Работа при изобарном расширении газа $A = p(V_2 - V_1) = 100 \cdot 10^3\ (9 - 3)10^{-3}$ Дж $=$ $= 600$ Дж.

Указание: 1 л $= 10^{-3}$ м^3.

Ответ на задание 56. Изменение внутренней энергии равно $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R \Delta T$. Из уравнения Менделеева – Клапейрона следует, что $R\Delta T = p\Delta V$, поэтому формулу внутренней энергии можно записать так: $\Delta U = \frac{3}{2} p\Delta V$.

Согласно условию изменение объема газа $\Delta V = 9$ л $-$ $- 3$ л $= 6$ л $= 6 \cdot 10^{-3}$ м^3, а давление $p = 100$ кПа $= 10^5$ Па.

С учетом этих данных изменение внутренней энергии равно $\Delta U = \frac{3}{2} 10^5 \cdot 6 \cdot 10^{-3}$ Дж $= 900$ Дж.

Ответ на задание 57. В промежутке времени 0–5 мин температура жидкости понижалась, она охлаждалась. Начиная с 10 мин и до 25 мин температура не изменялась, значит, вещество кристаллизовалось, пребывая одновременно частично в жидком, а частично в твердом состояних. В момент времени 25 мин все вещество стало твердым, и далее шел процесс охлаждения твердого вещества. Значит, в момент времени $t = 15$ мин вещество было и в жидком, и в твердом состояниях.

Верный ответ 2.

Ответ на задание 58. Отрезок 7–8 графика на рис. 135 соответствует процессу конденсации пара (рис. 156).

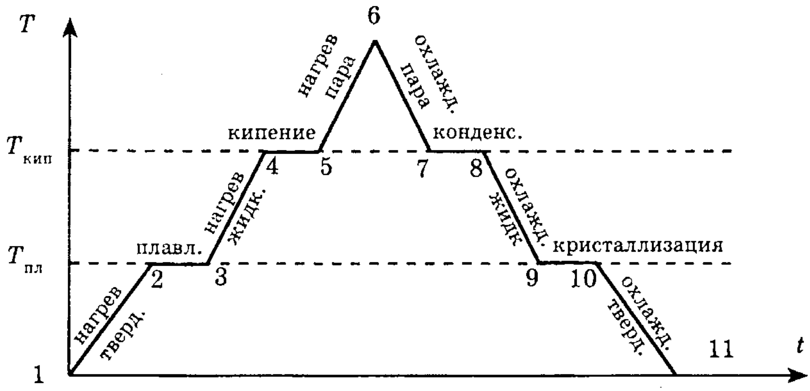


Рис. 156

Верный ответ 2.

Ответ на задание 59. В процессе 4–5 на рис. 135 кинетическая энергия молекул не изменяется, а потенциальная увеличивается.

Ответ на задание 60. На рис. 136 работа численно равна площади прямоугольника 1–2–3–4:

$$A = p\Delta V = (4 - 2)10^3 \cdot (0{,}7 - 0{,}3)10^{-3} \text{ Дж} = 0{,}8 \text{ Дж}.$$

Ответ на задание 61. В соответствии с формулой изменения внутренней энергии $\Delta U = \nu R \Delta T$ температура изменяется при изменении внутренней энергии. Согласно графику на рис. 137 внутренняя энергия газа изменялась на участках 1–2 и 3–4. Значит, температура газа тоже изменялась на этих участках.

Ответ на задание 62. Проведем из начала координат на рис. 138 между точками прямую ab так, чтобы по две точки располагались по обе ее стороны (рис. 157). Количество теплоты, отданное твердым веществом при охлаж-

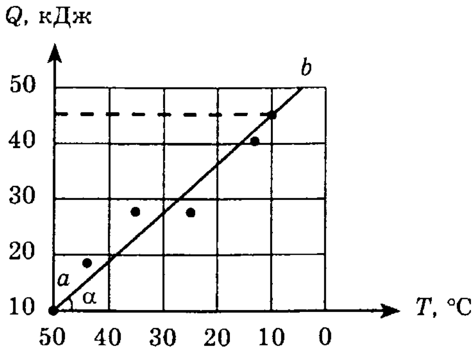


Рис. 157

дении $Q = cm\Delta t$, откуда удельная теплоемкость $c = \dfrac{Q}{m\Delta t}$.

Из рис. 157 следует, что отношение

$$\frac{Q}{\Delta t} = \operatorname{tg}\alpha = \frac{45\cdot 10^3 - 10\cdot 10^3}{50-10}\ \text{Дж/К} = 875\ \text{Дж/К}.$$

Значит, $c = \dfrac{\operatorname{tg}\alpha}{m} = \dfrac{875}{2}$ Дж/(кг · К) = 437,5 Дж/(кг · К).

Ответ на задание 63. По первому закону термодинамики количество теплоты, полученное газом, $Q = \Delta U + A$. Изменение внутренней энергии $\Delta U = \dfrac{3}{2}\nu R\Delta T$. Но согласно графику на рис. 139 температура газа не изменялась, значит, $\Delta T = 0$, поэтому и $\Delta U = 0$. Тогда по первому закону термодинамики $Q = A = 5$ Дж.

Ответ на задание 64. При переходе из состояния 1 в состояние 2 (рис. 140) внутренняя энергия не изменялась, значит, ее изменение $\Delta U = 0$. Тогда, по первому закону термодинамики все тепло $Q = A$, т. е. все тепло, пошло на работу расширения газа. Значит, при переходе из состояния 1 в состояние 2 объем газа увеличивался. При переходе из состояния 2 в состояние 3 теплообмена не происходит, а внутренняя энергия увеличивается. Значит, этот процесс адиабатный. Увеличение внутренней энергии при адиабатном процессе может происходить только за счет работы внешних сил, сжимающих газ: при $Q = 0$, $\Delta U = -A$. Значит, при переходе из состояния 2 в состояние 3 объем газа уменьшается.

Ответ на задание 65. Поскольку сосуд закрыт, процесс передачи тепла изохорный, и, значит, по первому закону термодинамики количество теплоты $Q = \Delta U$, так как работа расширения газа $A = 0$. Изменение внутренней энергии $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1)$. По закону Шарля $\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$. По условию $\frac{p_2}{p_1} = 3$, значит, и $\frac{T_2}{T_1} = 3$, откуда $T_2 = 3T_1$. При этом $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = 1{,}5\nu R(3T_1 - T_1) = 3\nu RT_1 = 3 \cdot 5 \cdot 8{,}31 \cdot (27 + 273)$ Дж $= 37\ 395$ Дж.

Ответ на задание 66. Согласно первому закону термодинамики количество теплоты $Q = \Delta U + A$, где изменение внутренней энергии $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$. Работа при изобарном изменении объема $A = p\Delta V = \nu R\Delta T$, поскольку согласно уравнению Менделеева – Клапейрона $p\Delta V = \nu R\Delta T$.

В результате количество теплоты

$$Q = \frac{3}{2}\nu R\Delta T + \nu R\Delta T = 2{,}5\nu R(T_2 - T_1).$$

По закону Гей-Люссака $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$. По условию $\frac{V_2}{V_1} = 3$, поэтому и $\frac{T_2}{T_1} = 3$, откуда $T_2 = 3T_1$.

При этом количество теплоты $Q = 2{,}5\nu R(3T_1 - T_1) = 5\nu RT_1 = 5 \cdot 2 \cdot 8{,}31 \cdot 300$ Дж $= 24\ 930$ Дж.

Ответ на задание 67. При сжатии ненасыщенного пара его объем V уменьшается, а число молекул N остается прежним, поэтому, согласно формуле концентрации $n = \frac{N}{V}$, она увеличивается. При сжатии насыщенного пара «лишние» молекулы уходят в жидкость, а концентрация оставшегося над жидкостью пара не изменяется. Поэтому изменение концентрации молекул пара при уменьшении его объема верно показано на рис. 141, *б*.

Ответ на задание 68. Тепло переходит от более нагретого тела к менее нагретому. Значит, самым горячим был брусок 1 (рис. 142), ведь только он отдавал тепло, поэтому его температура была наивысшая, т.е. 100 °С. А самым холодным был брусок 4, ведь только он получал тепло, значит, его температура была 10 °С. Брусок 2 был теплее бруска 3, поскольку он отдавал бруску 3 теплоту, значит, температура бруска 2 была 80 °С, а температура бруска 3 была 40 °С.

Ответ на задание 69. В нашем задании отдает количество теплоты Q_1 только горячая вода, остывая от температуры $t_1 = 40$ °С до t, поэтому $Q_1 = c_1 m_1 (t_1 - t)$.

Получает эту теплоту лед. Поскольку он взят при отрицательной температуре, то сначала он нагревается от $t_2 = -4$ °С до $t_0 = 0$ °С (выше 0 °С лед нагреть нельзя, он при этой температуре тает). Поэтому количество теплоты, полученное льдом при нагревании, $Q_2 = c_2 m_2 (t_0 - t_2)$.

Поскольку тепло продолжает поступать от остывающей воды, лед тает. При этом он получает количество теплоты $Q_3 = m_2 \lambda$.

Далее, вода, образовавшаяся из растаявшего льда и потому имеющая такую же массу m_2, начнет нагреваться от $t_0 = 0$ °С до искомой температуры t и при этом получает количество теплоты $Q_4 = c_1 m_2 (t - t_0)$.

Запишем закон сохранения тепловой энергии:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 + Q_4,$$

в который подставим вместо количеств теплоты правые части предыдущих равенств:

$$c_1m_1(t_1 - t) = c_2m_2(t_0 - t_2) + m_2\lambda + c_1m_2(t - t_0).$$

Полученное уравнение называется уравнением теплового баланса. Из него, раскрыв скобки там, где есть искомая температура t, найдем ее, поскольку остальные величины нам известны:

$$c_1m_1t_1 - c_1m_1t = c_2m_2(t_0 - t_2) + m_2\lambda + c_1m_2t - c_1m_2t_0.$$

Последний член этого уравнения $c_1m_2t_0 = 0$, так как $t_0 = 0$. Из оставшегося выражения найдем t:

$$t = \frac{c_1m_1t_1 - m_2\left(c_2\left(t_0 - t_2\right) + \lambda\right)}{c_1\left(m_1 + m_2\right)} =$$

$$= \frac{4,2\cdot10^3\cdot3\cdot40 - 0,05\left(2,1\cdot10^3\left(0-(-4)\right) + 3,3\cdot10^5\right)}{4,2\cdot10^3\left(3+0,05\right)}\ ^\circ\text{C} =$$

$= 38$ °C.

Отметим, что 3 л воды имеют массу 3 кг.

Ответ на задание 70. Вылетая из ружья со скоростью v и находясь при этом на высоте h, пуля обладает кинетической энергией $E_k = \dfrac{mv^2}{2}$ и потенциальной энергией $E_p = mgh$. $E_k + E_p$ — это полная механическая энергия пули в момент вылета из ружья.

Ударившись о камень, пуля сначала нагрелась от температуры T_1 до температуры плавления T_2, а затем расплавилась при температуре T_2. Количество теплоты, полученное пулей при нагревании, $Q_1 = cm(T_2 - T_1)$ и количество теплоты, полученное пулей при плавлении, $Q_2 = m\lambda$.

По закону сохранения энергии

$E_k + E_p = Q_1 + Q_2$ или $\dfrac{mv^2}{2} + mgh = cm(T_2 - T_1) + m\lambda$, откуда $v = \sqrt{2\left(c\left(T_2 - T_1\right) + \lambda - gh\right)} =$

$$= \sqrt{2\left(130\cdot(600-400) + 2,5\cdot10^4 - 10\cdot50\right)}\ \text{м/с} = 318\ \text{м/с}.$$

Ответы на задания части 2

Ответ на задание 1. Как следует из графика (рис. 143), за 40 с вода нагрелась на Δt = 30 °C – 10 °C = 20 °C. При этом она получила количество теплоты $Q = cm\Delta t =$ = 4200 · 0,2 · 20 Дж = 16 800 Дж. Значит, скорость поступления тепла $\frac{Q}{t} = \frac{16\,800}{40}$ Дж/с = 420 Дж/с.

Ответ на задание 2. Когда краны откроют, газы перемешаются и каждый газ займет объем, равный

$$V_1 + V_2 + V_3. \quad (1)$$

Согласно закону Дальтона давление смеси газов p равно сумме парциальных давлений p_1, p_2 и p_3 каждого газа в этой смеси

$$p = p_1 + p_2 + p_3.$$

Поскольку температура и масса каждого газа не менялись, для нахождения их парциальных давлений применим закон Бойля – Мариотта:

$p_{01}V_1 = p_1(V_1 + V_2 + V_3)$, откуда

$$p_1 = \frac{p_{01}V_1}{V_1 + V_2 + V_3}. \quad (2)$$

Объемы шаров выразим через их радиусы:

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi R_1^3,\ V_2 = \frac{4}{3}\pi R_2^3 \text{ и } V_3 = \frac{4}{3}\pi R_3^3.$$

Подставим правые части этих равенств вместо объемов в формулу (2):

$$p_1 = \frac{4\pi p_{01}R_1^3}{3\left(\frac{4}{3}\pi R_1^3 + \frac{4}{3}\pi R_2^3 + \frac{4}{3}\pi R_3^3\right)} = \frac{p_{01}R_1^3}{R_1^3 + R_2^3 + R_3^3}. \quad (3)$$

Аналогичные формулы запишем для давлений p_2 и p_3:

$$p_2 = \frac{p_{02}R_2^3}{R_1^3 + R_2^3 + R_3^3} \quad (4)$$

и
$$p_3 = \frac{p_{03} R_3^3}{R_1^3 + R_2^3 + R_3^3}. \qquad (5)$$

Подставим правые части равенств (3), (4) и (5) в формулу (1):

$$p = \frac{p_{01} R_1^3 + p_{02} R_2^3 + p_{03} R_3^3}{R_1^3 + R_2^3 + R_3^3} = \frac{0{,}2 \cdot 4^3 + 0{,}4 \cdot 8^3 + 0{,}8 \cdot 10^3}{4^3 + 8^3 + 10^3} \text{ МПа} =$$
$= 0{,}65$ МПа.

Ответ на задание 3. Относительная влажность воздуха φ равна отношению плотности ρ водяных паров при данной температуре к плотности $\rho_{\text{нас}}$ насыщенных водяных паров при этой же температуре, выраженному в процентах: $\varphi = \frac{\rho}{\rho_{\text{нас}}} 100\%$.

Как следует из таблицы, плотность насыщенных водяных паров при 23 °С равна 20,6 г/м^3. Плотность пара в воздухе $\rho = \frac{m}{V}$. Подставив правую часть этого выражения вместо φ в предыдущую формулу, получим

$$\varphi = \frac{m}{\rho_{\text{нас}} V} 100\% = \frac{10{,}3}{20{,}6 \cdot 2} 100\% = 25\%.$$

Ответ на задание 4. Когда поршень был закреплен, процесс нагревания газа под ним был изохорным, поэтому согласно первому закону термодинамики количество теплоты Q_1, переданное газу, пошло только на изменение его внутренней энергии ΔU:

$$Q_1 = \Delta U.$$

Когда газ смог изобарно расширяться, количество теплоты Q_2, переданное ему, пошло на изменение внутренней энергии ΔU и на работу расширения газа A:

$$Q_2 = \Delta U + A = Q_1 + A, \quad A = Q_2 - Q_1.$$

Работа изобарного расширения $A = p\Delta V$. Согласно уравнению Менделеева – Клапейрона $p\Delta V = \frac{m}{M}R\Delta T$,

значит, $Q_2 - Q_1 = \frac{m}{M}R\Delta T$, откуда

$$m = \frac{M(Q_2 - Q_1)}{R\Delta T} = \frac{0{,}029(1000 - 800)}{8{,}31 \cdot 2} \text{ кг} = 0{,}35 \text{ кг}.$$

Ответ на задание 5. Поскольку здесь речь идет о массе газа, воспользуемся уравнением Менделеева – Клапейрона. Запишем это уравнение для первого состояния, когда в баллоне была вся масса газа: $p_1V = \frac{m}{M}RT$.

После того как из баллона вышла масса газа Δm, в нем осталась масса $m - \Delta m$, и при этом температура газа понизилась на ΔT, т. е. стала равной $T - \Delta T$. Поэтому теперь запишем уравнение Менделеева – Клапейрона для нового состояния: $p_2V = \frac{m - \Delta m}{M}R(T - \Delta T)$.

Чтобы найти отношение $\frac{p_1}{p_2}$, надо разделить первое уравнение на второе:

$$\frac{p_1V}{p_2V} = \frac{mRTM}{M(m - \Delta m)R(T - \Delta T)}, \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{mT}{(m - \Delta m)(T - \Delta T)}.$$

Но нам не известны ни масса газа m, ни ее изменение Δm, а дано отношение $\frac{\Delta m}{m}$, выраженное в процентах.

Если $\frac{\Delta m}{m}100\% = 40\%$, то $\frac{\Delta m}{m} = 0{,}4$. Чтобы получить отношение $\frac{\Delta m}{m}$ в последнем уравнении, разделим в его правой части числитель и знаменатель на m (от этого равенство не нарушится):

$$\frac{p_1}{p_2}=\frac{\frac{m}{m}T}{\left(\frac{m}{m}-\frac{\Delta m}{m}\right)(T-\Delta T)},\quad \frac{p_1}{p_2}=\frac{T}{\left(1-\frac{\Delta m}{m}\right)(T-\Delta T)}.$$

Заменим отношение $\frac{\Delta m}{m}$ его числовым значением:

$$\frac{p_1}{p_2}=\frac{T}{(1-0,4)(T-\Delta T)}=\frac{T}{0,6(T-\Delta T)}.$$

Выразим начальную температуру в единицах СИ: 15 °С = 288 К.

Произведем вычисления $\frac{p_1}{p_2}=\frac{288}{0,6(288-8)}=1,7.$

Ответ на задание 6. Время t, за которое ампулу покинут все молекулы, можно найти, разделив все число молекул n, имевшихся в ампуле при нормальных условиях, на число молекул N_1, покидающих ампулу за t_1 = 1 с:

$$t=\frac{N}{N_1}t_1.$$

Таким образом, задача сводится к определению числа молекул N, содержавшихся в ампуле при нормальных условиях. Это число можно определить, умножив концентрацию молекул при этих условиях n (т.е. их число в единице объема ампулы) на объем ампулы: $N = nV$.

Нам не известна концентрация молекул газа n. Но ее мы легко определим из формулы, устанавливающей связь давления газа с его концентрацией и температурой: $p = knT$, откуда $n=\frac{p}{kT}$.

Тогда $N=\frac{pV}{kT}$.

Подставим полученное выражение в формулу для определения времени t:

$$t = \frac{pVt_1}{kTN_1} = \frac{10^5 \cdot 10^{-6} \cdot 1}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273 \cdot 10^8}\ \text{с} = 2,7 \cdot 10^{11}\ \text{с}.$$

Ответ на задание 7. Согласно первому закону термодинамики $Q = \Delta U + A$.

Изменение внутренней энергии $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1)$.

Работа изобарного расширения $A = p(V_2 - V_1)$.

Согласно уравнению Менделеева – Клапейрона

$$p(V_2 - V_1) = \nu R(T_2 - T_1) = A.$$

С учетом этого $Q = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) + \nu R(T_2 - T_1) = 2,5\ \nu R(T_2 - T_1)$.

Температуру T_2 найдем из закона Гей-Люссака: при $p = \text{const}$ $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$, где по условию $\frac{V_2}{V_1} = 3$, поэтому $\frac{T_2}{T_1} = 3$, откуда $T_2 = 3T_1$.

С учетом этого $Q = 2,5\nu R(3T_1 - T_1) = 5\nu RT_1 = 5 \cdot 2 \cdot 8,31 \cdot 300$ Дж $= 24\ 930$ Дж $= 24,93$ кДж.

Ответ на задание 8. Из рис. 146 следует, что при выделении 150 кДж тепла температура куба понизилась с 600 К до 200 К. Удельную теплоемкость найдем по формуле $c = \frac{Q}{m\Delta T}$, где $m = \rho V$ и $V = a^3$.

Изменение температуры $\Delta T = T_1 - T_2$. С учетом этого

$$c = \frac{Q}{\rho a^3 (T_1 - T_2)} = \frac{150000}{7000 \cdot 0,1^3 (600 - 200)}\ \text{Дж/(кг} \cdot \text{К)} = 54\ \text{Дж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

Ответ на задание 9. Поскольку длина воздушного столбика не изменилась, значит, не изменился и его объем, поэтому можно применить закон Шарля $\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$, где давление воздуха p_1 в трубке до нагревания равно атмосферному давлению воздуха в комнате p_0, а давление воздуха после нагревания p_2 равно сумме атмосферного давления p_0 и давления столбика ртути ρgl: $p_2 = p_0 + \rho gl$.

Температура воздуха после нагревания $T_2 = T_1 + \Delta T$.

С учетом этих равенств закон Шарля примет вид

$\frac{p_0 + \rho gl}{p_0} = \frac{T_1 + \Delta T}{T_1}$, $1 + \frac{\rho gl}{p_0} = 1 + \frac{\Delta T}{T_1}$, откуда $T_1 = \frac{p_0 \Delta T}{\rho gl}$.

Ответ на задание 10. Согласно условию при неизменной массе воздуха под поршнем изменялись все три параметра его состояния: давление, объем и температура. Поэтому применим объединенный газовый закон:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}, \text{ где } p_1 = p_0 + \frac{mg}{S}, \ \Delta T = 0{,}6T_1, \ V_1 = 2V_2.$$

$$p_2 = p_0 + \frac{mg}{S} + \frac{F}{S} \text{ и } T_2 = T_1 + \Delta T = T_1 + 0{,}6T_1 = 1{,}6T_1.$$

С учетом условия задачи и этих равенств объединенный газовый закон примет вид

$$\frac{\left(p_0 + \frac{mg}{S}\right)2V_2}{T_1} = \frac{\left(p_0 + \frac{mg}{S} + \frac{F}{S}\right)V_2}{1{,}6T_1},$$

или $3{,}2\left(p_0 + \frac{mg}{S}\right) = p_0 + \frac{mg}{S} + \frac{F}{S}$, $2{,}2\left(p_0 + \frac{mg}{S}\right) = \frac{F}{S}$, откуда $F = 2{,}2(p_0 S + mg)$.

Ответ на задание 11. Поскольку шар поднимается вверх равномерно, то направленная вверх архимедова выталкивающая сила уравновешена суммарной силой тяжести воздуха внутри шара и его оболочки согласно первому закону Ньютона:

$$F_A = (m + m_0)g. \qquad (1)$$

По формуле выталкивающей силы $F_A = \rho g V$.

Плотность наружного воздуха $\rho = \frac{pM}{RT_1}$, поэтому

$$F_{\text{A}} = \frac{pM}{RT_1} gV. \qquad (2)$$

Массу воздуха внутри шара определим из уравнения Менделеева — Клапейрона:

$pV = \frac{m}{M} RT_2$, откуда

$$m = \frac{pVM}{RT_2}. \qquad (3)$$

Подставим правые части равенств (2) и (3) в выражение (1), и из полученного уравнения найдем массу оболочки:

$\frac{pM}{RT_1} gV = \left(\frac{pVM}{RT_2} + m_0 \right) g$, откуда $m_0 = \frac{pVM}{R} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)$.

Выразим температуру в градусах Кельвина:
17 °C = 290 K, 127 °C = 400 K.

Произведем вычисления:

$m_0 = \frac{10^5 \cdot 200 \cdot 0,029}{8,31} \left(\frac{1}{290} - \frac{1}{400} \right)$ кг = 66 кг.

Ответ на задание 12. Вся работа A_{1-3} равна сумме работы A_{12} на участке 1–2 и работы на A_{2-3} участке 2–3 (рис. 147) : $A_{1-3} = A_{1-2} + A_{2-3}$.

Работа изобарного расширения
$A_{1-2} = p_1(V_2 - V_1) = \nu R(T_2 - T_1)$.

Работа адиабатного расширения

$$A_{2-3} = -\Delta U_{2-3} = -\frac{3}{2} \nu R(T_3 - T_2) = 1,5\nu R(T_2 - T_3),$$

где $T_3 = T_1$ согласно условию задачи.

Поэтому $A_{2-3} = 1,5\nu R(T_2 - T_1) = 1,5A_{1-2}$, откуда $A_{1-2} = \frac{A_{2-3}}{1,5} = \frac{2}{3} A_{2-3}$. Тогда вся работа

$$A_{1-3} = \frac{2}{3} A_{2-3} + A_{2-3} = \frac{5}{3} A_{2-3} = \frac{5}{3} \cdot 27 \text{ кДж} = 45 \text{ кДж}.$$

Ответ на задание 13. Согласно условию задачи вся кинетическая энергия поршня с застрявшей в нем пулей E_k пойдет на увеличение внутренней энергии газа ΔU и на совершение отрицательной работы изобарного сжатия газа A: $E_k = \Delta U - A$.

Воспользуемся формулами кинетической энергии, внутренней энергии и работы изобарного изменения объема газа:

$$E_k = \frac{(m+M)v_0^2}{2}, \quad \Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T, \quad A = p\Delta V = \nu R\Delta T.$$

Здесь v_0 — скорость поршня с пулей сразу после попаданий в него пули. Подставив правые части этих выражений в предыдущую формулу, получим

$$\frac{(m+M)v_0^2}{2} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T - \nu R\Delta T = \frac{1}{2}\nu R\Delta T,$$

$(m+M)v_0^2 = \nu R\Delta T$, откуда

$$\Delta T = \frac{(m+M)v_0^2}{\nu R}. \qquad (1)$$

Искомое отношение

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 + \Delta T}{T_1} = 1 + \frac{\Delta T}{T_1}. \qquad (2)$$

Начальную температуру газа T_1 найдем из уравнения Менделеева – Клапейрона, записав его для первого состояния газа:

$pV = \nu RT_1$, откуда

$$T_1 = \frac{pV}{\nu R}. \qquad (3)$$

Подставим правые части равенств (1) и (3) в формулу (2):

$$\frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{(m+M)v_0^2 \cdot \nu R}{\nu R \cdot pV} = 1 + \frac{(m+M)v_0^2}{pV}. \qquad (4)$$

Скорость поршня с пулей сразу после попадания в него пули найдем с помощью закона сохранения импульса, согласно которому импульс летящей пули mv равен импульсу поршня с застрявшей в нем пулей $(m + M)v_0$: $mv = (m + M)v_0$, откуда

$$v_0 = \frac{mv}{m+M}. \qquad (5)$$

Подставим правую часть равенства (5) в выражение (4):

$$\frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{(m+M)(mv)^2}{pV(m+M)^2} = 1 + \frac{(mv)^2}{pV(m+M)}.$$

Ответ на задание 14. Поскольку об изменении температуры нам ничего не сказано, мы имеем право считать процесс сжатия изотермическим. Значит, здесь можно применить закон Бойля – Мариотта, записав его применительно к газу сначала под верхним поршнем, потом под нижним (рис. 149).

Закон Бойля – Мариотта применительно к газу под верхним поршнем будет выглядеть так:

$$p_1V_1 = p_2V_2. \qquad (1)$$

Давление газа под верхним поршнем p_1 при равновесии равно сумме атмосферного давления $p_{атм}$ и давления поршня $p_п$: $p_1 = p_{атм} + p_п$.

Но по условию задачи $p_1 = 2p_{атм}$, поэтому $2p_{атм} = p_{атм} + p_п$, откуда

$$p_п = p_{атм}. \qquad (2)$$

Объем воздуха под верхним поршнем вначале

$$V_1 = hS, \qquad (3)$$

где S — площадь основания поршней и дна цилиндра.

После опускания верхнего поршня на место нижнего газ под ними сжался и давление под верхним поршнем стало p_2. Теперь оно равно сумме давлений атмосферы $p_{атм}$, поршня $p_п$ и некоторой силы, придавившей поршень, p_c: $p_2 = p_{атм} + p_п + p_c$ или с учетом (2)

$$p_2 = 2p_{атм} + p_c. \qquad (4)$$

Новый объем воздуха под верхним поршнем

$$V_2 = (h - x)S. \qquad (5)$$

Подставим равенства $p_1 = 2p_{атм}$, (3), (4) и (5) в формулу (1):

$$2p_{атм}hS = (2p_{атм} + p_с)(h - x)S,$$

$$2p_{атм}h = (2p_{атм} + p_с)(h - x). \qquad (6)$$

Теперь перейдем к газу под нижним поршнем. Запишем применительно к нему закон Бойля – Мариотта:

$$p_3V_1 = p_4V_3. \qquad (7)$$

Давление газа под нижним поршнем p_3 до опускания верхнего было равно сумме давления газа под верхним поршнем p_1 и давления самого нижнего поршня $p_п$:

$$p_3 = p_1 + p_п = 2p_{атм} + p_{атм} = 3p_{атм}. \qquad (8)$$

Давление газа p_4 под нижним поршнем после его сжатия стало равно сумме давления газа под верхним поршнем p_2 и давления самого нижнего поршня $p_п$:

$$p_4 = p_2 + p_п = 2p_{атм} + p_с + p_{атм} = 3p_{атм} + p_с, \qquad (9)$$

согласно (2) и (4).

Новый объем воздуха под нижним поршнем

$$V_3 = xS. \qquad (10)$$

Подставим правые части равенств (8), (3), (9) и (10) в формулу (7):

$$3p_{атм}hS = (3p_{атм} + p_с)xS,$$

$$3p_{атм}h = (3p_{атм} + p_с)x. \qquad (11)$$

Решим систему уравнений (6) и (11) относительно искомого расстояния x, исключив из них неизвестные давления. Сначала раскроем скобки и сделаем приведение подобных членов. Начнем с уравнения (6)

$$2p_{атм}h = 2p_{атм}h + p_сh - 2p_{атм}x - p_сx,$$

$$2p_{атм}x = p_с(h - x). \qquad (12)$$

Теперь проделаем то же самое с уравнением (11):

$3p_{атм}h = 3p_{атм}x + p_сx,$

$$3p_{атм}(h - x) = p_сx. \qquad (13)$$

Если теперь разделить левые и правые части уравнений (12) и (13) друг на друга, то все неизвестные давления сократятся и мы сумеем найти расстояние x:

$$\frac{2p_{атм}x}{3p_{атм}(h-x)} = \frac{p_с(h-x)}{p_сx}, \quad \frac{2x}{3(h-x)} = \frac{h-x}{x},$$

$2x^2 = 3(h-x)^2$, откуда $x\sqrt{2} = (h-x)\sqrt{3}$. Отсюда

$$x = \frac{h\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} \approx 0,55h.$$

Ответ на задание 15. Согласно закону сохранения тепловой энергии сумма количеств теплоты, полученных водой Q_1 и калориметром Q_2 при нагревании, равна сумме количества теплоты Q_3, отданного паром при конденсации, и количества теплоты Q_4, отданного водой, образовавшейся из сконденсировавшегося пара при ее охлаждении от 100 °C до искомой температуры t:

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4.$$

Здесь $Q_1 = cm_1(t - t_1)$, $Q_2 = C(t - t_1)$, $Q_3 = rm_2$, $Q_4 = cm_2(t_2 - t)$, где $t_2 = 100$ °C.

Подставим правые части этих равенств в первую формулу:

$$cm_1(t - t_1) + C(t - t_1) = rm_2 + cm_2(t_2 - t),$$
$$cm_1t - cm_1t_1 + Ct - Ct_1 = rm_2 + cm_2t_2 - cm_2t,$$
$$t(c(m_1 + m_2) + C) = t_1(cm_1 + C) + m_2(r + ct_2),$$
$$t = \frac{t_1(cm_1 + C) + m_2(r + ct_2)}{c(m_1 + m_2) + C} =$$
$$= \frac{10(4200 \cdot 0,2 + 800) + 8 \cdot 10^{-3}(2,3 \cdot 10^6 + 4200 \cdot 100)}{4200(0,2 + 8 \cdot 10^{-3}) + 800}\ ^\circ\text{C} = 23\ ^\circ\text{C}.$$

Ответ на задание 16. Согласно первому закону термодинамики количество теплоты Q, полученное газом, равно сумме изменения его внутренней энергии ΔU и работы против внешних сил A:

$$Q = \Delta U + A. \quad (1)$$

Изменение внутренней энергии

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = 1,5\nu R\Delta T. \quad (2)$$

Поскольку процесс не является изобарным, то для определения работы воспользуемся графическим способом. Изобразим на графике в координатах $p-V$ процесс, при котором давление газа прямо пропорционально его объему (рис. 158). На таком графике работа A равна площади трапеции $abcd$, а площадь трапеции равна произведению полусуммы ее оснований и высоты. Следовательно,

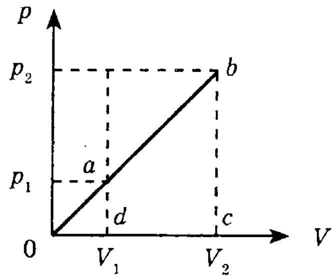


Рис. 158

$$A = \frac{p_1 + p_2}{2}(V_2 - V_1) = \frac{kV_2 + kV_1}{2}(V_2 - V_1) = 0{,}5k\left(V_2^2 - V_1^2\right). \quad (3)$$

Теперь запишем уравнение Менделеева – Клапейрона для начального и конечного состояний газа:

$$p_1V_1 = \nu RT_1 \text{ и } p_2V_2 = \nu RT_2.$$

Согласно условию $p_1 = kV_1$ и $p_2 = kV_2$.

Подставим правые части этих равенств в два предыдущих уравнения $kV_1^2 = \nu RT_1$ и $kV_2^2 = \nu RT_2$.

Вычтем из последнего уравнения предпоследнее:

$kV_2^2 - kV_1^2 = \nu RT_2 - \nu RT_1$,

$k\left(V_2^2 - V_1^2\right) = \nu R\left(T_2 - T_1\right) = \nu R\Delta T$.

С учетом равенства (3)

$$A = 0{,}5\nu R\Delta T. \quad (4)$$

Подставим равенства (2) и (4) в формулу (1):

$Q = 1{,}5\nu R\Delta T + 0{,}5\nu R\Delta T = 2\nu R\Delta T =$
$= 2 \cdot 20 \cdot 8{,}31 \cdot 200$ Дж $= 66\,480$ Дж.

Ответ на задание 17. Количество теплоты, полученное газом в этом процессе, равно сумме количеств теплоты, полученных на каждом из трех его участков:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3. \quad (1)$$

Согласно первому закону термодинамики количество теплоты Q_1, полученное газом при изобарном расширении (участок 1–2, рис. 150), равно сумме изменения внутренней энергии газа ΔU_1 и работе A_1, совершенной газом против внешних сил: $Q_1 = \Delta U_1 + A_1$, где

$$\Delta U_1 = \frac{3}{2}\nu R\Delta T_1,\ A_1 = p_1(V_2 - V_1) \text{ и } p_1(V_2 - V_1) = \nu R\Delta T_1,$$

поэтому

$$Q_1 = \frac{3}{2}p_1(V_2 - V_1) + p_1(V_2 - V_1) = 2,5p_1(V_2 - V_1). \qquad (2)$$

Количество теплоты Q_2, полученное газом при изохорном нагревании (участок 2–3), равно только изменению внутренней энергии газа ΔU_2, ведь при изохорном процессе работа газа $A_2 = 0$.

В соответствии с предыдущими рассуждениями

$$Q_2 = \frac{3}{2}\nu R\Delta T_2 = 1,5(p_2 - p_1)V_2, \qquad (3)$$

ведь согласно уравнению Менделеева – Клапейрона $(p_2 - p_1)V_2 = \nu R\Delta T_2$. Процесс, соответствующий участку 3–4, снова является изобарным, поэтому по аналогии с предыдущим изобарным процессом

$$Q_3 = 2,5p_2(V_3 - V_2). \qquad (4)$$

Подставим правые части выражений (2), (3) и (4) в равенство (1):

$$Q = 2,5p_1(V_2 - V_1) + 1,5(p_2 - p_1)V + 2,5p_2(V_3 - V_2) =$$
$$= 2,5 \cdot 10^5 (6 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3}) + 1,5(2 \cdot 10^5 -$$
$$- 1 \cdot 10^5) \cdot 6 \cdot 10^{-3} + 2,5 \cdot 2 \cdot 10^5(8 \cdot 10^{-3} - 6 \cdot 10^{-3}) \text{ Дж} =$$
$$= 2,9 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 2,9 \text{ кДж}.$$

Ответ на задание 18. Работу при изобарном процессе 1–2 на рис. 151 найдем по формуле

$$A_1 = p_1(V_2 - V_1) = p_1\Delta V.$$

Количество теплоты при изобарном процессе, согласно первому закону термодинамики, $Q_1 = \Delta U_1 + A_1$, где $\Delta U_1 = \frac{3}{2}\nu R\Delta T_1$.

А согласно уравнению Менделеева – Клапейрона,

$p_1\Delta V = \nu R\Delta T_1$, поэтому $\Delta U_1 = \frac{3}{2}p_1\Delta V$.

Тогда количество теплоты при изобарном процессе

$$Q_1 = -p_1\Delta V + p_1\Delta V = 2,5p_1\Delta V.$$

При адиабатном процессе тепло газу не передается, поэтому по первому закону термодинамики $0 = \Delta U_2 + A_2$, откуда по модулю $\Delta U_2 = A_2$.

Из условия задачи $\Delta U_2 = \dfrac{Q_1}{4} = \dfrac{2,5}{4} p_1 \Delta V = 0,625\, p_1 \Delta V$.

С учетом этого $\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{p_1 \Delta V}{0,625 p_1 \Delta V} = 1,6.$

Ответ на задание 19. Поскольку сосуды теплоизолированы, суммарная энергия всех молекул в них после того, как открыли кран, останется прежней, хотя энергия отдельных молекул станет иной. Речь идет об их кинетических энергиях, ведь потенциальной энергии у молекул идеального газа нет, они не взаимодействуют на расстоянии. Тогда по закону сохранения энергии

$$E_1 + E_2 = E.$$

Энергию всех молекул в первом сосуде можно представить как произведение числа молекул N_1 в этом сосуде и кинетической энергии каждой молекулы, движущейся со скоростью v_1, которая равна $\dfrac{m_0 \overline{v}_1^2}{2}$, а энергия всех молекул в этом сосуде: $E_1 = N_1 \dfrac{m_0 \overline{v}_1^2}{2}$.

Аналогично, кинетическая энергия всех N_2 молекул в другом сосуде, когда он еще был закрыт, $E_2 = N_2 \dfrac{m_0 \overline{v}_1^2}{2}$, а кинетическая энергия всех молекул в обоих сосудах, которая останется неизменной, когда кран откроют, $E = (N_1 + N_2) \dfrac{m_0 \overline{v}_1^2}{2}$.

Подставим правые части этих равенств в первое уравнение. Так мы соединим искомую скорость v с известными скоростями v_1 и v_2:

$$N_1\frac{m_0\overline{v}_1^2}{2}+N_2\frac{m_0\overline{v}_2^2}{2}=\left(N_1+N_2\right)\frac{m_0\overline{v}^2}{2},$$

$$N_1\overline{v}_1^2+N_2\overline{v}_2^2=\left(N_1+N_2\right)\overline{v}^2.$$

Отсюда $\overline{v}=\sqrt{\dfrac{N_1\overline{v}_1^2+N_2\overline{v}_2^2}{N_1+N_2}}$.

Свяжем неизвестное число молекул с известным числом молей:

$N_1 = \nu_1 N_A$ и $N_2 = \nu_2 N_A$.

Подставим правые части этих формул в предыдущее равенство:

$$\overline{v}=\sqrt{\frac{\nu_1N_A\overline{v}_1^2+\nu_2N_A\overline{v}_2^2}{\nu_1N_A+\nu_2N_A}},\quad \overline{v}=\sqrt{\frac{\nu_1\overline{v}_1^2+\nu_2\overline{v}_2^2}{\nu_1+\nu_2}}.$$

Ответ на задание 20. По первому закону термодинамики количество теплоты Q, переданное газу, расходуется на изменение его внутренней энергии ΔU и совершение газом работы A против внешних сил:

$$Q = \Delta U + A. \qquad (1)$$

Согласно условию $U = kT$, поэтому

$$\Delta U = k\Delta T. \qquad (2)$$

Работа расширения газа A идет на сообщение поршню кинетической энергии E_k:

$$A=E_k=\frac{m_2v^2}{2}. \qquad (3)$$

При $p = \mathrm{const}$

$$A=p\Delta V=\frac{m_1}{M}R\Delta T. \qquad (4)$$

Подставим (2) и (4) в (1):

$Q=k\Delta T+\dfrac{m_1}{M}R\Delta T$, откуда

$$\Delta T=\frac{Q}{k+\dfrac{m_1}{M}R}=\frac{MQ}{Mk+m_1R}. \qquad (5)$$

Теперь подставим (5) в (2):

$$\Delta U = k\frac{MQ}{Mk+m_1R}. \qquad (6)$$

Нам осталось подставить (3) и (6) в (1) и из полученного выражения определить Q: $Q = k\dfrac{MQ}{Mk+m_1R} + \dfrac{m_2v^2}{2}$,

$Q - \dfrac{kMQ}{Mk+m_1R} = \dfrac{m_2v^2}{2}$, $Q\dfrac{Mk+m_1R-kM}{Mk+m_1R} = \dfrac{m_2v^2}{2}$, откуда

$$Q = \frac{m_2v^2\left(Mk+m_1R\right)}{2m_1R}.$$

Ответ на задание 21. Водяной пар при 100 °C в закрытом поршнем сосуде является насыщенным. При сжатии давление насыщенного пара нельзя увеличить. «Лишний» пар при этом конденсируется, превращается в воду. А давление оставшегося над ней пара остается прежним. Поскольку объем пара уменьшился в два раза, значит, половина бывшего пара сконденсировалась.

Количество теплоты, которое выделит пар только при конденсации, равно уменьшению его внутренней энергии ΔU:

$$\Delta U = rm, \qquad (1)$$

где масса сконденсировавшегося пара равна массе оставшегося, ведь объем пара уменьшился наполовину. Но пар еще и сжимают, значит, совершают над ним отрицательную работу A. Тогда количество теплоты, которое выделит пар вследствие конденсации и сжатия, с учетом знаков по первому закону термодинамики

$$-Q = -\Delta U + (-A), \text{ или}$$

$$Q = \Delta U + A. \qquad (2)$$

Работа изобарного сжатия равна произведению давления пара и изменения его объема ΔV:

$$A = p\Delta V = p\frac{V}{2}. \qquad (3)$$

Подставим правые части формул (1) и (3) в равенство (2):

$$Q = rm + p\frac{V}{2}. \tag{4}$$

Масса пара, оставшегося в сосуде, нам не дана, но она входит в уравнение Менделеева – Клапейрона, где молярная масса водяного пара M = 0,018 кг/моль нам известна. Запишем это уравнение и найдем из него недостающую массу: $p\frac{V}{2} = \frac{m}{M}RT$, откуда $m = \frac{pVM}{2RT}$.

Нам осталось подставить правую часть этого равенства в формулу (4):

$$Q = r\frac{pVM}{2RT} + p\frac{V}{2}, \text{ или } Q = \frac{pV}{2}\left(\frac{rM}{RT} + 1\right).$$

2 л = 0,002 м^3, 100 °С = 373 К.

$$Q = \frac{10^5 \cdot 0,002}{2}\left(\frac{2,3 \cdot 10^6 \cdot 0,018}{8,31 \cdot 373} + 1\right) \text{ Дж} = 1436 \text{ Дж} \approx$$

$\approx$ 1,4 кДж.

Ответ на задание 22. Газ давит на поршень справа, а пружина — слева (рис. 152). И при этом кто-то поршень еще и держит, а потом отпускает. Пружина распрямляется, однако не до конца. Потому что ее длина в недеформированном состоянии равна длине цилиндра, но там справа газ. Он и не даст ей распрямиться до конца. Газ сожмется, и его объем уменьшится.

Сначала газ занимал половину объема цилиндра, значит, его объем был равен произведению половины длины цилиндра и площади его основания:

$$V_1 = \frac{l}{2}S. \tag{1}$$

После частичного распрямления пружины поршень окажется в равновесии, значит, силы, давящие на него слева и справа, станут по модулю равны друг другу. Слева на поршень давит пружина, и сила ее давления равна силе упругости, возникающей в ней, но направлена противоположно. Согласно закону Гука эта сила равна kx. А справа на поршень давит сжатый газ, сила давления которого равна произведению его нового давления p_2 на площадь поршня, которая тоже равна S. Тогда мы можем записать условие равновесия поршня так:

$$kx = p_2 S. \tag{2}$$

Сосуд теплоизолирован, значит, процесс сжатия газа адиабатный. За счет адиабатного сжатия газа его температура повысится.

Поскольку сосуд теплоизолирован, при перемещении поршня энергия этой системы тел сохраняется. Когда поршень находился посередине цилиндра, его пружина была сжата и, значит, обладала потенциальной энергией. При этом ее деформация была равна разности между недеформированной длиной пружины, равной длине цилиндра l, и длиной наполовину сжатой пружины, которая равна $l/2$. Следовательно, деформация пружины в первом положении поршня тоже была $l/2$. Потенциальная энергия пружины была равна $\frac{kl^2}{4}$. Кроме того, газ обладал внутренней энергией $U_1 = CT_1$. Значит, полная энергия этой системы тел была $\frac{kl^2}{4} + CT_1$.

Когда пружину отпустили, она распрямилась, но не до конца. Значит, у нее остался запас потенциальной энергии. Теперь деформация пружины равна x, и, значит, ее потенциальная энергия стала $\frac{kx^2}{2}$, а внутренняя энергия сжатого газа CT_2, поэтому полная энергия системы теперь $\frac{kx^2}{2} + CT_2$.

Согласно закону сохранения энергии справедливо равенство

$$\frac{kl^2}{4} + CT_1 = \frac{kx^2}{2} + CT_2. \tag{3}$$

Теперь применим объединенный газовый закон, записав его для первого и второго состояний газа:

$$\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2}. \qquad (4)$$

Новый объем газа V_2 равен произведению расстояния от поршня до правого основания цилиндра и площади этого основания. А это расстояние равно деформации пружины. Значит,

$$V_2 = xS. \qquad (5)$$

Подставим в формулу (4) значения p_2, V_1 и V_2. Из формулы (2) имеем

$$p_2=\frac{kx}{S}. \qquad (6)$$

Подставляем правые части равенств (1), (5) и (6) в формулу (4):

$$\frac{p_1lS}{2T_1}=\frac{kx^2S}{ST_2},\quad \frac{p_1l}{2T_1}=\frac{kx^2}{ST_2}. \qquad (7)$$

Мы получили систему двух уравнений (3) и (7) с двумя неизвестными: ненужной деформацией x и нужной температурой T_2. Выразим из уравнения (7) сразу произведение kx^2, и то, что получится, подставим вместо него в уравнение (3): $kx^2=\frac{p_1lST_2}{2T_1}$, $\frac{kl^2}{4}+CT_1=\frac{p_1lST_2}{4T_1}+CT_2$. Отсюда $T_2=T_1\frac{kl^2+4CT_1}{p_1lS+4CT_1}$.

Ответ на задание 23. Согласно первому закону Ньютона все силы, действующие на шар, уравновешены. На него действует направленная вниз сила тяжести, равная произведению суммарной массы оболочки m_1 и кислорода m_2 на ускорение свободного падения g. А вверх направлена выталкивающая (архимедова) сила F_A, равная произведению плотности воды ρ, ускорения свободного падения g и объема шара V. И эти силы по модулю равны друг другу. Значит, мы можем записать:

$(m_1 + m_2)\, g = F_А$, или

$$(m_1 + m_2)g = \rho g V,\ m_1 + m_2 = \rho V. \qquad (1)$$

Здесь всего одна неизвестная величина — объем шара V, равный объему кислорода в нем, ведь объем самой оболочки можно не учитывать. Поскольку мы знаем температуру газа (она равна температуре окружающей воды) и речь идет о массе газа, то для нахождения его объема применим уравнение Менделеева – Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M}RT\ . \qquad (2)$$

Давление газа в шаре равно сумме давления атмосферы на воду $p_{атм}$ и давления столба воды высотой h на шар. А давление столба воды равно произведению плотности жидкости, ускорения свободного падения и высоты столба жидкости. Поэтому $p = p_{атм} + \rho g h$.

Подставим это равенство в формулу (2) и из того, что получится, выразим объем газа: $(p_{атм} + \rho g h)V = \dfrac{m_2}{M}RT$.

Отсюда $V = \dfrac{m_2 RT}{M\left(p_{атм} + \rho g h\right)}$.

Теперь подставим правую часть этого равенства в формулу (1) вместо объема и из полученного выражения найдем массу газа m_2:

$$m_1 + m_2 = \rho \frac{m_2 RT}{M\left(p_{атм} + \rho g h\right)}, \text{ откуда}$$

$$m_1 = m_2\left(\rho \frac{RT}{M\left(p_{атм} + \rho g h\right)} - 1\right).$$

$$m_2 = \frac{m_1 M\left(p_{атм} + \rho g h\right)}{\rho RT - M\left(p_{атм} + \rho g h\right)} =$$

$$= \frac{0{,}04 \cdot 0{,}032\left(10^5 + 1000 \cdot 10 \cdot 20\right)}{1000 \cdot 8{,}31 \cdot 280 - 0{,}032\left(10^5 + 1000 \cdot 10 \cdot 20\right)}\ \text{кг} =$$

$$= 1{,}7 \cdot 10^{-4}\ \text{кг} = 0{,}17\ \text{г}.$$

Ответ на задание 24. По закону Дальтона давление смеси газов p равно сумме парциального давления аргона p_1 и парциального давления гелия p_2:

$$p = p_1 + p_2.$$

Для нахождения парциальных давлений газов воспользуемся уравнением Менделеева – Клапейрона с учетом, что после удаления перегородки каждый газ займет весь объем сосуда и их температура T станет одиноковой:

$$p_1V = \nu_1RT \text{ и } p_2V = \nu_2RT.$$

Отсюда $p_1 = \dfrac{\nu_1RT}{V}$ и $p_2 = \dfrac{\nu_2RT}{V}$. С учетом этих равенств

$$p = \frac{\nu_1RT}{V} + \frac{\nu_2RT}{V} = \frac{RT}{V}(\nu_1 + \nu_2). \qquad (1)$$

Для нахождения температуры смеси газов T применим закон сохранения энергии, согласно которому энергия смеси газов после удаления перегородки

$$U = \frac{3}{2}(\nu_1 + \nu_2)RT$$

равна сумме энергии аргона $U_1 = \dfrac{3}{2}\nu_1RT_1$ и энергии гелия $U_2 = \dfrac{3}{2}\nu_2RT_2$ до ее удаления:

$$U = U_1 + U_2, \text{ или } \frac{3}{2}(\nu_1 + \nu_2)RT = \frac{3}{2}\nu_1RT_1 + \frac{3}{2}\nu_2RT_2,$$

откуда

$$T = \frac{\nu_1T_1 + \nu_2T_2}{\nu_1 + \nu_2}. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$p = \frac{R(\nu_1T_1 + \nu_2T_2)}{V(\nu_1 + \nu_2)}(\nu_1 + \nu_2) = \frac{R}{V}(\nu_1T_1 + \nu_2T_2) =$$

$$= \frac{8,31}{1,5}(3 \cdot 400 + 4 \cdot 200)\text{ Па} = 11\ 080 \text{ Па}.$$

РАЗДЕЛ 3
ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Формулы электромагнетизма

Кратность электрического заряда

$$q = Ne$$

Здесь q — заряд (Кл),
N — число не скомпенсированных элементарных зарядов в заряде q (безразмерное),
$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл — элементарный заряд (Кл)

Поверхностная плотность заряда

$$\sigma = \frac{q}{S}$$

Здесь σ — поверхностная плотность заряда (Кл/м^2),
q — заряд на поверхности (Кл),
S — площадь этой поверхности (м^2)

Закон Кулона

$$F = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}$$

Здесь F — сила взаимодействия точечных зарядов (Н),
$k = 9 \cdot 10^9$ Н · м^2/Кл^2 — коэффициент пропорциональности,
q_1 и q_2 — модули взаимодействующих зарядов (Кл),
ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная),
r — расстояние между зарядами (м)

Определение напряженности электрического поля

$$E = \frac{F}{q}$$

Здесь E — напряженность электрического поля (Н/Кл или В/м),
F — сила, действующая на заряд (Н),
q — заряд (Кл)

Напряженность поля точечного заряда

$$E = k\frac{q}{\varepsilon r^2}$$

Здесь E — напряженность поля (Н/Кл или В/м),
k — коэффициент пропорциональности ($Н \cdot м^2/Кл^2$),
q — модуль заряда (Кл),
ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная),
r — расстояние от точки с напряженностью E до заряда q (м)

Напряженность поля бесконечной равномерно заряженной плоскости

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}$$

Здесь E — напряженность электрического поля (В/м),
σ — поверхностная плотность зарядов на плоскости (Кл/м),
ε_0 — электрическая постоянная (Ф/м),
ε — диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная)

Напряженность поля двух разноименно и равномерно заряженных плоскостей с одинаковой поверхностной плотностью зарядов (напряженность поля плоского конденсатора)

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}$$

Все величины те же, что и в предыдущей формуле.

Работа перемещения заряда в однородном электрическом поле

$$A = Eqd$$

Здесь A — работа перемещения заряда (Дж),
E — напряженность однородного поля (Н/Кл или В/м),
q — перемещаемый заряд (Кл),
d — проекция перемещения на силовую линию однородного поля (м)

Потенциал электрического поля

$$\varphi = \frac{W_p}{q}$$

Здесь φ — потенциал электрического поля (В),
W_p — потенциальная энергия заряда (Дж),
q — заряд, обладающий этой энергией в электрическом поле (Кл)

Потенциал поля точечного заряда

$$\varphi = k\frac{q}{\varepsilon r}$$

Здесь φ — потенциал электрического поля (В),
k — коэффициент пропорциональности ($\text{Н} \cdot \text{м}^2/\text{Кл}^2$),
q — модуль заряда (Кл),
ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная),
r — расстояние от точки с потенциалом φ до заряда q (м)

Разность потенциалов

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi = U = \frac{A}{q}$$

Здесь $\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi$ — разность потенциалов между двумя точками электрического поля (В),
U — напряжение (В),
A — работа перемещения заряда (Дж),
q — перемещаемый заряд (Кл)

Связь напряженности с разностью потенциалов в однородном электрическом поле

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d} \qquad E = \frac{U}{d}$$

Здесь E — напряженность электрического поля (Н/Кл или В/м),
$\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов между двумя точками поля (В),
U — напряжение между этими точками (В),
d — проекция расстояния между этими точками на силовую линию поля (м)

Электроемкость проводника

$$C = \frac{q}{\varphi}$$

Здесь C — емкость проводника (Ф),
q — заряд проводника (Кл),
φ — его потенциал (В)

Емкость сферического проводника

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R$$

Здесь C — емкость сферического проводника (Ф),
ε_0 — электрическая постоянная (Ф/м),
ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная),
R — радиус сферы (м)

Емкость конденсатора

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} \qquad C = \frac{q}{U}$$

Здесь C — емкость конденсатора (Ф),
q — его заряд (Кл),
$\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов между его обкладками (В),
U — напряжение между обкладками (В)

Емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$$

Здесь C — емкость плоского конденсатора (Ф),
ε_0 — электрическая постоянная (Ф/м),
ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная),
S — площадь обкладок конденсатора (м^2),
d — расстояние между обкладками (м)

Последовательное соединение конденсаторов

q — одинаков на всех конденсаторах

$U_{общ} = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_N$

$$\frac{1}{C_{общ}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_N}$$

Если все конденсаторы имеют одинаковую емкость C, то

$$C_{общ} = \frac{C}{N} \qquad U_{общ} = NU$$

Здесь q — заряд конденсаторов (Кл),
$U_{общ}$ — общее напряжение на батарее конденсаторов (В),
$U_1, U_2, U_3, \dots, U_N$ — напряжения на отдельных конденсаторах (В),
N — число конденсаторов (безразмерное),
$C_{общ}$ — общая емкость батареи конденсаторов (Ф),
$C_1, C_2, C_3, \dots, C_N$ — емкости отдельных конденсаторов (Ф)

Параллельное соединение конденсаторов

U — одинаково на всех конденсаторах

$q_{общ} = q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_N$

$C_{общ} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_N$

Если все конденсаторы имеют одинаковую емкость C, то

$$C_{общ} = NC \qquad q_{общ} = qN$$

Здесь U — напряжение на конденсаторах (В),
$q_{\text{общ}}$ — общий заряд батареи конденсаторов (Кл),
q_1, q_2, q_3, ... , q_N — заряды отдельных конденсаторов (Кл),
N — число конденсаторов (безразмерное),
$C_{\text{общ}}$ — емкость батареи конденсаторов (Ф),
C_1, C_2, C_3, ... , C_N — емкости отдельных конденсаторов (Ф)

Формулы энергии электрического поля проводника

$$W_{\text{эл}} = \frac{C\varphi^2}{2} \qquad W_{\text{эл}} = \frac{q^2}{2C} \qquad W_{\text{эл}} = \frac{q\varphi}{2}$$

Здесь $W_{\text{эл}}$ — энергия электрического поля (Дж),
C — емкость проводника (Ф),
φ — потенциал проводника (В),
q — заряд проводника (Кл)

Формулы энергии электрического поля конденсатора

$$W_{\text{эл}} = \frac{q\varphi}{2} \qquad W_{\text{эл}} = \frac{CU^2}{2} \qquad W_{\text{эл}} = \frac{q^2}{2C}$$

Здесь $W_{\text{эл}}$ — энергия электрического поля конденсатора (Дж),
C — емкость конденсатора (Ф),
q — заряд на его обкладках (Кл),
U — напряжение на обкладках конденсатора (В)

Формула энергии системы точечных зарядов

$$W_{\text{эл}} = \frac{1}{2}(q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2 + q_3\varphi_3 + ... + q_N\varphi_N)$$

Здесь $W_{\text{эл}}$ — энергия системы N точечных зарядов (Дж),
q_1, q_2, q_3, ... , q_N — заряды, входящие в систему (Кл),
φ_1, φ_2, φ_3, ..., φ_N — потенциалы полей, созданных в точке, где находится один из зарядов, остальными зарядами системы (В).

Формулы силы тока

$$I = \frac{q}{t} \qquad I = nevS$$

Здесь I — сила постоянного тока (А),
q — заряд, прошедший через поперечное сечение проводника (Кл),
t — время прохождения заряда (с),
n — концентрация свободных электронов ($м^{-3}$),
e — модуль заряда электрона (Кл),
v — скорость упрядоченного движения электронов по проводнику (м/с),
S — площадь поперечного сечения проводника ($м^2$)

Формулы плотности тока

$$j = \frac{I}{S} \qquad j = nev$$

Здесь j — плотность тока ($А/м^2$),
I — сила тока (А),
S — площадь поперечного сечения проводника ($м^2$),
n — концентрация свободных электронов в проводнике ($м^{-3}$),
e — модуль заряда электрона (Кл),
v — скорость упорядоченного движения свободных электронов (м/с)

Формулы сопротивления проводника

$$R = \frac{U}{I} \qquad R = \rho\frac{l}{S}$$

Здесь R — сопротивление проводника (Ом),
U — напряжение на нем,
I — сила тока в проводнике,
ρ — удельное сопротивление (Ом · м),
l — длина проводника (м),
S — площадь поперечного сечения проводника ($м^2$)

Зависимость сопротивления металлического проводника от температуры

$R = R_0(1 + \alpha t)$ $\qquad R = R_0(1 + \alpha\Delta t)$

Здесь R — сопротивление проводника при температуре t °C (Ом),
R_0 — сопротивление проводника при 0 °C (Ом),
α — температурный коэффициент сопротивления ($К^{-1}$),
t — температура по шкале Цельсия (°C),
$\Delta t = T - 273°$ — изменение абсолютной температуры проводника при нагревании от 0 °C = 273 К до абсолютной температуры T (К)

Закон Ома для однородного участка цепи

$$I = \frac{U}{R}$$

Здесь I — сила тока (А),
U — напряжение (В),
R — сопротивление участка (Ом)

Последовательное соединение проводников

I — одинакова во всех проводниках
$U_{общ} = U_1 + U_2 + U_3 + ... + U_N$
$R_{общ} = R_1 + R_2 + R_3 + ... + R_N$

Если все проводники имеют одинаковое сопротивление, то $\quad R_{общ} = NR \qquad U_{общ} = NU$

$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$ — *для двух последовательных проводников*

Здесь I — сила тока (А),
$U_{общ}$ — общее напряжение на всех последовательно соединенных проводниках (В),
$U_1, U_2, U_3, ... , U_N$ — напряжения на отдельных проводниках (В),
$R_{общ}$ — общее сопротивление всех последовательно соединенных проводников (Ом),

$R_1, R_2, R_3, \ldots, R_N$ — сопротивления отдельных проводников (Ом),
N — количество проводников (безразмерное)

Параллельное соединение проводников

U — одинаково на всех проводниках

$$I_{общ} = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots + I_N$$

$$\frac{1}{R_{общ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_N}$$

Если все проводники имеют одинаковое сопротивление, то $R_{общ} = \dfrac{R}{N}$ $\qquad I_{общ} = NI$

$R_{общ} = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ — общее сопротивление двух параллельных проводников

$R_{общ} = \dfrac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}$ — общее сопротивление трех параллельных проводников

$\dfrac{I_1}{I_2} = \dfrac{R_2}{R_1}$ — *для двух параллельных проводников*

Здесь U — напряжение на проводниках (В),
$I_{общ}$ — сила тока в неразветвленном участке цепи (А),
$I_1, I_2, I_3, \ldots, I_N$ — сила тока в отдельных проводниках (А),
$R_{общ}$ — общее сопротивление параллельных проводников (Ом),
$R_1, R_2, R_3, \ldots, R_N$ — сопротивления отдельных проводников (Ом),
N — количество проводников (безразмерное)

Закон Ома для неоднородного участка цепи

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}}{R}$$

Здесь I — сила тока (А),
$\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов на концах участка (В),
$\mathcal{E}$ — ЭДС, действующая в участке (В),
R — сопротивление участка (Ом)

Формула ЭДС $$\mathcal{E} = \frac{A_{\text{стор.сил}}}{q}$$

Здесь $\mathcal{E}$ — ЭДС (В),
$A_{\text{стор.сил}}$ — работа сторонних сил (Дж),
q — перемещаемый заряд (Кл)

Закон Ома для всей цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

в случае соединенных последовательно одинаковых источников тока

$$I = \frac{\mathcal{E}N}{R + Nr}$$

в случае соединенных параллельно одинаковых источников тока

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + \frac{r}{N}}$$

Здесь I — сила тока в цепи (А),
$\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока (В),
R — сопротивление внешней части цепи (Ом),
r — внутреннее сопротивление или сопротивление источника тока (Ом),
N — количество одинаковых источников тока (безразмерное)

Сила тока короткого замыкания при $R = 0$

$$I_{\text{к.з.}} = \frac{\mathcal{E}}{r}$$

Все величины названы в предыдущей формуле.

Расчет сопротивления шунта к амперметру

$$R_{\text{ш}} = \frac{R_{\text{А}}}{N-1}$$

Здесь $R_{\text{ш}}$ — сопротивление шунта (Ом),
$R_{\text{А}}$ — сопротивление амперметра (Ом),
$N = \dfrac{I}{I_{\text{А}}}$ — число, показывающее, во сколько раз измеряемая амперметром сила тока I больше силы тока $I_{\text{А}}$, на которую он рассчитан (безразмерное число)

Расчет добавочного сопротивления к вольтметру

$$R_{\text{д.с.}} = R_{\text{В}}(N - 1)$$

Здесь $R_{\text{д.с.}}$ — добавочное сопротивление (Ом),
$R_{\text{В}}$ — сопротивление вольтметра (Ом),
$N = \dfrac{U}{U_{\text{В}}}$ — число, показывающее, во сколько раз измеряемое напряжение U больше напряжения $U_{\text{В}}$, на которое рассчитан вольтметр (безразмерное число).

Работа тока

$$A = UIt \qquad A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU \qquad A = I^2Rt$$

$$A = \frac{U^2}{R}t \qquad A = Pt$$

Здесь A — работа тока (Дж),
U — напряжение на участке цепи (В),
I — сила тока в цепи (А),

t — время прохождения тока (с),
q — прошедший по цепи заряд (Кл),
$\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов на концах участка цепи (В),
R — сопротивление участка цепи (Ом),
P — мощность тока (Вт)

Мощность тока

$$P = UI \qquad P = \frac{A}{t} \qquad P = I^2R \qquad P = \frac{U^2}{R}$$

Здесь P — мощность тока (Вт),
U — напряжение (В),
I — сила тока (А),
R — сопротивление (Ом),
A — работа тока (Дж),
t — время (с)

Закон Джоуля – Ленца

$$Q = I^2Rt \qquad Q = \frac{U^2}{R}t \qquad Q = UIt$$

Здесь Q — количество теплоты, выделившееся в проводнике при прохождении тока,
U — напряжение (В),
I — сила тока (А),
R — сопротивление (Ом),
A — работа тока (Дж),
t — время (с)

Коэффициент полезного действия (КПД) электрической цепи

$$\eta = \frac{U}{\mathcal{E}}100\% \qquad \eta = \frac{R}{R + r}100\%$$

Здесь η — КПД электрической цепи (% или безразмерный),
U — напряжение на внешнем участке цепи (В),
R — сопротивление внешнего участка цепи (Ом),

r — внутреннее сопротивление или сопротивление источника тока (Ом),
$\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока (В)

Закон Фарадея для электролиза

$$m = kq \qquad m = kIt \qquad m = \frac{1}{F}\frac{M}{n}It$$

Здесь m — масса вещества, выделившегося на электроде (кг),
k — электрохимический эквивалент этого вещества (кг/Кл),
q — заряд, прошедший через электролит,
I — сила тока в электрохимической ванне (А),
t — время электролиза (с),
F — число Фарадея (Кл/моль)
M — молярная масса выделившегося вещества (кг/моль),
n — валентность этого вещества (безразмерная)

Формулы индукции магнитного поля

$$B = \frac{M_{max}}{IS} \qquad B = \frac{F_{max}}{Il}$$

Здесь B — индукция магнитного поля (Тл),
M_{max} — максимальный момент сил, вращающих контур с током в магнитном поле (Н · м),
I — сила тока в контуре (А),
S — площадь контура (м^2),
F_{max} — максимальная сила Ампера, действующая на проводник с током в магнитном поле (Н),
l — длина проводника в магнитном поле (м)

Формула силы Ампера

$$F_А = BIl \sin \alpha$$

Здесь $F_А$ — сила Ампера, действующая на проводник с током в магнитном поле (Н),
B — индукция магнитного поля (Тл),

I — сила тока в проводнике (А),
l — длина проводника в магнитном поле (м),
α — угол между направлением тока в проводнике и вектором магнитной индукции (рад)

Формула момента сил, вращающих контур с током в магнитном поле

$$M = BIS \sin \alpha$$

Здесь M — момент сил, вращающих контур с током в магнитном поле (Н · м),
B — индукция магнитного поля (Тл),
I — сила тока в контуре (А),
S — площадь контура (м^2),
α — угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции (рад)

Формула силы Лоренца, действующей на заряд, движущийся в магнитном поле

$$F_{\text{л}} = Bqv \sin \alpha$$

Здесь $F_{\text{л}}$ — сила Лоренца, действующая на заряд, движущийся в магнитном поле (Н),
B — индукция магнитного поля (Тл),
q — заряд (Кл),
v — скорость заряда (м/с),
α — угол между векторами магнитной индукции и скорости (рад)

Формулы магнитного потока

$$\Phi = BS \cos \alpha \qquad\qquad \Phi = LI$$

Здесь Φ — магнитный поток сквозь поверхность (Вб),
S — площадь поверхности (м^2),
α — угол между нормалью к поверхности и вектором магнитной индукции (рад),
L — индуктивность контура (Гн),
I — сила тока в контуре (А)

Формула ЭДС электромагнитной индукции

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}N$$

Здесь $\mathcal{E}$ — ЭДС индукции в контуре (В),
$\Delta\Phi/\Delta t$ — скорость изменения магнитного потока, пересекающего контур (Вб/с),
N — число витков в контуре (безразмерное)

Формулы ЭДС индукции в проводнике, движущемся поступательно в магнитном поле

$$\mathcal{E}_i = Bvl\sin\alpha \qquad \mathcal{E}_{i\max} = Bvl$$

Здесь ε — ЭДС индукции в проводнике (В),
B — индукция магнитного поля (Тл),
v — скорость проводника в магнитном поле (м/с),
l — длина проводника в магнитном поле (м),
α — угол между векторами скорости и магнитной индукции (рад),
$\mathcal{E}_{i\max}$ — максимальная ЭДС индукции, когда проводник движется перпендикулярно линиям магнитной индукции

Формулы ЭДС индукции в контуре, вращающемся в магнитном поле

$$\mathcal{E}_i = B\omega SN\sin\alpha \qquad \mathcal{E}_{i\max} = B\omega SN$$

Здесь $\mathcal{E}_i$ — ЭДС индукции во вращающемся контуре (В),
B — индукция магнитного поля (Тл),
ω — угловая скорость вращения (рад/с),
S — площадь контура (м^2),
N — число витков в контуре (безразмерное),
α — угол между вектором индукции и нормалью к плоскости контура,

$\mathcal{E}_{i\max}$ — максимальная ЭДС индукции, когда угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции равен 90°, т. е. когда плоскость контура параллельна линиям магнитной индукции

Формула ЭДС самоиндукции

$$\mathcal{E}_S = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Здесь $\mathcal{E}_S$ — ЭДС самоиндукции в контуре (В),
L — индуктивность контура (Гн),
$\frac{\Delta I}{\Delta t}$ — скорость изменения силы тока в контуре (А/с)

Формула магнитной проницаемости магнетика

$$\mu = \frac{B}{B_0}$$

Здесь μ — магнитная проницаемость магнетика (безразмерная),
B — индукция магнитного поля в магнетике (Тл),
B_0 — индукция магнитного поля в вакууме (Тл)

Формула энергии магнитного поля

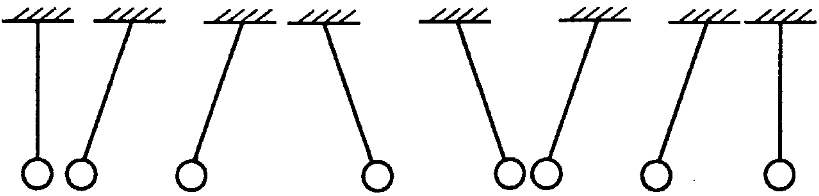
$$W_{\text{м}} = \frac{LI^2}{2}$$

Здесь $W_{\text{м}}$ — энергия магнитного поля (Дж),
L — индуктивность контура (Гн),
I — сила тока в контуре (А)

Контрольные задания по разделу 3 «Электромагнетизм»

Часть 1. Задания уровня А и Б, а также качественные задания уровня С на ЕГЭ

Задание 1. Два маленьких шарика зарядили разноименно. На каком рисунке (рис. 159) изображены эти шарики?



а *б* *в* *г*

Рис. 159

Задание 2. Радиус атома водорода $0{,}5 \cdot 10^{-8}$ см. Определить силу взаимодействия его электрона с ядром. Модуль элементарного заряда $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Задание 3. Масса электрона $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг, а масса протона $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг. Во сколько раз сила их кулоновского притяжения больше силы гравитационного притяжения?

Задание 4. Два положительных заряда $q_1 = 1$ нКл и $q_2 = 3$ нКл расположены на расстоянии $r = 0{,}5$ м друг от друга. Посередине между ними на прямой, соединяющей их, помещают третий отрицательный заряд $q = -2$ нКл, Определить модуль вектора силы, действующей на третий заряд. Ответ выразить в наноньютонах.

Задание 5. Как изменится модуль сил взаимодействия двух точечных зарядов, если их поместить в воду на прежнем расстоянии друг от друга? Диэлектрическая проницаемость воздуха $\varepsilon_1 = 1$, диэлектрическая проницаемость воды $\varepsilon_2 = 81$.

Задание 6. Капля с зарядом $-2e$ при освещении потеряла электрон. Каким стал ее заряд?

Задание 7. Как изменится сила притяжения незаряженного тела к заряженному, если заряженное тело окружить заземленной металлической сферой?

Задание 8. Один шарик имеет заряд $+q$, а другой такой же шарик имеет заряд $-3q$. Их привели в соприкосновение и раздвинули. Чему стал равен заряд каждого шарика?

Задание 9. В двух левых вершинах квадрата расположены равные по модулю точечные положительные заряды, а в двух правых вершинах расположены такие же по модулю, но отрицательные заряды (рис. 160). Как будет направлен вектор силы Кулона, действующий на отрицательный заряд $-q$, помещенный в центр квадрата: вверх, вниз, влево, вправо?

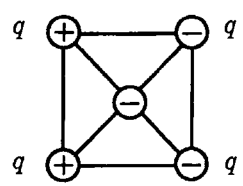


Рис. 160

Задание 10. Какой из графиков на рис. 161 показывает зависимость модуля силы взаимодействия двух точечных зарядов от модуля одного из них?

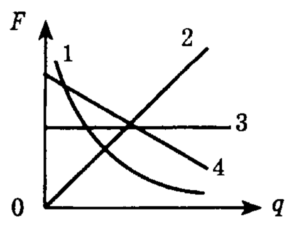


Рис. 161

Задание 11. Заряд шарика 32 нКл. Чему равно число нескомпенсированных элементарных зарядов на нем?

Задание 12. Одинаковые маленькие шарики с зарядами 20 нКл и −10 нКл привели в соприкосновение и вновь раздвинули на прежнее расстояние. Как изменится при этом модуль силы их взаимодействия?

Задание 13. С одной капли воды массой $m = 0{,}03$ мг на другую каплю перешел 1% всех ее электронов. Расстояние между каплями 1 км. Определите, с какой кулоновской силой теперь будут взаимодействовать эти капли. Ответ округлите до целого числа ньютонов.

Задание 14. Какой линией на графике $E = E(\varepsilon)$ изображается зависимость напряженности E электрического поля точечного заряда от диэлектрической проницаемости среды ε, в которую этот заряд помещен?

Задание 15. Определите частоту вращения электрона вокруг ядра в атоме водорода. Радиус орбиты электрона принять равным $5 \cdot 10^{-11}$ м.

Задание 16. Вектор напряженности однородного электрического поля направлен вниз, напряженность этого поля равна $5 \cdot 10^4$ В/м. В это поле помещена капелька масла массой $2 \cdot 10^{-9}$ г. Капелька оказалась в равновесии. Найти заряд капельки и число избыточных электронов на ней.

Задание 17. Сторона равностороннего треугольника r. В двух его вершинах расположены два равных по модулю заряда q, положительный и отрицательный. Определите напряженность поля этих зарядов в третьей вершине. Среда — воздух.

Задание 18. Пробный заряд внесли в некоторую точку электростатического поля. Как изменится модуль напряженности поля в этой точке, если внести в нее вдвое больший заряд?

Задание 19. На каком рисунке правильно показаны силовые линии вблизи точечного отрицательного заряда (рис. 162)?

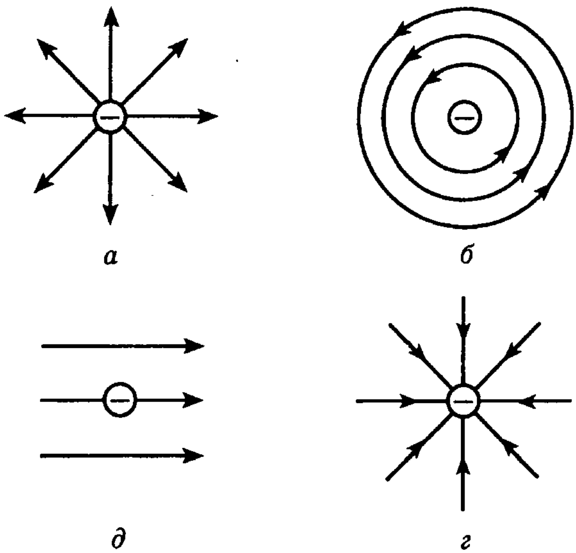


Рис. 162

Задание 20. Вокруг точечного электрического заряда q_1 создано электростатическое поле. В некоторую точку этого поля на расстоянии r от заряда q_1 вносят пробный заряд q_2. Требуется установить формулу, соответствующую физической величине, названной ниже. К каждой позиции первого столбца выберите соответствующую позицию второго столбца и запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

Физическая величина	Формула
А. Напряженность электрического поля заряда q_1	1) $k\frac{q_1q_2}{r^2}$
Б. Сила, действующая на заряд q_2 в поле заряда q_1	2) $k\frac{q_1}{r^2}$
	3) $k\frac{q_1q_2}{r}$
	4) $k\frac{q_1q_2}{r^3}$

А	Б

Задание 21. Незаряженный металлический шар внесли в однородное электростатическое поле, направление вектора напряженности которого показано на рис. 163, а там разрезали пополам. Какие заряды появятся на левой и правой половинах шара?

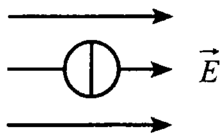


Рис. 163

Задание 22. В левой нижней вершине равностороннего треугольника с горизонтальным основанием расположен отрицательный заряд, а в правой равный по модулю положительный заряд (рис. 164). Как направлен вектор напряженности в третьей вершине M?

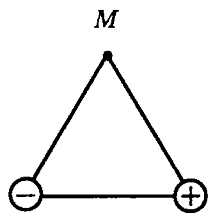


Рис. 164

Задание 23. Расстояние от точки электрического поля до заряда увеличили в 3 раза. Во сколько раз изменился модуль напряженности электрического поля этого заряда в данной точке?

Задание 24. Металлическому телу сообщили положительный заряд и внесли в однородное электрическое поле (рис. 165). В какой точке тела потенциал станет наибольшим?

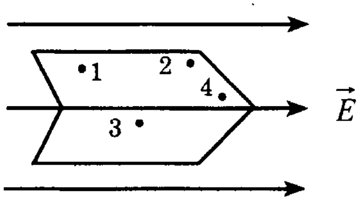


Рис. 165

Задание 25. Какое утверждение является верным: в точке поля M, расположенной посередине между двумя равными положительными зарядами:

1) напряженность поля равна нулю, а результирующий потенциал вдвое больше потенциала поля каждого заряда;
2) потенциал равен нулю, а модуль напряженности вдвое больше модуля напряженности поля каждого заряда;
3) потенциал равен нулю, а модуль напряженности равен модулю напряженности поля каждого заряда;
4) напряженность равна нулю, а результирующий потенциал равен потенциалу поля каждого заряда?

Задание 26. Две плоские поверхности, расположенные близко друг к другу, заряжены равномерно равными по модулю разноименными зарядами (рис. 166). В какой области пространства модуль напряженности электростатического поля этих плоскостей максимален, а в какой равен нулю?

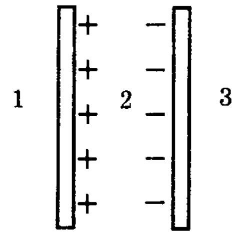


Рис. 166

Задание 27. Положительный заряд 10 мкКл перемещают в электрическом поле из точки с потенциалом 80 В в точку с потенциалом 20 В. Чему равна работа поля по перемещению заряда? Ответ выразить в миллиджоулях.

Задание 28. Положительный заряд 10 нКл перемещают из центра равномерно заряженного шара радиусом 10 см на его поверхность, где напряженность 20 В/м. Чему равна работа перемещения заряда?

Задание 29. В однородном электрическом поле напряженностью 2 В/м переносят заряд 10 нКл на расстояние 5 см перпендикулярно силовым линиям поля. Чему равна работа перемещения заряда?

Задание 30. Единица потенциала, выраженная через основные единицы СИ, будет:

1) $кг \cdot м \cdot с^{-2} \cdot А^{-1}$; 2) $кг \cdot м^2 \cdot с^{-3} \cdot А^{-1}$;
3) $кг \cdot м^2 \cdot с^{-2} \cdot А^{-1}$; 4) $кг \cdot м^2 \cdot с^{-2} \cdot А^{-3}$.

Задание 31. Электрон влетает в однородное электростатическое поле перпендикулярно его силовым линиям (рис. 167). По какой траектории он станет двигаться: прямой, гиперболе, параболе, окружности?

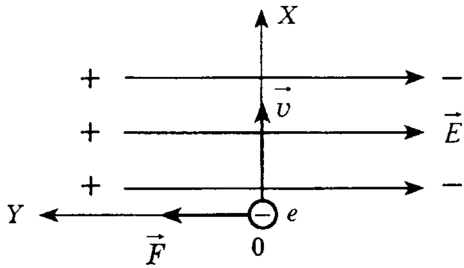


Рис. 167

Задание 32. Заряд под действием электрической силы 10 мкН переместили в однородном электростатическом поле по замкнутой траектории длиной 20 см. Чему равна работа перемещения заряда?

Задание 33. Какую разность потенциалов должен пролететь электрон по силовой линии, чтобы его скорость увеличилась на 20%? Начальная скорость электрона 1 Мм/с. Ответ округлить до сотых долей вольта.

Задание 34. Заряд проводника увеличили в 10 раз. При этом емкость проводника:

1) увеличилась в 5 раз; 2) осталась прежней;
3) уменьшилась в 5 раз; 4) увеличилась на 5 пФ.

Задание 35. Заряженную пылинку перемещают в электрическом поле плоского конденсатора из точки 1 в точку 2 по трем разным траекториям (рис. 168). Наибольшее изменение ее кинетической энергии произойдет при перемещении пылинки по траектории:

1) *а*; 2) *б*;
3) *в*; 4) изменение одинаково.

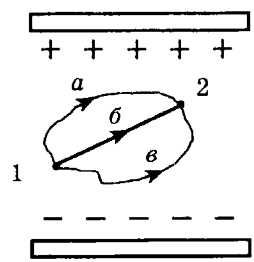


Рис. 168

Задание 36. Как будет двигаться положительно заряженная пылинка, помещенная в поле плоского конденсатора без начальной скорости, если ее весом можно пренебречь?

1) равномерно; 2) равноускоренно;
3) будет покоиться; 4) с переменным ускорением.

Задание 37. Не отключая конденсатор от источника зарядов, изменяют расстояние между его обкладками. При этом:

1) изменяются емкость и напряжение, а заряд сохраняется;
2) изменяются емкость и заряд, а напряжение сохраняется;
3) изменяются напряжение и заряд, а емкость сохраняется;
4) изменяется заряд, а емкость и напряжение сохраняются.

Задание 38. Если конденсатор отключить от источника зарядов и увеличить расстояние между его обкладками, то:

1) заряд не изменится, а напряжение уменьшится;
2) заряд уменьшится, а напряжение не изменится;
3) заряд увеличится, а напряжение не изменится;
4) заряд не изменится, а напряжение увеличится.

Задание 39. Плоский воздушный конденсатор зарядили и отключили от источника тока. При уменьшении расстояния между его обкладками вдвое энергия конденсатора:

1) уменьшится вдвое; 2) увеличится вдвое;
3) не изменится; 4) уменьшится в четыре раза.

Задание 40. Какой из графиков на рис. 169 показывает зависимость емкости плоского конденсатора C от расстояния d между его обкладками?

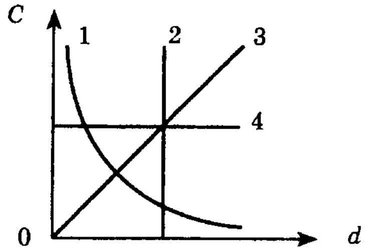


Рис. 169

Задание 41. Какой из графиков на рис. 170 показывает зависимость емкости плоского конденсатора C от площади S между его обкладками?

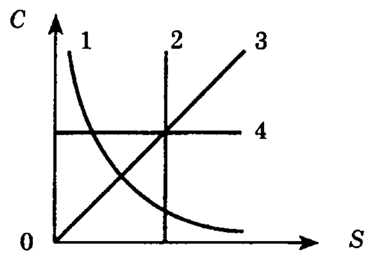


Рис. 170

Задание 42. Какой из графиков на рис. 171 показывает зависимость емкости конденсатора от заряда на его обкладках?

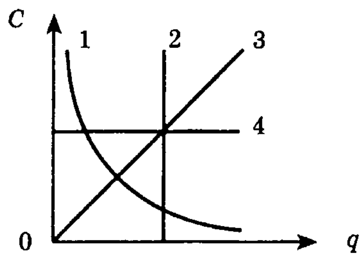


Рис. 171

Задание 43. Чему равна электроемкость плоского, квадратного, воздушного конденсатора со стороной 4 см и расстоянием между обкладками 0,8 мм?

Задание 44. Конденсатор емкостью 2 мкФ заряжен до напряжения 50 В. Какая энергия выделится при коротком замыкании его обкладок после отключения от источника?

Задание 45. К конденсатору емкостью $C_1 = 15$ пФ последовательно подключили два параллельных конденсатора емкостями $C_2 = 7$ пФ и $C_3 = 8$ пФ. Общий заряд на этих конденсаторах $q = 15$ нКл. Чему равно общее напряжение на конденсаторах? Ответ выразить в киловольтах.

Задание 46. По какой из формул можно определить энергию электрического поля конденсатора?

1) $\frac{q}{C}$; 2) $\frac{CU}{2}$; 3) $\frac{qU}{2}$; 4) $\frac{U}{d}$.

Задание 47. Напряжение на обкладках конденсатора 200 В, расстояние между обкладками 0,2 мм. Конденсатор отключили от источника зарядов, после чего увеличили расстояние между обкладками до 0,7 мм. Определить новое напряжение на обкладках конденсатора.

Задание 48. Между обкладками плоского конденсатора находится слюдяная пластинка с диэлектрической проницаемостью 6. Емкость конденсатора 10 мкФ, напряжение на его обкладках 1 кВ. Какую работу надо совершить, чтобы вынуть пластинку из конденсатора, не отключая его от источника напряжения?

Задание 49. Плоский конденсатор состоит из двух обкладок площадью 20 см^2 каждая. Между ними находится слюда с диэлектрической проницаемостью 6. Какой заряд находится на обкладках этого конденсатора, если напряженность электрического поля между ними 4 МВ/м? Ответ выразить с точностью до целого числа нанокулонов.

Задание 50. Два проводника с емкостями 4 пФ и 6 пФ заряжены соответственно до потенциалов 8 В и 10 В. Найти их потенциал после соприкосновения друг с другом.

Задание 51. Единица емкости, выраженная через основные единицы СИ, будет:

1) кг $\cdot$ м $\cdot$ с$^{-2}$ $\cdot$ А^2; 2) кг $\cdot$ м^2 $\cdot$ с$^{-2}$ $\cdot$ А^4;
3) кг$^{-1}$ $\cdot$ м^2 $\cdot$ с^2 $\cdot$ А$^{-4}$; 4) кг$^{-1}$ $\cdot$ м$^{-2}$ $\cdot$ с^4 $\cdot$ А^2.

Задание 52. Амперметр рассчитан на силу тока не более 10 А, его сопротивление 0,09 Ом. Чтобы этим прибором измерить токи силой до 100 А, к нему нужно подключить:

1) последовательно резистор сопротивлением 0,4 Ом;
2) параллельно резистор сопротивлением 0, 05 Ом;
3) параллельно резистор сопротивлением 0,01 Ом;
4) последовательно резистор сопротивлением 2,5 Ом.

Задание 53. Из графика зависимости силы тока в резисторе от напряжения на нем (рис. 172) определить сопротивление резистора. Все величины измерены в единицах СИ, цена одного деления на осях координат 1 А и 1 В.

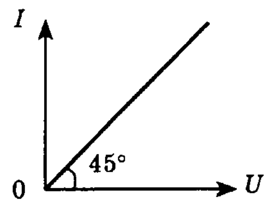


Рис. 172

Задание 54. Как изменяется сопротивление резистора при повышении напряжения на нем в 10 раз?

Задание 55. Участок цепи состоит из трех последовательных резисторов сопротивлениями $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 3$ Ом и $R_3 = 5$ Ом. С каким сопротивлением и как надо подключить к ним четвертый резистор, чтобы общее сопротивление увеличить в 5 раз?

Задание 56. В неразветвленном участке цепи течет постоянный ток силой 6 А (рис. 173). Какую силу тока показывает идеальный амперметр?

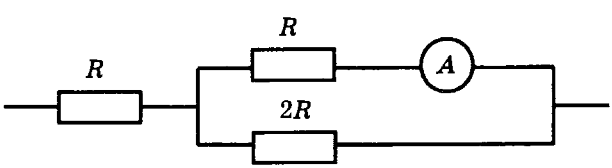


Рис. 173

Задание 57. Как соотносятся показания идеальных вольтметров (рис. 174)?

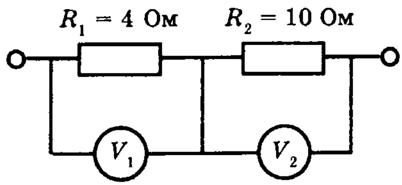


Рис. 174

Задание 58. В электрической цепи (рис. 175) ползунок П перемещают вправо. Как изменяются показания амперметра и вольтметра?

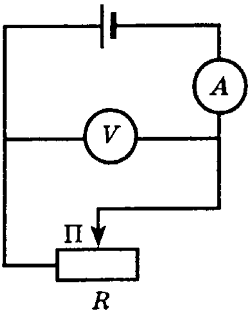


Рис. 175

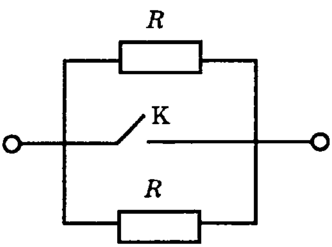


Рис. 176

Задание 59. Сопротивление каждого резистора на рис. 176 равно 10 Ом. Чему станет равно общее сопротивление всех резисторов, если ключ К замкнуть?

Задание 60. Единица сопротивления, выраженная через основные единицы СИ, будет:

1) кг · м^2 · с$^{-1}$ · А$^{-2}$; 2) кг^2 · м^2 · с$^{-1}$ · А$^{-2}$;
3) кг · м · с$^{-2}$ · А$^{-1}$; 4) кг · м^2 · с$^{-3}$ · А$^{-2}$.

Задание 61. Вольтметр сопротивлением 200 Ом рассчитан на напряжение не более 10 В. Какое добавочное сопротивление надо подсоединить к нему, чтобы измерить напряжение до 100 В?

Задание 62. Цепь состоит из источника тока и резистора. Как изменяются сила тока в цепи, напряжение на резисторе и ЭДС источника при увеличении внутреннего сопротивления источника тока?

Задание 63. ЭДС источника тока 20 В, внутреннее сопротивление 0,5 Ом, внешнее в 4 раза больше внутреннего. Чему равна сила тока в цепи?

Задание 64. 5 одинаковых источников тока с ЭДС 2 В и внутренним сопротивлением 0,1 Ом у каждого соединены параллельно. Чему равны ЭДС батареи этих источников и ее внутреннее сопротивление?

Задание 65. В вершинах прямоугольного треугольника A и B расположены точечные заряды (рис. 177). При этом они взаимодействуют с силой Кулона $F_1 = 100$ мкН. С какой силой Кулона F_2 будут взаимодействовать эти заряды, если заряд q_2 переместить в вершину C? Катеты треугольника $r_1 = 3$ см и $r_2 = 4$ см.

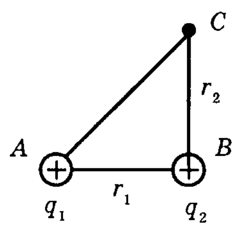


Рис. 177

Задание 66. Длину резистора, подключенного к источнику тока, уменьшили. Как изменились при этом: сопротивление резистора R, сила тока I в нем и напряжение U на резисторе?

Для каждой величины определите соответствующее изменение:

1) уменьшилась;

2) не изменилась;

3) увеличилась.

Запишите в таблицу выбранные цифры для каждой физической величины.

R	I	U

Задание 67. Какие величины можно найти, если известны напряжение на резисторе и его сопротивление:

1) ЭДС;

2) силу тока;
3) мощность тока;
4) внутреннее сопротивление источника тока?

Задание 68. Электрическая цепь состоит из источника тока с внутренним сопротивлением $r = 0{,}2$ Ом и резистора. На рис. 178 дан график зависимости мощности тока P в резисторе от силы тока I в нем. Чему равна ЭДС источника тока? Докажите, что кривая графика на рис. 178 есть парабола.

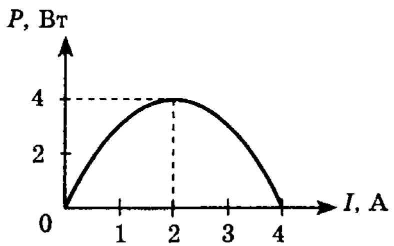


Рис. 178

Задание 69. КПД электрической цепи 80%, внешнее сопротивление 10 Ом. Чему равно внутреннее сопротивление источника тока?

Задание 70. Сопротивления резисторов на рис. 179 $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 6$ Ом, $R_3 = 1$ Ом и $R_4 = 2$ Ом. Как соотносятся количества теплоты $\frac{Q_1}{Q_2}$, выделившиеся за одинаковое время на резисторах R_1 и R_2?

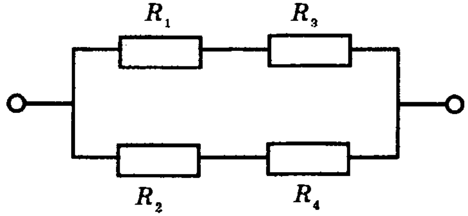


Рис. 179

Задание 71. Сопротивление медного проводника R, его масса m, плотность меди $\rho_п$, удельное сопротивление меди $\rho_с$. Определить диаметр d поперечного сечения проводника.

Задание 72. Чему равна энергия конденсатора емкостью 121 мкФ (рис. 180)? ЭДС источника тока 8 В, внутреннее сопротивление 1 Ом, сопротивления резисторов 5 Ом. Ответ выразить в миллиджоулях.

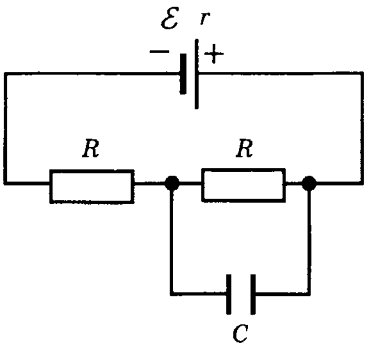


Рис. 180

Задание 73. На рис. 181 изображена схема электрической цепи. Когда ключ К разомкнут, идеальный вольтметр показывает 3 В, а когда ключ К замкнут, вольтметр показывает 2 В. Сопротивление резистора 5 Ом. Чему равно внутреннее сопротивление источника тока?

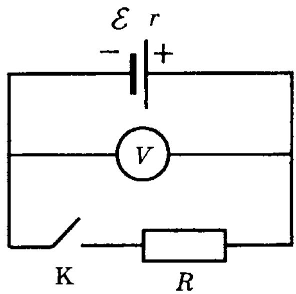


Рис. 181

Задание 74. ЭДС источника тока 10 В. При внешнем сопротивлении 4 Ом сила тока в цепи 2 А. Найти силу тока короткого замыкания.

Задание 75. К концам свинцовой проволоки длиной 2 м приложено напряжение 25 В. Начальная температура проволоки 20 °С. Через сколько времени проволока начнет плавиться? Температура плавления свинца 327 °С, его удельное сопротивление $1{,}7 \cdot 10^{-6}$ Ом · м, плотность свинца $11{,}3 \cdot 10^3$ кг/м^3, его удельная теплоемкость 125 Дж/(кг · К). Ответ округлите до десятых долей секунды.

Задание 76. В чайник налили воду массой 320 г при 30 °С и поставили на электроплитку. Через сколько времени выкипит вся вода, если сила тока в цепи 10 А, а сопротивление нагревателя 20 Ом? Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг · К), удельная теплота парообразования воды 2256 кДж/кг. Ответ округлите до целого числа секунд.

Задание 77. Лифт массой 2,4 т поднимается на высоту 25 м за 40 с. КПД подъема 60%. Найти силу тока в электродвигателе лифта, если он работает под напряжением 220 В. Ответ округлите до целого числа ампер.

Задание 78. Трамвай массой m движется по горизонтальному пути со скоростью V. Коэффициент сопротивления движению μ, напряжение на проводах U, КПД электрической цепи, выраженный в частях, η. Найти силу тока в двигателе.

Задание 79. Включенная в сеть электрическая плитка выделила количество теплоты Q. Определить, какое количество теплоты выделят две такие плитки, если их включить в ту же сеть: а) последовательно; б) параллельно. Зависимость сопротивления от температуры можно не учитывать.

Задание 80. Мощность тока в резисторе максимальна, когда:

1) сопротивление резистора больше внутреннего сопротивления источника тока;
2) сопротивление резистора равно внутреннему сопротивлению источника тока;
3) сопротивление резистора меньше внутреннего сопротивления источника тока.

Задание 81. Три резистора с сопротивлениями $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 4$ Ом и $R_3 = 8$ Ом включены параллельно в цепи постоянного тока. Как соотносятся работы электрического тока $A_1 : A_2 : A_3$ в этих резисторах за одинаковое время?

Задание 82. Сопротивление спирали электроплитки уменьшили вдвое и включили ее в ту же розетку. Как изменилась при этом мощность тока в плитке?

Задание 83. Какую пару проводников, изображенных на рис. 182, надо выбрать, чтобы опытным путем определить зависимость сопротивления от диаметра проводника?

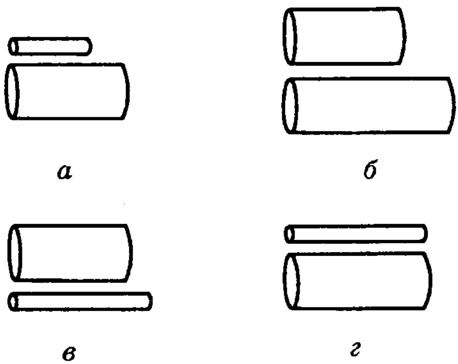


Рис. 182

Задание 84. В электрической печке течет постоянный ток. За время t в печке выделяется количество теплоты Q_1. Если сопротивление электрической спирали в печке и время нагревания увеличить вчетверо, подав прежнее напряжение, то какое теперь выделится в печке количество теплоты Q_2?

Задание 85. На рис. 183 изображен график зависимости заряда, прошедшего через поперечное сечение проводника от времени его прохождения. Чему равна сила тока в проводнике?

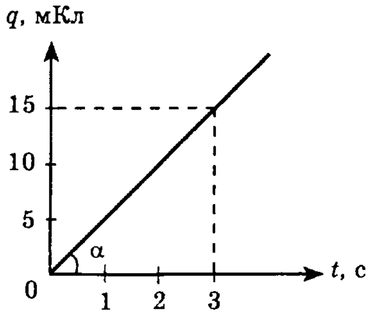


Рис. 183

Задание 86. К источнику тока с ЭДС 9 В подключили реостат и стали изменять его сопротивление. На рис. 184 показан график зависимости силы тока в цепи от сопротивления реостата. Чему равно внутреннее сопротивление источника тока?

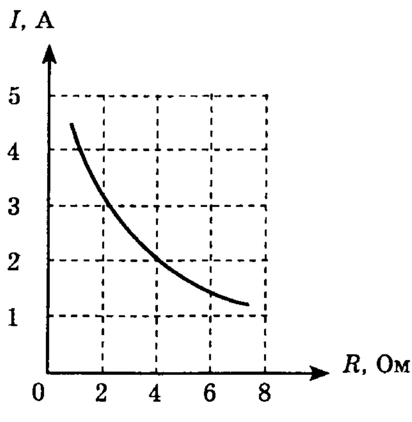


Рис. 184

Задание 87. Носителями тока в металлах являются:

1) ионы обоих знаков;
2) положительные ионы;
3) свободные электроны;
4) ионы и электроны.

Задание 88. Носителями тока в электролитах являются:

1) положительные ионы;
2) отрицательные ионы;
3) ионы обоих знаков;
4) ионы обоих знаков и электроны.

Задание 89. Носителями тока в газах являются:

1) только электроны;
2) только ионы обоих знаков;
3) только положительные ионы;
4) ионы обоих знаков и электроны.

Задание 90. При прохождении тока происходит переноса вещества:

1) в полупроводниках;
2) в электролитах;
3) в металлах.

Задание 91. Акцепторная проводимость полупроводников имеет место, когда валентность примеси:

1) равна валентности основного полупроводника;
2) меньше валентности основного полупроводника;
3) больше валентности основного полупроводника;
4) равна нулю.

Задание 92. Донорная проводимость полупроводников имеет место, когда валентность примеси:

1) такая же, как и основного полупроводника;
2) больше, чем у основного полупроводника;
3) меньше, чем у основного полупроводника.

Задание 93. При нагревании:

1) сопротивление металлов и полупроводников увеличивается;
2) сопротивление металлов увеличивается, а полупроводников уменьшается;
3) сопротивление металлов уменьшается, а полупроводников увеличивается;
4) сопротивление металлов и полупроводников уменьшается.

Задание 94. С помощью какого соединения 4 полупроводниковых диодов можно получить двухполупериодное выпрямление переменного тока в резисторе R (рис. 185)?

1) *а*; 2) *б*; 3) *в*; 4) *г*.

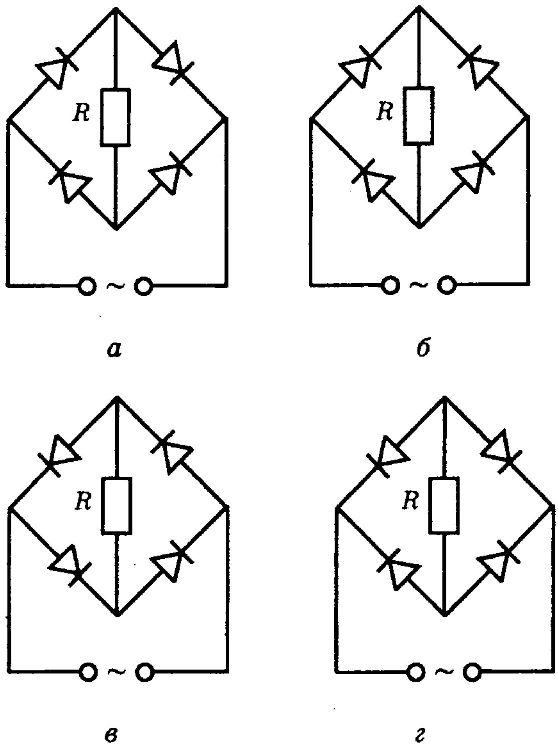


Рис. 185

Задание 95. Электрохимический эквивалент меди 0,33 мг/Кл. При электролизе на катоде выделилось 0,99 г меди. При этом через электролит прошел заряд, равный

1) 3000 Кл; 2) 200 Кл;
3) 2 Кл; 4) 2000 Кл.

Задание 96. К южному полюсу полосового магнита поднесли магнитную стрелку, как показано на рис. 186. При этом магнитная стрелка:

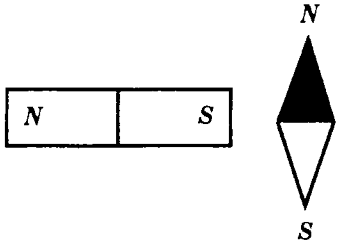


Рис. 186

1) повернулась на 90° против часовой стрелки;
2) повернулась на 90° по часовой стрелке;
3) повернулась на 180° по часовой стрелке;
4) повернулась на 180° против часовой стрелки.

Задание 97. На проводник с током, расположенный в однородном магнитном поле под углом 30° к магнитным линиям, действует сила 2 Н. Какая сила будет действовать на проводник, если увеличить этот угол в три раза?

Задание 98. Проводник длиной 10 см с током 2 А расположен в однородном магнитном поле индукцией 40 мТл перпендикулярно магнитным линиям. Перемещающая его сила Ампера совершает работу 1 мДж. Чему равен модуль перемещения проводника?

Задание 99. На рис. 187 изображены три тонких прямых проводника с одинаковыми токами, текущими сверху вниз. Расстояния между проводниками одинаковы. Куда направлена равнодействующая сил Ампера, действующих на проводник 1 со стороны проводников 2 и 3?

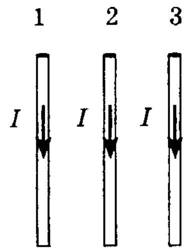


Рис. 187

Задание 100. Плоскость квадратной рамки со стороной $a = 5$ см расположена параллельно магнитным линиям однородного магнитного поля индукцией $B = 10$ мТл.

По рамке течет ток силой $I = 1$ А. Чему равен момент сил Ампера M, вращающих эту рамку?

Задание 101. На рис. 188 изображен проводящий контур, подключенный к полюсам источника тока. Как направлен вектор индукции магнитного поля в центре этого контура?

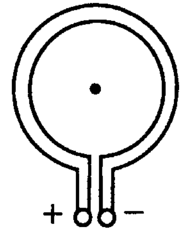


Рис. 188

Задание 102. По проводнику течет постоянный ток. Проводник расположен в однородном магнитном поле перпендикулярно магнитным линиям. Чему будет равна действующая на него сила Ампера, если силу тока уменьшить в 4 раза, а длину проводника увеличить на 20%? До изменения этих величин сила Ампера равнялась 10 Н.

Задание 103. В проводящий прямоугольный контур *абвг* включен источник тока (рис. 189). Контур помещен в магнитное поле, вектор индукции которого направлен от чертежа к наблюдателю. Куда направлена сила Ампера, действующая на сторону контура *бв*?

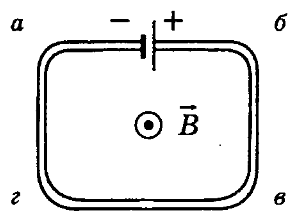


Рис. 189

Задание 104. В однородном магнитном поле неподвижно висит проводник с током. Ток идет по нему от наблюдателя за чертеж. Как направлен вектор индукции магнитного поля?

Задание 105. По двум параллельным проводникам текут токи – в первом случае в одном направлении, а во втором – в противоположных направлениях. При этом проводники:

1) притягиваются в обоих случаях;
2) отталкиваются в обоих случаях;

3) в первом случае отталкиваются, а во втором – притягиваются;
4) в первом случае притягиваются, а во втором – отталкиваются.

Задание 106. Если ток в торце соленоида течет по часовой стрелке, то это:

1) северный полюс и магнитные линии входят в него;
2) южный полюс и магнитные линии выходят из него;
3) северный полюс и магнитные линии выходят из него;
4) южный полюс и магнитные линии входят в него.

Задание 107. По двум горизонтальным параллельным проводникам, перпендикулярным плоскости чертежа, текут одинаковые токи: слева от наблюдателя за чертеж, справа от чертежа к наблюдателю (рис. 190). Как направлен в точке M, расположенной посередине между ними, вектор индукции результирующего магнитного поля?

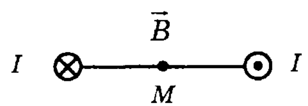


Рис. 190

Задание 108. Выразите единицу магнитной индукции через основные единицы СИ.

Задание 109. Заряженная частица влетает в магнитное поле параллельно линиям вектора магнитной индукции. Заряд частицы q, ее скорость v, индукция магнитного поля B. Чему равна сила Лоренца, действующая на частицу в магнитом поле?

Задание 110. В магнитное поле между разноименными полюсами двух полосовых магнитов влетел протон перпендикулярно магнитным линиям (рис. 191). Куда будет направлена действующая на него сила Лоренца? По какой траектории станет двигаться протон под действием этой силы?

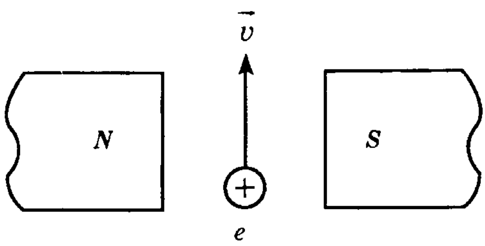


Рис. 191

Задание 111. Две заряженные частицы с зарядами $2e$ и $3e$ влетают в однородное магнитное поле с одинаковыми скоростями. Частица с зарядом $2e$ влетает под углом 30° к магнитным линиям, а частица с зарядом $3e$ — перпендикулярно магнитным линиям. Чему равно отношение силы Лоренца, действующей на заряд $3e$, к силе Лоренца, действующей на заряд $2e$?

Задание 112. По какой формуле можно рассчитать модули сил Кулона, Ампера и Лоренца? К каждой позиции правого столбца подберите соответствующую формулу из левого столбца и запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А. Модуль силы Кулона	1) $Bqv \sin \alpha$;
Б. Модуль силы Ампера	2) $BIS \sin \alpha$;
В. Модуль силы Лоренца	3) $k\frac{q_1 q_2}{r^2}$;
	4) $BIl \sin \alpha$.

А	Б	В

Задание 113. Электрон влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно магнитным линиям. Как будут изменяться радиус окружности, по которой он станет двигаться в магнитном поле, сила Лоренца, действующая на него, и период обращения электрона вокруг магнитных линий, если индукция магнитного поля ста-

нет увеличиваться, а скорость, с которой электрон будет влетать, останется неизменной?

Задание 114. На концах проводника длиной 10 см, движущегося поступательно в однородном магнитном поле индукцией 4 Тл под углом 30° к магнитным линиям, возникает разность потенциалов 1 В. Чему равна скорость движения проводника?

Задание 115. Полосовой магнит вдвигают в проводящее кольцо коромысла, способного вращаться вокруг вертикальной оси *аб* (рис. 192). Как станет двигаться коромысло?

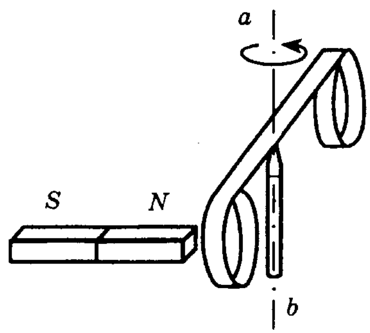


Рис. 192

Задание 116. На рис. 193 изображен график зависимости магнитного потока Φ, пересекающего проводящий контур, от силы тока I в этом контуре. Чему равна индуктивность L контура?

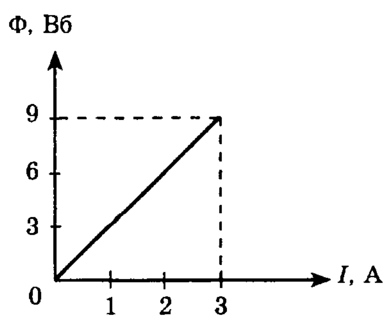


Рис. 193

Задание 117. При изменении силы тока за 4 с на 2 А в контуре возникла ЭДС самоиндукции 0,8 В. Чему равна индуктивность этого контура?

Задание 118. Энергия магнитного поля соленоида 5 мДж, сила тока, текущего по нему, 0,2 А. Чему равна индуктивность соленоида?

Задание 119. На рис. 194 изображен проводящий контур, плоскость которого перпендикулярна плоскости чертежа. Контур пересекает магнитное поле, вектор индукции которого направлен вверх. Вследствие изменения индукции магнитного поля в контуре возникает индукционный ток I_i, текущий по часовой стрелке. Как изменяется индукция магнитного поля?

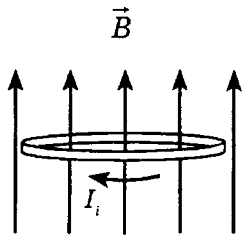


Рис. 194

Задание 120. Явление электромагнитной индукции открыл:

1) Ленц; 2) Максвелл;
3) Ампер; 4) Фарадей.

Задание 121. Направление индукционного тока в проводнике определил:

1) Фарадей; 2) Ленц;
3) Максвелл; 4) Джоуль.

Задание 122. Единица индуктивности, выраженная через основные единицы СИ, это:

1) $кг \cdot м \cdot с^{-3} \cdot А^2$; 2) $кг \cdot м^2 \cdot с^{-2} \cdot А^{-3}$;
3) $кг \cdot м^{-2} \cdot с^2 \cdot А^{-2}$; 4) $кг \cdot м^2 \cdot с^{-2} \cdot А^{-2}$.

Задание 123. На рис. 195 изображена проводящая рамка *абвг*, плоскость которой перпендикулярна плоскости чертежа. Рамка движется поступательно вправо, пересекая однородное магнитное поле, ограниченное поверхностями *АБ* и *ВГ*. Какой из четырех графиков, расположенных ниже, правильно изображает зависимость ЭДС индукции, возникающей в рамке, от времени ее перемещения?

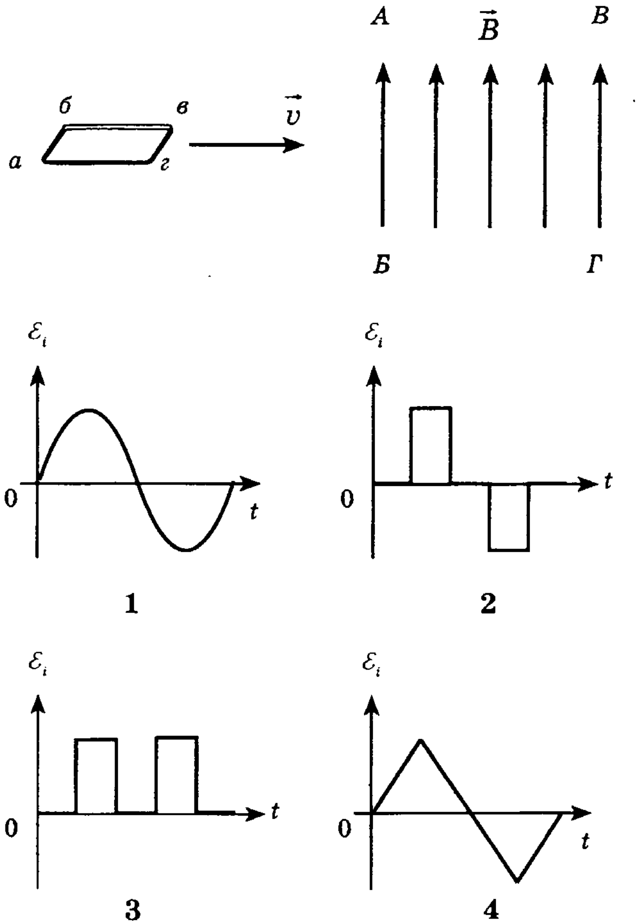


Рис. 195

Задание 124. В проводнике, движущемся поступательно в однородном магнитном поле под углом 45° к магнитным линиям, возникает ЭДС индукции 5 В. Чему равна станет ЭДС индукции при увеличении этого угла вдвое?

Задание 125. В однородное магнитное поле, направленное от чертежа к наблюдателю, поместили замкнутый проводящий контур (рис. 196). Индукционный ток возникнет в этом контуре, если его будут:

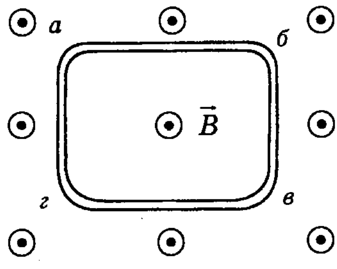


Рис. 196

1) двигать вверх;
2) поворачивать вокруг стороны *аб*;
3) поворачивать вокруг стороны *бв*;
4) двигать влево.

Задание 126. Единица магнитного потока, выраженная через основные единицы СИ, имеет вид:

1) кг · $м^2$ · $с^{-2}$ · $А^{-2}$; 2) кг · $м^2$ · $с^{-2}$ · $А^{-1}$;
3) кг · $м^2$ · $с^{-3}$ · $А^{-2}$; 4) кг · $м^2$ · $с^{-1}$ · $А^{-2}$.

Задание 127. Какой из перечисленных процессов объясняется явлением электромагнитной индукции:

1) отталкивание одноименно заряженных частиц;
2) отклонение магнитной стрелки при прохождении по проводнику тока;
3) отклонение стрелки вольтметра при подключении к источнику тока;
4) притяжение проводящего кольца к магниту при выводе его из кольца?

Задание 128. В металлическое кольцо в течение первых двух секунд вдвигают магнит, в течение следующих двух секунд он неподвижен, в течение последующих двух секунд его вынимают из кольца. Индукционный ток течет по кольцу в течение промежутков времени:

1) только 0–2 с; 2) 0–2 с и 4–6 с;
3) 2–4 с; 4) только 4–6 с.

Задание 129. На рис. 197 изображен график зависимости энергии магнитного поля в соленоиде от индуктивности соленоида. Определить силу тока в соленоиде. Ответ округлить до десятых долей ампера.

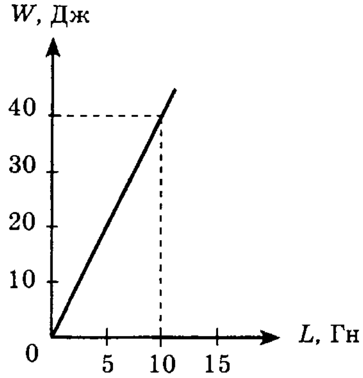


Рис. 197

Задание 130. Проволочный виток, состоящий из 10 колец, пересекает однородное магнитное поле, уменьшающееся за 1 мс с 0,6 Тл до 0,1 Тл. При этом в витке возникает ЭДС индукции 6,28 В. Поле перпендикулярно плоскости витка. Найти радиус витка.

Часть 2. Задания повышенной сложности

Задание 1. Четыре одинаковых заряда расположены в вершинах квадрата и находятся в равновесии. Заряды соединены не проводящими ток нитями. Сила натяжения каждой нити 20 мН. Найти силу, действующую на каждый заряд со стороны двух ближайших к нему зарядов.

Задание 2. К бесконечной равномерно заряженной плоскости прикреплена нить с маленьким шариком на конце, изготовленным из материала с плотностью ρ (рис. 198). Заряд шарика q. В электрическом поле плоскости напряженностью E нить отклонилась от вертикали на угол α. Определить объем шарика.

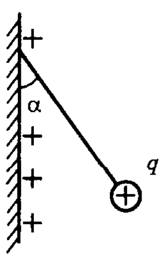


Рис. 198

Задание 3. Электрон влетел в поле конденсатора параллельно его обкладкам со скоростью v_x. Длина конденсатора l, расстояние между его обкладками d, разность потенциалов между ними U. Отношение заряда электрона к его массе $\frac{e}{m_e}$. Определить тангенс угла α, под которым вылетит электрон из конденсатора.

Задание 4. Точка N отстоит от заряда-источника q_0 на вдвое большем расстоянии, чем точка M (рис. 199). При перемещении пробного заряда q из точки M в точку N электрическое поле совершило работу 15 Дж. Какую работу оно совершит, перемещая этот заряд из точки M в точку C на середине отрезка MN?

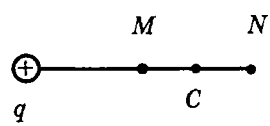


Рис. 199

Задание 5. С вершины идеально гладкой наклонной плоскости длиной l с углом при основании α соскальзывает без начальной скорости маленький кубик массой m, несущий отрицательный заряд $-q$. В вершине прямого угла находится равный ему по модулю положительный заряд (рис. 200). Найдите скорость кубика у основания наклонной плоскости.

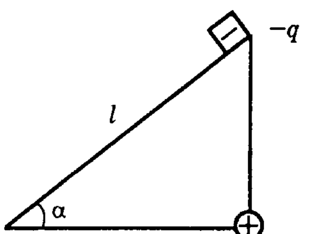


Рис. 200

Задание 6. Энергия двух заряженных проводников W_1 и W_2, их емкости одинаковы. Какое количество теплоты выделится при соединении этих проводников?

Задание 7. Поверхностная плотность зарядов на обкладках воздушного конденсатора 0,2 мкКл/м², их площадь 4 см², емкость конденсатора 3 пФ. Найдите скорость электрона, пролетевшего от одной обкладки к другой без начальной скорости. Ответ округлите до целого числа мегаметров в секунду.

Задание 8. Какова должна быть ЭДС источника тока, изображенного на рис. 201, чтобы напряженность электрического поля между обкладками конденсатора была равна 5 кВ/м, если внутреннее сопротивление источника вдвое меньше сопротивления каждого из резисторов? Расстояние между обкладками конденсатора равно 1 мм.

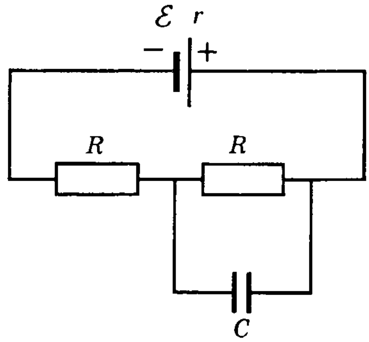


Рис. 201

Задание 9. Плоский слюдяной конденсатор соединили с источником напряжения U, после чего, не отключая его от источника, вынули за время t со скоростью v слюдяную прокладку. При этом на конденсаторе возник заряд q. Обкладки конденсатора круглой формы с радиусом R, диэлектрическая проницаемость слюды ε. Чему равно расстояние d между обкладками конденсатора?

Задание 10. Электрическая цепь состоит из источника тока и резистора. ЭДС источника тока 72 В. При каком сопротивлении резистора максимальная мощность тока в цепи будет 6 Вт?

Задание 11. Два одинаковых источника постоянного тока с внутренним сопротивлением у каждого 0,5 Ом соединены последовательно. Во сколько раз изменится мощность тока в резисторе сопротивлением 8 Ом, подключенном к этим источникам, если их соединить параллельно? Ответ округлите до десятых долей целого числа.

Задание 12. В цепи, изображенной на рис. 202, сопротивление диода в прямом направлении пренебрежимо мало. При изменении полярности полюсов источника тока на противоположную, ток идет в обратном направлении и при этом сопротивление диода значительно превышает сопротивление одинаковых резисторов. ЭДС батареи 10 В, ее внутренним сопротивлением можно пренебречь. Когда ток идет в прямом направлении, мощность тока в последовательно включенном резисторе 20 Вт. Определить сопротивление резистора.

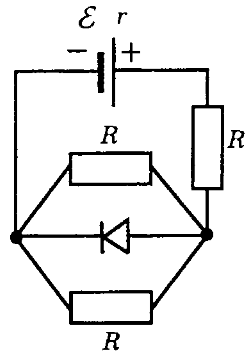


Рис. 202

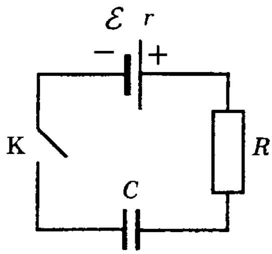


Рис. 203

Задание 13. Дана цепь (рис. 203). Сопротивление резистора 30 кОм, внутренним сопротивлением и сопротивлением соединительных проводов можно пренебречь. Сразу после замыкания ключа К ученик стал измерять нарастающее с течением времени t напряжение U на обкладках конденсатора. Результаты его измерений приведены в таблице.

t, с	0	2	3	4	5	6	7	8
U_C, В	0	2,9	3,8	4,6	4,8	5,2	5,2	5,2

Оцените силу зарядного тока в резисторе в момент времени $t = 4$ с. Погрешность измерения напряжения 0,1 В.

Задание 14. Аккумулятор с ЭДС 2 В и внутренним сопротивлением 0,1 Ом замкнут медной проволокой. Ее сопротивление таково, что мощность тока в ней максимальна. За 38 с проволока нагрелась на 5 К. Найти массу проволоки. Удельная теплоемкость меди 380 Дж/(кг · К).

Задание 15. Дана цепь (рис. 204). ЭДС источника тока 20 В, площадь обкладок воздушного конденсатора

1 см^2. При медленном уменьшении расстояния между обкладками за счет энергии источника тока совершена работа 40 мкДж, и при этом на резисторе выделилось 10 мкДж теплоты. Насколько изменилась емкость конденсатора?

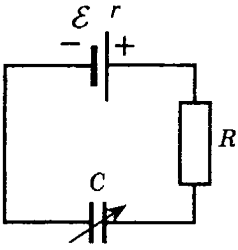


Рис. 204

Задание 16. Определить напряжение на электродах вакуумного диода, если подлетающий к аноду пучок электронов при ударе оказывает давление p. Площадь поперечного сечения пучка S. Зависимость силы анодного тока от напряжения между катодом и анодом в диоде выражается формулой $I = k\sqrt{U^3}$, где k — известный коэффициент пропорциональности. Начальная скорость электронов равна нулю.

Задание 17. Дана цепь (рис. 205). Сопротивления реостатов R_1 = 1 Ом, R_2 = 4 Ом, R_3 = 2 Ом. Сопротивление реостата 1 изменяют так, что мощность тока в нем уменьшается вдвое, но при этом сила тока в цепи и мощность тока в реостате 2 остаются неизменными. Какими станут сопротивления реостатов 1, 2 и 3? Внутренним сопротивлением пренебречь.

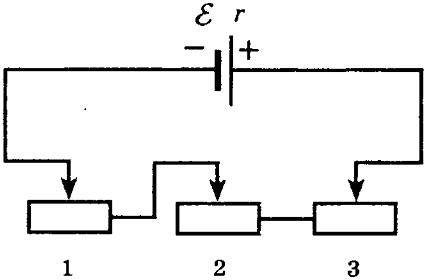


Рис. 205

Задание 18. В однородном магнитном поле индукцией 0,1 Тл подвешен на двух проводящих нитях медный стержень длиной 89 см перпендикулярно магнитным линиям (рис. 206). При пропускании по стержню тока силой 0,89 А нити отклонились от вертикали на угол 45°. Каковы знаки на клеммах *а* и *б*? Найти площадь поперечного сечения стержня. Плотность меди 8900 кг/м³.

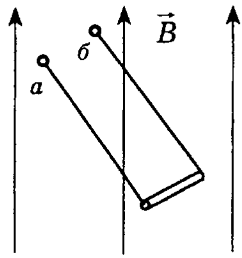


Рис. 206

Задание 19. В однородном магнитном поле индукцией $\vec{B}$, вектор индукции которого направлен вверх, движется равноускоренно без начальной скорости по наклонным рельсам длиной L к вершине проводящий стержень длиной l с током I (рис. 207). Угол при основании рельсов α, масса стержня m, коэффициент трения стержня о рельсы μ. Определить, за сколько времени стержень поднимется от основания к вершине. Явлением электромагнитной индукции пренебречь.

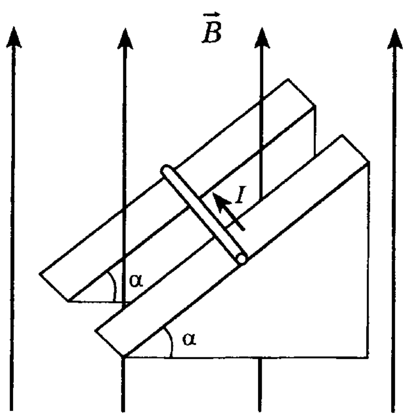


Рис. 207

Задание 20. Электрон влетает в однородное магнитное поле индукцией 0,04 Тл со скоростью 100 км/с перпендикулярно магнитным линиям. Какой путь пройдет электрон за время, в течение которого вектор его линейной скорости повернется на угол 2°?

Задание 21. В проводящий круговой контур радиусом 4 см включен конденсатор емкостью 2 мкФ. Контур расположен в магнитном поле, равномерно изменяющемся со скоростью 5 мТл/с. Чему равен заряд конденсатора?

Задание 22. Кольцо радиусом $R_р$ = = 5 см, изготовленное из медного провода диаметром d = 1,5 мм, расположено в равномерно изменяющемся магнитном поле. Плоскость кольца перпендикулярна вектору магнитной индукции (рис. 208). В кольце возникает индукционный ток силой I_i = 8 А. Определить модуль скорости изменения магнитной индукции $\Delta B/\Delta t$. Удельное сопротивление меди $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м. Ответ округлить до целого числа.

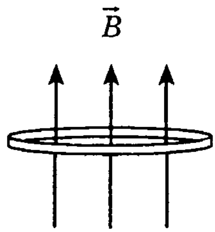


Рис. 208

Задание 23. Тонкий проводящий стержень длиной l = 40 см начинает соскальзывать без начальной скорости с наклонной плоскости с углом при основании α = 30°, образованной двумя параллельными рельсами. Плоскость расположена в однородном магнитном поле индукцией B = 100 мТл. Вектор индукции перпендикулярен плоскости рельсов. Найти ЭДС индукции в стержне в тот момент, когда он пройдет путь S = 50 см. Трением пренебречь.

Задание 24. По замкнутому контуру индуктивностью L = 4 мГн и сопротивлением R = 10 мОм проходит ток, сила которого сначала за t_1 = 8 мс равномерно увеличивается от нуля до 5 А, а затем равномерно уменьшается за t_2 = 10 мс до нуля. Найти изменение внутренней энергии контура ΔU.

Ответы на задания части 1

Ответ на задание 1. Разноименные заряды притягиваются друг к другу, поэтому правильный ответ на рис. 159, *в*.

Ответ на задание 2. По закону Кулона сила взаимодействия электрона с ядром определяется равенством

$$F = k\frac{e^2}{r^2} = k\left(\frac{e}{r}\right)^2.$$

Выразим в единицах СИ расстояние между электроном и ядром: $0{,}5 \cdot 10^{-8}$ см $= 5 \cdot 10^{-11}$ м.

Произведем вычисления:

$$F = 9\cdot10^9\left(\frac{1{,}6\cdot10^{-19}}{5\cdot10^{-11}}\right)^2 \text{ Н} \approx 9{,}2 \cdot 10^{-8} \text{ Н}.$$

Ответ на задание 3. Сила кулоновского взаимодействия электрона с ядром определяется формулой $F_1 = k\dfrac{e^2}{r^2}$.

Сила их гравитационного взаимодействия определяется формулой $F_2 = G\dfrac{m_e m_p}{r^2}$.

Разделим эти равенства друг на друга:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{ke^2r^2}{r^2Gm_em_p} = \frac{ke^2}{Gm_em_p}.$$

Произведем вычисления:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{9\cdot10^9\left(1{,}6\cdot10^{-19}\right)^2}{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot9{,}11\cdot10^{-31}\cdot1{,}67\cdot10^{-27}} \approx 2{,}3\cdot10^{39}.$$

Ответ на задание 4. Заряды q_1 и q_2 положительны, а заряд q отрицателен, значит, он притягивается к каждому из них. Со стороны заряда q_1 на заряд q действует сила притяжения F_1, а со стороны заряда q_2 на заряд q

действует тоже сила притяжения F_2, направленная противоположно силе F_1. Поскольку заряд q_2 по модулю больше заряда q_1, значит, и сила F_2 по модулю больше силы F_1, поэтому равнодействующая этих сил: $F = F_2 - F_1$.

По закону Кулона

$$F_1 = k\frac{q_1 q}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} = 4k\frac{q_1 q}{r^2} \text{ и } F_2 = k\frac{q_2 q}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} = 4k\frac{q_2 q}{r^2}.$$

Здесь q, q_1 и q_2 — модули зарядов.

Подставим правые части этих формул в первое равенство:

$$F = 4k\frac{q_2 q}{r^2} - 4k\frac{q_1 q}{r^2} = 4k\frac{q}{r^2}(q_2 - q_1) =$$

$$= 4 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-9}}{0{,}5^2}\left(3 \cdot 10^{-9} - 1 \cdot 10^{-9}\right)\text{Н} = 576 \cdot 10^{-9}\text{ Н} = 576\text{ нН}.$$

Ответ на задание 5. Сила взаимодействия зарядов в воздухе $F_1 = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon_1 r^2}$, сила взаимодействия этих зарядов на прежнем расстоянии зарядов в воде $F_2 = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon_2 r^2}$. Разделим второе равенство на первое: $\frac{F_2}{F_1} = \frac{k q_1 q_2 \varepsilon_1 r^2}{\varepsilon_2 r^2 k q_1 q_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{1}{81}$. Значит, сила взаимодействия зарядов в воде уменьшится в 81 раз.

Ответ на задание 6. Заряд электрона $-e$. При потере одного электрона заряд капли стал $-e$.

Ответ на задание 7. Если заряженное тело окружить заземленной оболочкой, то вследствие явления электростатической индукции на оболочке появится заряд, равный по модулю заряду тела, но противоположного знака. Вследствие компенсации зарядов оболочки и тела сила притяжения незаряженного тела к заряженному станет равна 0.

Ответ на задание 8. Общий заряд обоих шариков $q + (-3q) = -2q$. Поскольку шарики одинаковы, то на каждом останется заряд $\frac{-2q}{2} = -q$.

Ответ на задание 9. Обратимся к рис. 209. На заряд $-q$ в центре квадрата со стороны положительных зарядов будут действовать две силы притяжения, со стороны отрицательных зарядов будут действовать равные им по модулю силы отталкивания. При этом силы притяжения и отталкивания со стороны положительного и отрицательного заряда, расположенных в противоположных вершинах квадрата, будут направлены в одну сторону, поэтому их равнодействующая $2F$ будет направлена к положительному заряду. Сложив векторно обе силы $2F$, получим, что их равнодействующая F_p будет направлена влево.

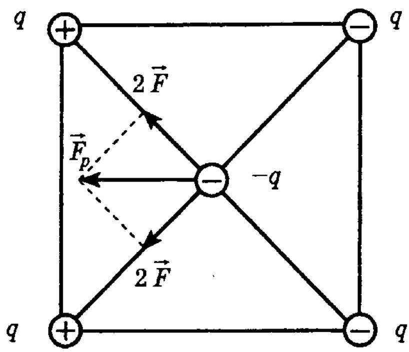


Рис. 209

Ответ на задание 10. Согласно закону Кулона $F = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}$ модуль силы Кулона F прямо пропорционален модулю любого заряда, а графиком прямо пропорциональной зависимости является прямая, проходящая через начало координат под углом к осям координат. Поэтому графиком, показывающим зависимость модуля силы взаимодействия двух точечных зарядов от модуля одного из них на рис. 161, является график 2.

Ответ на задание 11. Число нескомпенсированных электронов равно отношению заряда шарика к модулю заряда электрона: $N = \frac{q}{e} = \frac{32 \cdot 10^{-9}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 2 \cdot 10^{11}$.

Ответ на задание 12. До соприкосновения сила Кулона $F_1 = k\dfrac{q_1q_2}{\varepsilon r^2}$.

После соприкосновения шариков каждый заряд q стал равен $\dfrac{20+(-10)}{2}$ нКл = 5 нКл.

При этом сила Кулона стала $F_2 = k\dfrac{q^2}{\varepsilon r^2}$.

Разделим эти равенства друг на друга:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{kq_1q_2\varepsilon r^2}{\varepsilon r^2 kq^2} = \frac{q_1q_2}{q^2} = \frac{20\cdot 10}{5^2} = 8.$$

Значит, сила взаимодействия уменьшилась в 8 раз.

Ответ на задание 13. Вначале обе капли были нейтральны. Когда же у одной капли отняли N_1 = 0,01 N_0 электронов, она приобрела положительный заряд $q = eN_1$. Когда другой капле передали эти электроны, она приобрела такой же по модулю, но отрицательный заряд и стала притягиваться к первой капле. По закону Кулона сила этого притяжения

$$F = k\frac{q^2}{r^2} = k\left(\frac{eN_1}{r}\right)^2 = k\left(\frac{e\cdot 0{,}01N_0}{r}\right)^2. \qquad (1)$$

Чтобы найти число всех электронов N_0 в капле воды массой m, надо знать число молекул в ней. Это число молекул N равно произведению числа молей в капле на число молекул в одном моле, т.е. на число Авогадро:

$$N = \nu N_A.$$

Число молей, в свою очередь, равно отношению всей массы капли к массе одного моля, т.е. к молярной массе M:

$$\nu = \frac{m}{M}.$$

С учетом этого все число молекул воды в капле

$$N = \frac{m}{M}N_A.$$

В каждой молекуле воды содержится 2 атома водорода, имеющих по электрону в каждом атоме, и атом кислорода, содержащий 8 электронов. Значит, всего в каждой молекуле воды имеется 2 + 8 = 10 электронов. Тогда N молекул воды содержат $10N$ электронов. Поэтому всего в капле воды содержится $N_0 = 10N = 10\frac{m}{M}N_A$ электронов.

Подставим это выражение в формулу (1):

$$F = k\left(\frac{0{,}01e \cdot 10mN_A}{rM}\right)^2 = k\left(\frac{emN_A}{10rM}\right)^2.$$

Выразим все величины в единицах СИ:
0,03 мг = $3 \cdot 10^{-8}$ кг, 1 км = 1000 м.
Произведем вычисления:

$$F = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 3 \cdot 10^{-8} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{10 \cdot 1000 \cdot 0{,}018}\right)^2 \text{ Н} \approx 2 \text{ Н}.$$

Ответ на задание 14. Напряженность поля точечного заряда определяет формула $E = k\frac{q}{\varepsilon r^2}$.

Из нее видно, что напряженность E обратно пропорциональна диэлектрической проницаемости среды ε, поэтому графиком, изображающим эту зависимость, является гипербола.

Ответ на задание 15. По закону Кулона сила взаимодействия электрона и ядра атома водорода равна $F = k\frac{e^2}{r^2}$.

По второму закону Ньютона эта сила $F = m_e a_ц$.
С учетом этого

$$k\frac{e^2}{r^2} = m_e a_ц. \tag{1}$$

Центростремительное ускорение электрона $a_ц$ выразим через его угловую скорость ω, а ее, в свою очередь, через частоту ν: $a_ц = \omega^2 r$, где $\omega = 2\pi\nu$ поэтому

$$a_ц = (2\pi\nu)^2 r. \tag{2}$$

Подставим правую часть равенства (2) в выражение (1):

$k\frac{e^2}{r^2} = m_e(2\pi\nu)^2 r$, откуда

$$\nu = \frac{e}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m_e r^3}} = \frac{1{,}6\cdot10^{-19}}{2\cdot3{,}14}\sqrt{\frac{9\cdot10^9}{9{,}1\cdot10^{-31}\cdot\left(5\cdot10^{-11}\right)^3}}\ \text{с}^{-1} =$$

$= 1{,}6\cdot10^{16}$ с$^{-1}$.

Ответ на задание 16. Вектор напряженности $\vec{E}$ направлен от положительного заряда к отрицательному. На капельку вниз действует сила тяжести $m\vec{g}$. Поскольку капелька находится в равновесии, значит, сила тяжести уравновешена электрической силой $\vec{F}$, направленной вверх (рис. 210). Значит, заряд капельки отрицательный, поскольку притягиваются друг к другу разноименные заряды. Так как капелька покоится, $mg = F$.

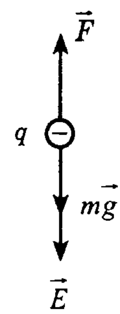


Рис. 210

В однородном электрическом поле $F = Eq$. Следовательно, $mg = Eq$, откуда модуль заряда капельки

$$q = \frac{mg}{E} = \frac{2\cdot10^{-12}\cdot10}{5\cdot10^4}\ \text{Кл} = 4\cdot10^{-16}\ \text{Кл}.$$

Ответ на задание 17. Обратимся к рис. 211. Результирующий вектор $\vec{E}_p$ равен векторной сумме равных друг другу по модулю векторов $\vec{E}$ и $\vec{E}$, а его модуль также равен E, поскольку треугольник, сторонами которого являются векторы напряженностей, равносторонний.

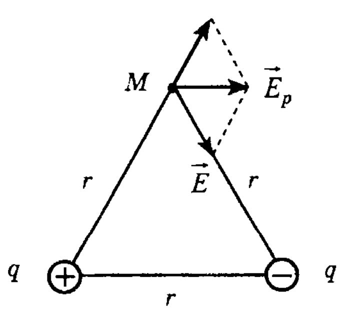


Рис. 211

Поэтому $E_p = E = k\frac{q}{r^2}$.

Ответ на задание 18. Напряженность электрического поля не зависит от пробного заряда, внесенного в это поле, а зависит от заряда-источника, расстояния до него и среды, в которой поле создано. Значит, модуль напряженности не изменится.

Ответ на задание 19. Силовые линии вблизи точечного отрицательного заряда показаны верно на рис. 162, *г*.

Ответ на задание 20. Напряженность электрического поля точечного заряда определяется по формуле $E = k\frac{q_1}{r^2}$, а сила взаимодействия зарядов по формуле

$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$.

А	Б
2	1

Примечание. Следует добавить, что q_1 и q_2 — модули зарядов. Тогда в формулах напряженности и силы можно не ставить с обеих сторон этих величин вертикальные черточки, обозначающие модули величин.

Ответ на задание 21. Поскольку линии вектора напряженности $\vec{E}$ направлены от положительных зарядов к отрицательным, а разноименные заряды притягиваются, значит, на левой половинке шара появится отрицательный заряд, а на правой — положительный.

Ответ на задание 22. Вектор напряженности $\vec{E}$ «отворачивается» от положительного заряда-источника и «поворачивается» к отрицательному. Поэтому на рис. 164 в точке *M* вектор результирующей напряженности E_p поля обоих зарядов будет направлен влево (рис. 212).

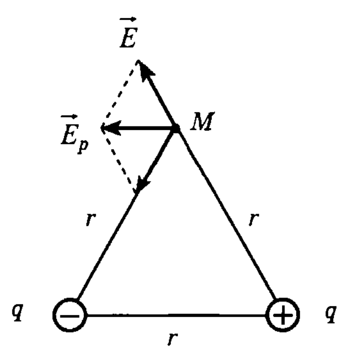


Рис. 212

Ответ на задание 23. Согласно формуле напряженности поля точечного заряда-источника $E = k\dfrac{q}{r^2}$ при увеличении расстояния r до заряда q в 3 раза напряженность E уменьшится в 9 раз.

Ответ на задание 24. Потенциалы всех точек металлического тела с неподвижными поверхностными зарядами будут одинаковы.

Ответ на задание 25. Верным является утверждение, что напряженность поля в точке M равна нулю, а результирующий потенциал φ вдвое больше потенциала φ_1 поля каждого заряда (рис. 213).

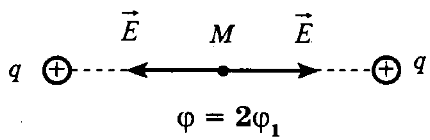


Рис. 213

Ответ на задание 26. Обратимся к рис. 214. На нем силовые линии поля положительно заряженной поверх-

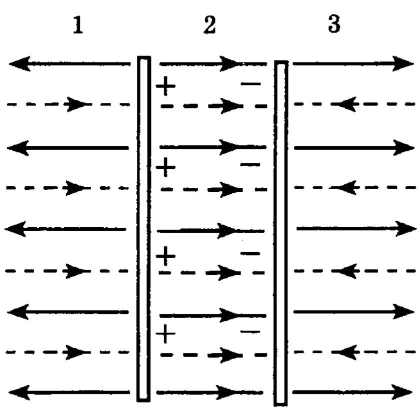


Рис. 214

ности изображены сплошными прямыми со стрелками на конце, а силовые линии отрицательно заряженной поверхности — штриховыми линиями со стрелками. Мы видим, что между поверхностями силовые линии направлены в одну сторону — вправо, от положительной поверхности к отрицательной. Поэтому между поверхностями в области 2 модуль напряженности электростатического поля этих плоскостей максимален. В областях 1 и 3 силовые линии поля этих поверхностей направлены противоположно друг другу, поэтому в областях 1 и 3 напряженность равна нулю.

Ответ на задание 27. Работа перемещения заряда в электрическом поле равна произведению заряда и разности потенциалов между точками поля:

$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = 10 \cdot 10^{-6}(80 - 20)$ Дж $= 6 \cdot 10^{-4}$ Дж $=$ $= 0{,}6$ мДж.

Ответ на задание 28. Если заряды неподвижны, то все точки внутри заряженного проводника любой формы и на его поверхности имеют одинаковый потенциал. Поэтому работа перемещения заряда между двумя любыми такими точками:

$$A = q(\varphi - \varphi) = 0.$$

Ответ на задание 29. Работа перемещения заряда определяется произведением силы, действующей на заряд в электрическом поле, на модуль перемещения и на косинус угла между направлением силы и перемещения: $A = FS\cos\alpha$. Сила F, действующая на заряд, направлена вдоль силовой линии поля, а перемещение S перпендикулярно ей, значит, $\alpha = 90°$ (рис. 215). Но $\cos 90° = 0$, поэтому и работа $A = 0$.

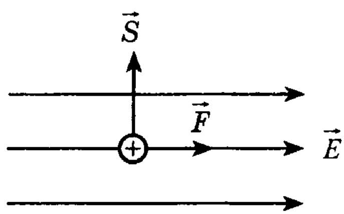


Рис. 215

Ответ на задание 30. Единица потенциала в СИ — вольт (В).

$$В = \frac{Дж}{Кл} = \frac{Н \cdot м}{А \cdot с} = \frac{кг \cdot м}{с^2} \cdot \frac{м}{А \cdot с} = кг \cdot м^2 \cdot с^{-3} \cdot А^{-1}.$$

Верный ответ 2.

Ответ на задание 31. Движение электрона будет представлять собой суперпозицию (сложение) двух движений — равномерного вдоль оси OX и равноускоренного вдоль оси OY под действием постоянной силы притяжения к положительным зарядам. Уравнение равномерного движения электрона $x = vt$, откуда $t = \frac{x}{v}$. Уравнение равноускоренного движения без начальной скорости $y = \frac{at^2}{2} = \frac{a}{2v^2}x^2$. Поскольку ускорение a и скорость v постоянны, уравнение имеет вид $y = kx^2$, а графиком такого уравнения является парабола.

Ответ на задание 32. Работа перемещения заряда по замкнутой траектории в электростатическом поле равна 0.

Ответ на задание 33. За счет работы перемещения электрона A увеличивается его кинетическая энергия: $A = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{m_e v_0^2}{2} = \frac{m_e}{2}\left(v^2 - v_0^2\right)$.

Согласно условию $v = v_0 + 0{,}2v_0 = 1{,}2v_0$.

Разность потенциалов

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A}{e} = \frac{m_e}{2e}\left(1{,}44v_0^2 - v_0^2\right) = 0{,}22\frac{m_e v_0^2}{e} =$$

$$= 0{,}22\frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot \left(10^6\right)^2}{1{,}6 \cdot 10^{-19}}\ В = 1{,}25\ В.$$

Ответ на задание 34. Емкость проводника не зависит от его заряда, а зависит от размеров проводника, его формы и окружающей среды, поэтому емкость останется прежней.

Верный ответ 2.

Ответ на задание 35. Изменение кинетической энергии равно работе перемещения заряда:

$$\Delta E_k = A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Поскольку перемещение одного и того же заряда происходит между одними и теми же точками, значит, работа перемещения будет одна и та же, поэтому изменение кинетической энергии пылинки будет одинаково во всех случаях.

Верный ответ 4.

Ответ на задание 36. Под действием постоянной и неуравновешенной силы Кулона пылинка станет двигаться к отрицательно заряженной обкладке конденсатора равноускоренно.

Верный ответ 2.

Ответ на задание 37. При изменении расстояния d между обкладками конденсатора изменяется его емкость C согласно формуле $C = \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$. Если при этом конденсатор не отключают от источника зарядов, то сохраняется напряжение U на обкладках конденсатора, а изменяется его заряд, поскольку из определения емкости следует, что заряд $q = CU = \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} U$.

Верный ответ 2.

Ответ на задание 38. Если конденсатор отключить от источника зарядов, то заряд q на его обкладках сохранится. Если теперь увеличить расстояние d между обкладками, то согласно формуле емкости плоского конденсатора $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$ его емкость C уменьшится.

Согласно формуле $U = \frac{q}{C}$ при уменьшении емкости и неизменном заряде напряжение на обкладках конденсатора увеличится.

Верный ответ 4.

Ответ на задание 39. Если конденсатор отключить от источника зарядов, то заряд q на его обкладках сохранится. Если теперь уменьшить расстояние d между обкладками вдвое, то согласно формуле емкости плоского конденсатора $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$ его емкость C вдвое увеличится. Согласно формуле энергии электрического поля $W_{эл} = \frac{q^2}{2C}$ при увеличении емкости вдвое и неизменном заряде энергия поля вдвое уменьшится.

Верный ответ 1.

Ответ на задание 40. Согласно формуле емкости плоского конденсатора $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$ емкость обратно пропорциональна расстоянию между обкладками конденсатора, поэтому график зависимости емкости от этого расстояния представляет собой гиперболу — кривую 1 на рис. 169.

Ответ на задание 41. Согласно формуле емкости плоского конденсатора $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$ емкость C прямо пропорциональна площади его обкладок S, поэтому график зависимости емкости от площади S представляет собой на рис. 170 прямую 3.

Ответ на задание 42. Емкость конденсатора не зависит от заряда на его обкладках. Поэтому графиком на рис. 171 является прямая 4.

Ответ на задание 43. Площадь квадратной обкладки конденсатора $S = 4 \cdot 4$ см^2 = 16 см^2 = 0,0016 м^2. Емкость плоского конденсатора $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 0{,}0016}{0{,}0008}$ Ф = = 1,77 · 10^{-11} Ф.

Ответ на задание 44. При коротком замыкании выделится энергия $W = \frac{CU^2}{2} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 50^2}{2}$ Дж = 0,25 Дж.

Ответ на задание 45. Общее сопротивление параллельных конденсаторов $C_{23} = C_2 + C_3$ = 7 пФ + 8 пФ = = 15 пФ. Общее сопротивление всей батареи

$$C = \frac{C_1 C_{23}}{C_1 + C_{23}} = \frac{15 \cdot 15}{15 + 15} \text{ пФ} = 7{,}5 \text{ пФ} = 7{,}5 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}.$$

Общее напряжение $U = \frac{q}{C} = \frac{15 \cdot 10^{-9}}{7{,}5 \cdot 10^{-12}}$ В = 2 · 10^3 В = = 2 кВ.

Ответ на задание 46. Энергию электрического поля конденсатора можно определить по формуле $W = \frac{qU}{2}$.

Ответ на задание 47. Если конденсатор отключить от источника зарядов, то заряд q на его обкладках сохранится. До отключения конденсатора напряжение на его обкладках $U_1 = \frac{q}{C_1}$, где $C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d_1}$, поэтому $U_1 = \frac{q d_1}{\varepsilon_0 \varepsilon S}$. После отключения и изменения расстояния между обкладками новое напряжение $U_2 = \frac{q d_2}{\varepsilon_0 \varepsilon S}$. Разделим два последних равенства друг на друга: $\frac{U_1}{U_2} = \frac{q d_1 \varepsilon_0 \varepsilon S}{\varepsilon_0 \varepsilon S q d_2} = \frac{d_1}{d_2}$, откуда $U_2 = U_1 \frac{d_2}{d_1} = 200 \frac{0{,}7}{0{,}2}$ В = 700 В.

Ответ на задание 48. Работу можно определить через разность энергий конденсатора после и до удаления слюдяной пластинки

$$A = W_2 - W_1. \quad (1)$$

Поскольку в этом процессе конденсатор не отключали от источника, напряжение на его обкладках сохранялось. Определим энергию конденсатора до и после удаления пластинки по формулам:

$$W_1 = \frac{C_1 U^2}{2} \quad (2)$$

и

$$W_2 = \frac{C_2 U^2}{2}, \quad (3)$$

где емкости конденсатора равны $C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 S}{d}$ и $C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 S}{d}$.

Нам известна емкость C_1, а емкость C_2 не дана. Но ее можно выразить через C_1 и диэлектрические проницаемости ε_1 и ε_2, если разделить эти равенства друг на друга:

$\frac{C_1}{C_2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 S d}{d \varepsilon_0 \varepsilon_2 S} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$, откуда

$$C_2 = C_1 \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}. \quad (4)$$

Подставим правую часть равенства (4) в формулу (3):

$$W_2 = \frac{C_1 \varepsilon_2 U^2}{2\varepsilon_1}. \quad (5)$$

Подставить правые части равенств (2) и (5) в формулу (1):

$$A = \frac{C_1 \varepsilon_2 U^2}{2\varepsilon_1} - \frac{C_1 U^2}{2} = \frac{C_1 U^2}{2}(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) =$$

$$= \frac{10 \cdot 10^{-6} \cdot (10^3)^2}{2}(1 - 6)\ \text{Дж} = -25\ \text{Дж}.$$

Ответ на задание 49. Согласно определению емкости конденсатора $C = \dfrac{q}{U}$.

Емкость плоского конденсатора $C = \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$. Приравняем правые части этих равенств и из полученного выражения найдем искомый заряд $\dfrac{q}{U} = \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$, откуда

$$q = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U}{d}. \quad (1)$$

Расстояние между обкладками d определим из формулы $E = \dfrac{U}{d}$, откуда

$$d = \frac{U}{E}. \quad (2)$$

Подставим равенство (2) в формулу (1):

$q = \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon S U E}{U} = \varepsilon_0 \varepsilon S E =$

$= 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 6 \cdot 20 \cdot 10^{-4} \cdot 4 \cdot 10^{6}$ Кл $=$

$= 4{,}25 \cdot 10^{-7}$ Кл $= 425$ нКл.

Ответ на задание 50. Воспользуемся законом сохранения заряда, согласно которому суммарный заряд на проводниках до соприкосновения $q_{01} + q_{02}$ равен суммарному заряду после соприкосновения $q_1 + q_2$:

$$q_{01} + q_{02} = q_1 + q_2.$$

Теперь выразим заряды на проводниках через емкости проводников и их потенциалы. При этом учтем, что после соприкосновения потенциал проводников стал одинаков, а емкость каждого проводника осталась прежней. По определению емкости проводника $C_1 = \dfrac{q_{01}}{\varphi_1}$, откуда $q_{01} = C_1\varphi_1$. Аналогично, $q_{02} = C_2\varphi_2$, $q_1 = C_1\varphi$ и $q_2 = C_2\varphi$.

Теперь подставим правые части этих четырех равенств вместо зарядов в первое уравнение:

$C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2 = C_1\varphi + C_2\varphi.$

Отсюда $\varphi = \frac{C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2}{C_1 + C_2} = \frac{4\cdot8 + 6\cdot10}{4+6}$ В = 9,2 В.

Ответ на задание 51. Единица емкости

$$\Phi = \frac{\text{Кл}}{\text{В}} = \frac{\text{А}\cdot\text{с}}{\frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}} = \frac{\text{А}^2\cdot\text{с}^2}{\text{Н}\cdot\text{м}} = \frac{\text{А}^2\cdot\text{с}^2}{\text{кг}\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\cdot\text{м}} = \text{кг}^{-1}\cdot\text{м}^{-2}\cdot\text{с}^4\cdot\text{А}^2.$$

Верный ответ 4.

Ответ на задание 52. Чтобы измерить силу тока больше той, на которую рассчитан амперметр, к нему нужно подключить параллельно резистор – шунт, сопротивление которого можно рассчитать по формуле $R_ш = \frac{R_А}{n-1}$, где $n = \frac{I_0}{I_А} = \frac{100\text{А}}{10\text{А}} = 10$. С учетом этого сопротивление шунта должно быть $R_ш = \frac{0,09}{10-1}$ Ом = 0,01 Ом.

Верный ответ 3.

Ответ на задание 53. Согласно формуле $R = \frac{U}{I}$ сопротивление на графике $U = U(I)$ численно равно котангенсу угла наклона графика к оси токов:

$$R = \text{ctg}\ 45° = 1\ \text{Ом}.$$

Ответ на задание 54. Сопротивление резистора не зависит от напряжения на нем, поэтому при повышении напряжения на нем сопротивление не изменяется.

Ответ на задание 55. Четвертый резистор надо подключить к трем резисторам последовательно, потому что при параллельном подключении общее сопротивление уменьшится — оно станет меньше меньшего сопротивления. Общее сопротивление трех резисторов

$$R_{общ1} = 2\ \text{Ом} + 3\ \text{Ом} + 5\ \text{Ом} = 10\ \text{Ом}.$$

После подключения четвертого резистора общее сопротивление должно увеличиться в 5 раз, значит, оно должно стать $R_{общ2} = 10 \cdot 5$ Ом $= 50$ Ом. Следовательно, сопротивление четвертого резистора должно быть

$$R_4 = 50 \text{ Ом} - 10 \text{ Ом} = 40 \text{ Ом}.$$

Ответ на задание 56. Обратимся к рис. 216. Токи в параллельных участках обратно пропорциональны сопротивлениям участков: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{2R}{R} = 2$, откуда $I_2 = \frac{I_1}{2}$.

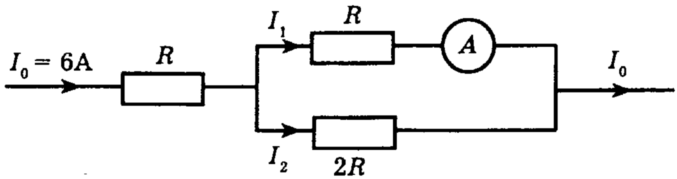


Рис. 216

Поскольку $I_0 = I_1 + I_2$, то $I_0 = I_1 + \frac{I_1}{2} = \frac{3}{2} I_1$, откуда

$$I_1 = \frac{2I_0}{3} = \frac{2 \cdot 6}{3} \text{ А} = 4 \text{ А}.$$

Поскольку амперметр идеальный, т.е. его сопротивление можно не учитывать, значит, он покажет ток 4 А.

Ответ на задание 57. Поскольку вольтметры идеальные, их сопротивления так велики, что током, текущим по ним, можно пренебречь. Резисторы R_1 и R_2 соединены последовательно, значит, напряжения на них прямо пропорциональны их сопротивлениям:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{10}{4} = 2{,}5.$$

Ответ на задание 58. При перемещении ползунка П вправо (рис. 175) сопротивление реостата увеличивается, поэтому сила тока в цепи и показание амперметра уменьшаются. Чтобы определить, как при этом меняются напряжение и показание вольтметра, запишем оба закона Ома: $I = \frac{U}{R}$ и $I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$.

Следовательно, $\frac{U}{R} = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$, откуда

$$U = \frac{\mathcal{E}R}{R + r} = \frac{\mathcal{E}}{\frac{R}{R} + \frac{r}{R}} = \frac{\mathcal{E}}{1 + \frac{r}{R}}.$$

Таким образом, при увеличении сопротивления реостата R знаменатель этой дроби будет уменьшаться, а ЭДС не изменится, значит, напряжение U и показание вольтметра будут увеличиваться.

Ответ на задание 59. Если ключ К замкнуть (рис. 176), сопротивление параллельного участка, в котором отсутствует резистор, станет равно 0, поэтому весь ток потечет по этому участку. Наступит короткое замыкание, и сопротивление всего параллельного участка станет равно 0.

Ответ на задание 60. Единица сопротивления в СИ — Ом. Выразим Ом через основные единицы СИ:

$$\text{Ом} = \frac{\text{В}}{\text{А}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл} \cdot \text{А}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{А} \cdot \text{с} \cdot \text{А}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{А}^2} =$$

$$= \text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-2}.$$

Верный ответ 4.

Ответ на задание 61. Чтобы вольтметром измерить напряжение большее, чем то, на которое он рассчитан, надо к вольтметру последовательно подсоединить добавочное сопротивление, которое рассчитывается по формуле $R_{\text{д.с.}} = R_V(n - 1)$, где $n = \frac{U_0}{U_V} = \frac{100}{10} = 10$. С учетом этого значения $R_{\text{д.с.}} = 200(10 - 1)$ Ом $= 1800$ Ом.

Ответ на задание 62. При увеличении внутреннего сопротивления r источника его ЭДС $\mathcal{E}$ не изменяется. По закону Ома для всей цепи $I=\dfrac{\mathcal{E}}{R+r}$ при неизменных ЭДС $\mathcal{E}$ и сопротивлении резистора R с увеличением внутреннего сопротивления r сила тока I уменьшается. Чтобы определить, как при этом меняются напряжение, запишем оба закона Ома: $I=\dfrac{U}{R}$ и $I=\dfrac{\mathcal{E}}{R+r}$. Следовательно, $\dfrac{U}{R}=\dfrac{\mathcal{E}}{R+r}$, откуда $U=\dfrac{\mathcal{E}R}{R+r}=\dfrac{\mathcal{E}}{\dfrac{R}{R}+\dfrac{r}{R}}=\dfrac{\mathcal{E}}{1+\dfrac{r}{R}}$. Таким образом, при увеличении внутреннего сопротивления источника тока r знаменатель этой дроби будет увеличиваться, значит, напряжение U будет уменьшаться.

Ответ на задание 63. По закону Ома для всей цепи $I=\dfrac{\mathcal{E}}{R+r}$, где по условию $R=4r$. С учетом этого значения

$$I=\frac{\mathcal{E}}{4r+r}=\frac{\mathcal{E}}{5r}=\frac{20}{5\cdot 0{,}5}\ \text{А}=8\ \text{А}.$$

Ответ на задание 64. При параллельном соединении 5 одинаковых источников ЭДС батареи равна ЭДС каждого источника, т.е. равна 2 В, а внутреннее сопротивление батареи в 5 раз меньше внутреннего сопротивления каждого источника, т.е. равно $\dfrac{0{,}1}{5}$ Ом $=0{,}02$ Ом.

Ответ на задание 65. По закону Кулона сила взаимодействия зарядов в вершинах A и B: $F_1=k\dfrac{q_1q_2}{r_1^2}$, а сила их взаимодействия при перемещении заряда q_2 в вершину C: $F_2=k\dfrac{q_1q_2}{\left(\sqrt{r_1^2+r_2^2}\right)^2}=k\dfrac{q_1q_2}{r_1^2+r_2^2}$. Поделим эти равенства друг на друга:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{kq_1q_2\left(r_1^2 + r_2^2\right)}{r_1^2 kq_1q_2} = \frac{r_1^2 + r_2^2}{r_1^2}, \text{ откуда}$$

$$F_2 = F_1 \frac{r_1^2}{r_1^2 + r_2^2} = 100 \cdot 10^{-6} \frac{3^2}{3^2 + 4^2} \text{ Н} = 3{,}6 \cdot 10^{-5} \text{ Н} = 36 \text{ мкН}.$$

Ответ на задание 66. Сопротивление резистора R связано с его длиной l формулой $R = \rho\frac{l}{S}$. С уменьшением длины резистора l при неизменных удельном сопротивлении ρ и площади поперечного сечения резистора S сопротивление резистора R уменьшится. По закону Ома для всей цепи $I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$ при неизменных ЭДС источника тока $\mathcal{E}$ и внутреннем сопротивлении r с уменьшением сопротивления резистора R сила тока I увеличится. По закону Ома для участка цепи Ома $I = \frac{U}{R}$. Следовательно,

$\frac{U}{R} = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$, откуда $U = \frac{\mathcal{E}R}{R + r} = \frac{\mathcal{E}}{\frac{R}{R} + \frac{r}{R}} = \frac{\mathcal{E}}{1 + \frac{r}{R}}$. С уменьшением сопротивления резистора R при неизменных ЭДС источника тока $\mathcal{E}$ и внутреннем сопротивлении r знаменатель дроби увеличится, значит, напряжение U уменьшится.

R	I	U
1	3	1

Ответ на задание 67. Если известны напряжение на резисторе U и его сопротивление R, то можно найти силу тока I по формуле $I = \frac{U}{R}$ и мощность тока P по формуле $P = \frac{U^2}{R}$.

Верные ответы 2 и 3.

Ответ на задание 68. Из графика на рис. 178 следует, что при силе тока I = 2 А мощность тока P = 4 Вт. Значит, мы можем найти сопротивление резистора R из формулы мощности $P = I^2R$. Отсюда $R = \frac{P}{I^2} = \frac{4}{2^2}$ Ом = = 1 Ом. Поскольку при силе тока I = 2 А, как следует из графика, мощность достигла максимума, значит, внешнее сопротивление стало равно внутреннему, поэтому и внутреннее сопротивление $r = R$ = 1 Ом. По закону Ома для всей цепи $I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$, откуда $\mathcal{E} = I(R + r) = 2IR$ = = 2 · 2 · 1 В = 4 В.

Из формулы мощности тока $P = I^2R$ следует, что при неизменном сопротивлении резистора R мощность тока прямо пропорциональна квадрату силы тока, а такая зависимость графически изображается параболой.

Ответ на задание 69. Из формулы КПД электрической цепи $\eta = \frac{R}{R+r}100\%$ внутреннее сопротивление

$$r = \frac{R \cdot 100\%}{\eta} - R = R\left(\frac{100\%}{\eta} - 1\right) = 10\left(\frac{100\%}{80\%} - 1\right)\text{Ом} = 2{,}5 \text{ Ом}.$$

Ответ на задание 70. Силы токов в параллельных участках обратно пропорциональны сопротивлениям этих участков (рис. 217): $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2 + R_4}{R_1 + R_3} = \frac{6+2}{4+1} = \frac{8}{5}$.

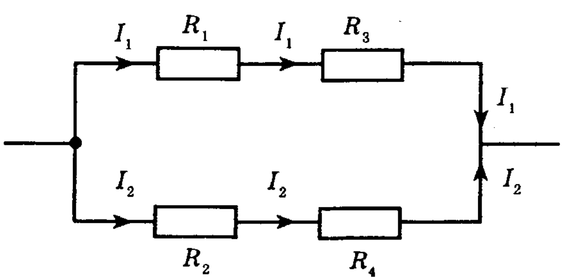


Рис. 217

По закону Джоуля – Ленца количество теплоты, которое выделится за некоторое время t на резисторе R_1 — $Q_1 = I_1^2 R_1 t$, а на резисторе R_2 — $Q_2 = I_2^2 R_2 t$.

Тогда отношение $\dfrac{Q_1}{Q_2} = \dfrac{I_1^2 R_1 t}{I_2^2 R_2 t} = \left(\dfrac{I_1}{I_2}\right)^2 \dfrac{R_1}{R_2} = \left(\dfrac{8}{5}\right)^2 \dfrac{4}{6} = \dfrac{128}{75}$.

Ответ на задание 71. Сопротивление проводника определяет формула $R = \rho_с \dfrac{l}{S}$. Массу проводника m выразим через его плотность $\rho_п$ и объем V, а объем, в свою очередь, через длину проводника l и площадь поперечного сечения S: $m = \rho_п V$, где $V = lS$. С учетом этого $m = \rho_п lS$. Выразим отсюда длину l и подставим полученное выражение вместо длины в формулу сопротивления. Так мы получим формулу с одной неизвестной площадью поперечного сечения, которую затем выразим через искомый диаметр: $l = \dfrac{m}{\rho_п S}$, $R = \rho_с \dfrac{m}{\rho_п S^2}$. Отсюда $S = \sqrt{\dfrac{\rho_с m}{\rho_п R}}$.

Площадь круга связана с его диаметром формулой $S = \dfrac{\pi d^2}{4}$. Приравняем правые части этих формул:

$$\sqrt{\frac{\rho_с m}{\rho_п R}} = \frac{\pi d^2}{4}, \text{ откуда } d = 2\sqrt{\frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{\rho_с m}{\rho_п R}}}.$$

Ответ на задание 72. Выразим энергию конденсатора через его емкость C и напряжение U на нем: $W = \dfrac{CU^2}{2}$.

Теперь определим силу тока в цепи, воспользовавшись законом Ома для всей цепи $I = \dfrac{\mathcal{E}}{2R + r}$. Напряжение на параллельных резисторе и конденсаторе найдем из закона Ома для участка цепи: $U = IR = \dfrac{\mathcal{E}R}{2R+r}$. Подставим правую часть этого выражения вместо напряжения в формулу энергии конденсатора:

$$W = \frac{C}{2}\left(\frac{\mathcal{E}R}{2R+r}\right)^2 = \frac{121\cdot10^{-6}}{2}\left(\frac{8\cdot5}{2\cdot5+1}\right)^2 \text{ Дж} = 8\cdot10^{-4} \text{ Дж} =$$

$= 0{,}8$ мДж.

Ответ на задание 73. Когда ключ К разомкнут, вольтметр, подключенный к полюсам источника тока, показывает его ЭДС. Значит, ЭДС источника тока $\mathcal{E} = 3$ В. Когда ключ К замкнут, вольтметр показывает напряжение U на резисторе R, следовательно, $U = 2$ В.

Из закона Ома для участка цепи $U = IR$, а по закону Ома для всей цепи $I = \dfrac{\mathcal{E}}{R+r}$, поэтому $U = \dfrac{\mathcal{E}}{R+r}R$, откуда

$$r = \frac{\mathcal{E}R}{U} - R = R\left(\frac{\mathcal{E}}{U} - 1\right) = 5\left(\frac{3}{2} - 1\right)\text{Ом} = 2{,}5 \text{ Ом}.$$

Ответ на задание 74. Сила тока короткого замыкания определяется по формуле $I_{\text{к.з}} = \dfrac{\mathcal{E}}{r}$.

Внутреннее сопротивление источника тока r найдем из закона Ома для всей цепи $I = \dfrac{\mathcal{E}}{R+r}$, откуда $r = \dfrac{\mathcal{E}-IR}{I}$.

Подставим полученное выражение в формулу силы тока короткого замыкания: $I_{\text{к.з}} = \dfrac{\mathcal{E}I}{\mathcal{E}-IR} = \dfrac{10\cdot2}{10-2\cdot4}$ А $= 10$ А.

Ответ на задание 75. При прохождении по проводнику электрического тока он нагревается.

По закону Джоуля – Ленца количество теплоты, которое выделится в проводнике, $Q = \dfrac{U^2}{R}t$. Это тепло пойдет на нагревание свинцового проводника от температуры $t_1 = 10$ °C до точки плавления $t_2 = 327$ °C. Количество теплоты, пошедшее на его нагревание, определим по формуле $Q = cm(t_2 - t_1)$. Приравняем правые части этих равенств $\frac{U^2}{R}t = cm(t_2 - t_1)$, откуда

$$t = \frac{cmR(t_2 - t_1)}{U^2}. \qquad (1)$$

Массу проволоки определим через ее длину, выразив массу сначала через плотность свинца и объем проволоки, а потом объем — через ее длину. Согласно формуле плотности $\rho_п = \frac{m}{V}$, где объем $V = lS$, поэтому

$$m = \rho_п V = \rho_п lS. \qquad (2)$$

Длина проволоки нам дана, а площадь ее поперечного сечения S нет. Остается надеяться, что она сократится, когда будем выражать сопротивление проволоки R через ее удельное сопротивление и длину. По формуле сопротивления

$$R = \rho_с \frac{l}{S}. \qquad (3)$$

Подставим правые части равенств (2) и (3) в выражение (1):

$$t = \frac{c\rho_п lS\rho_с l(t_2 - t_1)}{SU^2} = \frac{c\rho_п\rho_с l^2(t_2 - t_1)}{U^2} =$$

$$= c\rho_п\rho_с(t_2 - t_1)\left(\frac{l}{U}\right)^2 =$$

$$= 125 \cdot 11{,}3 \cdot 10^3 \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-6}(327 - 20)\left(\frac{2}{25}\right)^2 \text{ с} = 4{,}7 \text{ с}.$$

Ответ на задание 76. По закону Джоуля – Ленца количество теплоты, выделенное в нагревателе при прохождении по нему электрического тока,

$$Q = I^2Rt. \qquad (1)$$

Это тепло пошло на нагревание воды и превращение ее в пар:

$$Q = cm(t_2 - t_1) + mr = m(c(t_2 - t_1) + r). \qquad (2)$$

Теперь приравняем правые части равенств (1) и (2) и из полученного выражения найдем время t:

$$I^2Rt = m(c(t_2 - t_1) + r),$$

откуда $t = \dfrac{m\left(c\left(t_2 - t_1\right) + r\right)}{I^2R} =$

$$= \frac{0{,}32\left(4200\left(100 - 30\right) + 2256 \cdot 10^3\right)}{10^2 \cdot 20}\ \text{с} = 408\ \text{с}.$$

Ответ на задание 77. КПД подъема лифта равно отношению его потенциальной энергии на высоте к работе электрического тока, выраженному в процентах:

$$\eta = \frac{W_p}{A}100\% \cdot \qquad (1)$$

Потенциальная энергия лифта

$$W_p = mgh. \qquad (2)$$

Работа тока в двигателе

$$A = UIt. \qquad (3)$$

Подставим правые части равенств (2) и (3) в формулу (1) и из полученного выражения найдем силу тока в двигателе:

$\eta = \dfrac{mgh}{UIt}100\%$, откуда $I = \dfrac{mgh}{U\eta t}100\% =$

$$= \frac{2{,}4 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 25}{220 \cdot 60 \cdot 40}100\ \text{А} = 114\ \text{А}.$$

Ответ на задание 78. КПД электрической цепи равен отношению работы силы тяги A_1 к работе тока в двигателе A_2: $\eta = \dfrac{A_1}{A_2}$, где $A_1 = F_{\text{тяги}}S$ и $S = vt$.

При равномерном движении согласно первому закону Ньютона сила тяги уравновешена силой трения $F_{тяги} = F_{тр} = \mu mg$. С учетом этих равенств $A_1 = \mu mgvt$.

Работу тока определяет формула $A_2 = UIt$.

Подставим правые части двух последних равенств в формулу КПД: $\eta = \frac{\mu mgvt}{UIt} = \frac{\mu mgv}{UI}$, откуда $I = \frac{\mu mgv}{U\eta}$.

Ответ на задание 79. По закону Джоуля – Ленца количество теплоты, выделяемое одной плиткой, $Q = \frac{U^2}{R}\Delta t$, откуда сопротивление $R = \frac{U^2}{Q}\Delta t$.

а) При последовательном соединении двух одинаковых плиток их общее сопротивление станет вдвое больше сопротивления каждой из них, поэтому закон Джоуля – Ленца примет вид $Q_1 = \frac{U^2}{2R}\Delta t = \frac{U^2}{2\frac{U^2}{Q}\Delta t}\Delta t = \frac{Q}{2}$.

б) При параллельном соединении двух одинаковых плиток их общее сопротивление станет вдвое меньше сопротивления каждой из них. При этом закон Джоуля – Ленца примет вид $Q_2 = \frac{U^2}{\frac{R}{2}}\Delta t = \frac{2U^2}{R}\Delta t = 2Q$.

Ответ на задание 80. Мощность тока в резисторе максимальна, когда сопротивление резистора R равно внутреннему сопротивлению источника тока r.

Верный ответ 2.

Ответ на задание 81. Поскольку при параллельном соединении резисторов напряжения на них одинаковы, то воспользуемся формулой работы тока, выразив ее через напряжение и сопротивление каждого резистора:

$$A_1=\frac{U^2}{R_1}t=\frac{U^2}{2}t,\ A_2=\frac{U^2}{R_2}t=\frac{U^2}{4}t \text{ и } A_3=\frac{U^2}{R_3}t=\frac{U^2}{8}t.$$

Тогда $A_1 : A_2 : A_3 = \frac{1}{2}:\frac{1}{4}:\frac{1}{8} = 4 : 2 : 1.$

Ответ на задание 82. Поскольку напряжение в розетке неизменно, воспользуемся формулой мощности тока, выразив ее через сопротивление и напряжение: $P_1=\frac{U^2}{R_1}$ и $P_2=\frac{U^2}{R_2}$, где по условию $R_1 = 2R_2$, поэтому $P_1=\frac{U^2}{2R_2}=\frac{P_2}{2}$, откуда $P_2 = 2P_1$. Значит, мощность плитки увеличилась вдвое.

Ответ на задание 83. Такие проводники должны быть из одного материала и одинаковой длины, но с разной площадью поперечного сечения. Поэтому на рис. 182 следует выбрать проводники *г*.

Ответ на задание 84. До изменения сопротивления спирали и времени нагревания количество теплоты $Q_1=\frac{U^2}{R}t$. После изменения $Q_2=\frac{U^2}{4R}4t=\frac{U^2}{R}t$.

Значит, $Q_2 = Q_1$.

Ответ на задание 85. Сила тока I определяется отношением заряда q, прошедшего через поперечное сечение проводника, ко времени прохождения t: $I=\frac{q}{t}$.

Из графика на рис. 183 следует, что отношение $\frac{q}{t}=I=\operatorname{tg}\alpha=\frac{15}{3}$ мА = 5 мА.

Ответ на задание 86. Из графика следует, что при сопротивлении $R = 4$ Ом сила тока $I = 2$ А. Из закона

Ома для всей цепи $I = \dfrac{\mathcal{E}}{R + r}$ внутреннее сопротивление $r = \dfrac{\mathcal{E}}{I} - R = \dfrac{9}{2} - 4$ (Ом) = 0,5 Ом.

Ответ на задание 87. Носителями тока в металлах являются свободные электроны.

Верный ответ 3.

Ответ на задание 88. Носителями тока в электролитах являются ионы обоих знаков.

Верный ответ 3.

Ответ на задание 89. Носителями тока в газах являются ионы обоих знаков и электроны.

Верный ответ 4.

Ответ на задание 90. При прохождении тока происходит переноса вещества в электролитах.

Верный ответ 2.

Ответ на задание 91. Акцепторная проводимость полупроводников имеет место, когда валентность примеси меньше валентности основного полупроводника.

Верный ответ 2.

Ответ на задание 92. Донорная проводимость полупроводников имеет место, когда валентность примеси больше, чем у основного полупроводника.

Верный ответ 2.

Ответ на задание 93. При нагревании сопротивление металлов увеличивается, а полупроводников уменьшается.

Верный ответ 2.

Ответ на задание 94. Двухполупериодное выпрямление переменного тока в резисторе R правильно показано на рис. 185, *б*.

Ответ на задание 95. По закону Фарадея для электролиза $m = kq$, откуда $q = \frac{m}{k} = \frac{0{,}99 \cdot 10^{-3}}{0{,}33 \cdot 10^{-6}}$ Кл = 3000 Кл.

Верный ответ 1.

Ответ на задание 96. При этом магнитная стрелка повернется на 90° против часовой стрелки (рис. 186).

Верный ответ 1.

Ответ на задание 97. В первом случае сила Ампера $F_1 = BIl \sin \alpha$. При увеличении угла α в 3 раза

$F_2 = BIl \sin 3\alpha$.

Разделим эти равенства друг на друга:

$\frac{F_1}{F_2} = \frac{BIl \sin \alpha}{BIl \sin 3\alpha} = \frac{\sin \alpha}{\sin 3\alpha}$, откуда

$F_2 = F_1 \frac{\sin 3\alpha}{\sin \alpha} = 2 \frac{\sin 90^\circ}{\sin 30^\circ}$ Н = 4 Н.

Ответ на задание 98. Работа перемещения проводника в магнитном поле A равна произведению силы Ампера $F_А$ на модуль перемещения S и на косинус угла α между векторами силы и перемещения. В нашем случае $A = F_А S \cos \alpha_1$, где $\alpha_1 = 0°$ и $\cos \alpha_1 = 1$, так как направления векторов силы и перемещения совпадают. Поэтому $A = F_А S$. Здесь $F_А = BIl \sin \alpha_2$, где угол между направлением тока в проводнике и направлением линий магнитного поля $\alpha_2 = 90°$, согласно условию, а $\sin 90° = 1$, поэтому $F_А = BIl$ и $A = BIlS$, откуда

$$S = \frac{A}{BIl} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{40 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 0{,}1} \text{ м} = 0{,}125 \text{ м}.$$

Ответ на задание 99. Повернем все три проводника на 90° так, чтобы токи уходили от нас за чертеж, а мы видели в сечении проводников крестики — хвостовые оперения улетающих от нас стрелок (рис. 218). Проведем силовые линии магнитных полей вокруг проводников 2 и 3 так, чтобы они касались проводника 1. Если поступательное движение правого винта (буравчика) мысленно направить по току в проводниках, т.е. от нас за чертеж, то его головка будет вращаться по часовой стрелке, совпадая с направлением магнитных линий. При этом векторы магнитной индукции полей $\vec{B}_2$ и $\vec{B}_3$ вокруг токов 2 и 3 будут в точке M, где касаются магнитные линии проводника 1, направлены вверх. Применим правило левой руки: четыре пальца направим за чертеж, куда направлены токи, а ладонь расположим так, чтобы векторы $\vec{B}_2$ и $\vec{B}_3$ входили в нее. Тогда большой палец, отставленный на 90°, покажет, что сила Ампера $\vec{F}_A$, действующая на проводник 1, будет направлена вправо.

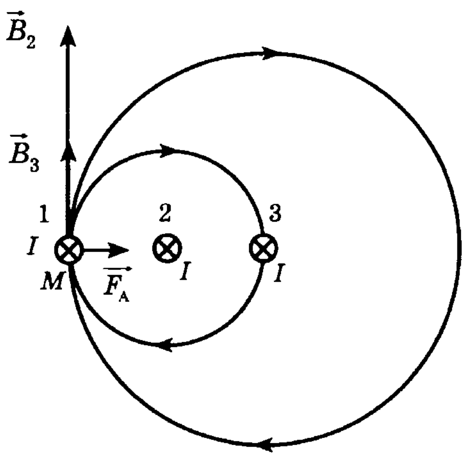


Рис. 218

Ответ на задание 100. Момент сил, вращающих рамку с током, плоскость которой параллельна магнитным линиям, определяет формула $M = BIS$, где площадь рамки $S = a^2$, поэтому $M = BIa^2 = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot 0{,}05^2$ Н · м = $= 2{,}5 \cdot 10^{-6}$ Н · м = 2,5 мкН · м.

Ответ на задание 101. Ток течет от плюса к минусу, значит, по контуру на рис. 188 он течет по часовой стрелке (рис. 219). Применим правило правого винта (буравчика): вращаем головку винта по часовой стрелке — при этом поступательное (ввинчивающееся) движение винта покажет нам, что вектор магнитной индукции $\vec{B}$ направлен за чертеж.

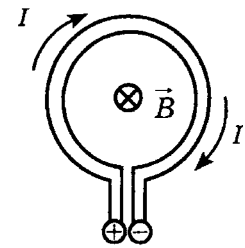


Рис. 219

Ответ на задание 102. Сила Ампера, действующая на проводник с током в магнитном поле, до изменения силы тока и длины проводника $F_{A1} = BIl \sin \alpha$, а после изменения $F_{A2} = B\frac{I}{4}(l + 0{,}2l) \sin \alpha = 0{,}3\ BIl \sin \alpha$.

Значит, $F_{A2} = 0{,}3F_{A1} = 0{,}3 \cdot 10\ \text{Н} = 3\ \text{Н}$.

Ответ на задание 103. Ток в контуре на рис. 189 течет от плюса источника к минусу — по часовой стрелке, значит, по стороне *бв* он течет сверху вниз (рис. 220). Для определения направления силы Ампера применим правило левой руки: направим четыре пальца левой руки вниз по току в стороне *бв*, а ладонь повернем к чертежу так, чтобы вектор B входил в нее, тогда отставленный на 90° большой палец покажет направление силы Ампера — она будет направлена влево.

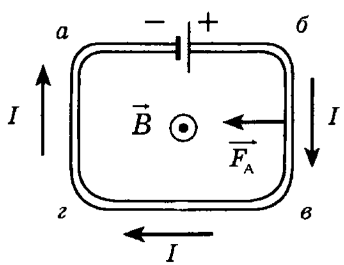


Рис. 220

Ответ на задание 104. Поскольку проводник с током неподвижен в магнитном поле, значит, сила Ампера $\vec{F_A}$, действующая на него, направлена вверх, так как только она уравновешивает силу тяжести $m\vec{g}$, направленную вниз (рис. 221). Применим правило левой руки: большой палец левой руки направим вверх, т.е. в направлении силы Ампера, а четыре вытянутых пальца направим за чертеж, куда идет ток. Тогда магнитные линии, входящие в ладонь, и вместе с ними вектор магнитной индукции $\vec{B}$ окажутся направленными влево.

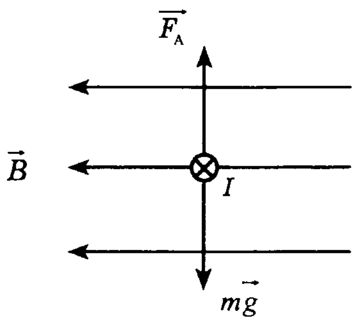


Рис. 221

Ответ на задание 105. Проводники в первом случае притягиваются друг к другу, а во втором – отталкиваются друг от друга.

Верный ответ 4.

Ответ на задание 106. Если ток в торце соленоида течет по часовой стрелке, то это южный полюс и магнитные линии входят в него.

Верный ответ 4.

Ответ на задание 107. Вокруг левого проводника с током, уходящим за чертеж, магнитная линия, согласно правилу левого винта (буравчика), «крутится» по часовой стрелке, поэтому касательный к ней в точке M вектор магнитной индукции поля $\vec{B}$ этого тока направлен вниз (рис. 222). Вокруг правого проводника с током, текущим к наблюдателю, магнитная линия «крутится» против часовой стрелки, поэтому в точке M вектор магнитной индукции $\vec{B}$ правого тока тоже направлен вниз и по модулю такой же. Поэтому результирующий вектор магнитной индукции $2\vec{B}$ поля обоих токов направлен вниз.

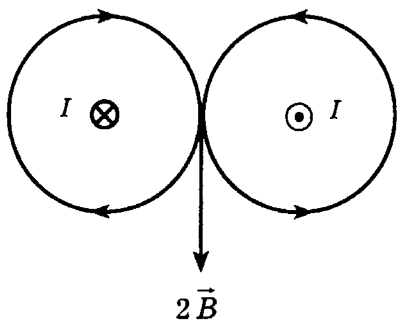


Рис. 222

Ответ на задание 108. Единица магнитной индукции в СИ тесла (Тл):

$$\text{Тл} = \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{А} \cdot \text{м}} = \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}.$$

Ответ на задание 109. Сила Лоренца, действующая на частицу в магнитом поле, $F_л = Bqv \sin \alpha$. Если частица влетает в магнитное поле параллельно магнитным линиям, то угол α между вектором магнитной индукции и вектором скорости частицы равен 0°, поэтому $\sin \alpha = 0$ и сила Лоренца $F_л = 0$.

Ответ на задание 110. Направление силы Лоренца, действующей на протон, движущийся в магнитном поле, определим с помощью правила левой руки. Повернем ладонь левой руки налево так, чтобы вектор магнитной индукции, выходящий из северного полюса N магнита, входил в нее (рис. 223). Четыре вытянутых пальца направим вверх по направлению движения протона. Тогда большой палец, отставленный на 90°, покажет нам направление силы Лоренца $F_л$ — она будет направлена от нас за чертеж. Если заряженная частица влетела в магнитное поле перпендикулярно магнитным линиям, то она станет двигаться по окружности, и сила Лоренца будет направлена по радиусу к центру окружности.

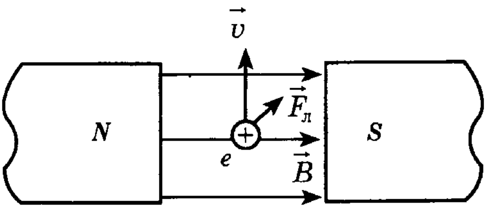


Рис. 223

Ответ на задание 111. Сила Лоренца, действующая на частицу с зарядом $2e$, влетающую в магнитое поле под углом 30° к магнитным линиям,

$$F_{л1} = B \cdot 2ev \sin 30° = B \cdot 2ev \cdot \frac{1}{2} = Bev.$$

Сила Лоренца, действующая на частицу с зарядом $3e$, влетающую в магнитное поле под углом 90° к магнитным линиям,

$$F_{л2} = B \cdot 3ev \sin 90° = 3Bev.$$

Отношение силы Лоренца, действующей на заряд $3e$, к силе Лоренца, действующей на заряд $2e$: $\dfrac{F_{л2}}{F_{л1}} = \dfrac{3Bev}{Bev} = 3.$

Ответ на задание 112. Модуль силы Кулона $F_К = \dfrac{q_1 q_2}{r^2}$, модуль силы Ампера $F_А = BIl \sin \alpha$, модуль силы Лоренца $F_л = Bqv \sin \alpha$.

А	Б	В
3	4	1

Ответ на задание 113. На электрон, влетевший в однородное магнитное поле перпендикулярно магнитным линиям, станет действовать сила Лоренца $F_л = Bev$. Если скорость электрона v будет оставаться неизменной, а индукция магнитного поля B станет увеличиваться, то и сила Лоренца $F_л$ тоже станет возрастать. По второму закону Ньютона $F_л = m_e a_ц$, где центростремительное ускорение $a_ц = \frac{v^2}{R}$, поэтому

$$m_e \frac{v^2}{R} = Bev, \qquad m_e \frac{v}{R} = Be. \tag{1}$$

Отсюда $R = \frac{m_e v}{Be}$. Если при неизменных m_e, v, e индукция B станет увеличиваться, то радиус R будет уменьшаться.

Линейная скорость электрона v связана с периодом обращения T формулой $v = \frac{2\pi R}{T}$.

Подставим это выражение в формулу (1) вместо скорости v:

$$m_e \frac{2\pi R}{TR} = Be, \ m_e \frac{2\pi}{T} = Be, \text{ откуда } T = m_e \frac{2\pi}{Be}.$$

Отсюда следует, что если индукция магнитного поля B станет увеличиваться, то период обращения электрона T будет уменьшаться.

Ответ на задание 114. Разность потенциалов на концах проводника, движущегося поступательно в магнитном поле, равна ЭДС индукции: $U = \mathcal{E}_i = Bvl \sin\alpha$, откуда $v = \frac{U}{Bl\sin\alpha} = \frac{1}{4 \cdot 0{,}1 \cdot \sin 30^\circ}$ м/с = 5 м/с.

Ответ на задание 115. При введении магнита в кольцо станет увеличиваться магнитный поток, пересекающий это кольцо. При этом в кольце возникнет индукционный ток, магнитное поле которого по правилу Ленца будет направлено против магнитного поля полосового магнита, поэтому кольцо станет отталкиваться от магнита, удаляясь он него.

Ответ на задание 116. По формуле связи магнитного потока с силой тока $\Phi = LI$, откуда $L = \dfrac{\Phi}{I} = \operatorname{tg}\alpha$, где α — угол наклона графика к оси силы тока (рис. 193). Из рис. 193 следует, что $L = \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{9}{3}$ Гн = 3 Гн.

Ответ на задание 117. Модуль ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_S = L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$, откуда $L = \dfrac{\mathcal{E}_S \Delta t}{\Delta I} = \dfrac{0{,}8 \cdot 4}{2}$ Гн = 1,6 Гн.

Ответ на задание 118. Энергия магнитного поля $W_м = \dfrac{LI^2}{2}$, откуда $L = \dfrac{2W_м}{I^2} = \dfrac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{0{,}2^2}$ Гн = 0,25 Гн.

Ответ на задание 119. Воспользуемся правилом правого винта: вращаем головку правого винта по направлению индукционного тока I_i. При этом поступательное движение винта направлено вниз, значит, вектор магнитной индукции поля индукционного тока $\vec{B}_i$ тоже направлен вниз (рис. 224). А поскольку вектор индукции внешнего магнитного поля $\vec{B}$ направлен вверх, значит, согласно правилу Ленца, индукция внешнего магнитного поля увеличивается.

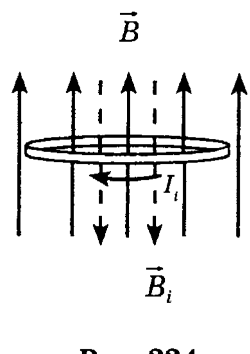


Рис. 224

Ответ на задание 120. Явление электромагнитной индукции открыл Фарадей.

Ответ на задание 121. Направление индукционного тока в проводнике определил Ленц.

Ответ на задание 122. Единица индуктивности в СИ — генри (Гн).

$$Гн = \frac{Вб}{А} = \frac{Тл \cdot м^2}{А} = \frac{Н \cdot м^2}{А \cdot м \cdot А} = \frac{кг \cdot м \cdot м}{с^2 \cdot А^2} =$$

$= кг \cdot м^2 \cdot с^{-2} \cdot А^{-2}$.

Верный ответ 4.

Ответ на задание 123. ЭДС индукции возникает в рамке только тогда, когда изменяется магнитный поток, пересекающий рамку. Пока рамка движется вне магнитного поля, ЭДС индукции в ней равна 0. Когда рамка вводится в магнитное поле, ее пересекает равномерно нарастающий магнитный поток, поэтому, согласно формуле $\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, в ней действует постоянная ЭДС индукции. Когда рамка движется внутри магнитного поля, магнитный поток сквозь нее постоянный, поэтому ЭДС индукции в рамке равна 0. Когда рамка равномерно выводится из магнитного поля, в ней снова действует постоянная ЭДС индукции, но теперь направление индукционного тока в рамке вследствие уменьшения магнитного потока меняется на противоположное, поэтому и знак ЭДС индукции тоже изменяется. Когда рамка полностью выйдет из магнитного поля, в ней ЭДС индукции снова станет равна нулю. Поэтому правильно изображает зависимость ЭДС индукции, возникающей в рамке, от времени ее перемещения график *2* на рис. 195.

Ответ на задание 124. ЭДС индукции, возникающая в проводнике, движущемся в магнитном поле поступательно, в первом случае определяется формулой

$$\mathcal{E}_{i1} = Bvl \sin \alpha_1,$$

а во втором случае

$$\mathcal{E}_{i2} = Bvl \sin \alpha_2.$$

Разделим эти равенства друг на друга

$$\frac{\mathcal{E}_{i1}}{\mathcal{E}_{i2}} = \frac{Bvl\sin\alpha_1}{Bvl\sin\alpha_2} = \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

так как $\alpha_2 = 2\ \alpha_1 = 2 \cdot 45° = 90°$, а $\sin 90° = 1$. Отсюда

$$\mathcal{E}_{i2} = \mathcal{E}_{i1}\frac{2}{\sqrt{2}} = \mathcal{E}_{i1}\sqrt{2} = 1{,}4\ \mathcal{E}_{i1} = 1{,}4 \cdot 5\ \text{В} = 7\ \text{В}.$$

Ответ на задание 125. Индукционный ток в контуре возникнет только тогда, когда его будет пересекать переменный магнитный поток. Магнитный поток $\Phi = BS\cos\alpha$ изменяется, если изменяется индукция магнитного поля B, площадь контура S или угол α между вектором магнитной индукции и нормалью к плоскости контура. В данном задании ни магнитная индукция, ни площадь контура не изменяются, а угол между вектором магнитной индукции и нормалью к плоскости контура будет изменяться тогда, когда контур будут поворачивать вокруг стороны *бв*.

Верный ответ 3.

Ответ на задание 126. Единица магнитного потока в СИ — вебер (Вб), $\text{Вб} = \text{Тл} \cdot \text{м}^2 = \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}}\text{м}^2 = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2\text{А}}\text{м} = \text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}$.

Верный ответ 2.

Ответ на задание 127. Явлением электромагнитной индукции объясняется притяжение проводящего кольца к магниту при выводе его из кольца. Это объясняется тем, что индукционный ток в контуре возникнет только тогда, когда контур будет пересекать переменный магнитный поток. Магнитный поток будет изменяться в течение тех промежутков времени, когда будет увеличиваться или уменьшаться магнитная индукция, т.е. при вводе магнита в кольцо и при его выводе из кольца.

Верный ответ 4.

Ответ на задание 128. Индукционный ток течет по кольцу в течение промежутков времени 0–2 с и 4–6 с, когда кольцо будет пересекать переменный магнитный поток при вводе и выводе магнита.

Верный ответ 2.

Ответ на задание 129. Из формулы энергии магнитного поля $W_м = \frac{LI^2}{2}$ сила тока в соленоиде $I = \sqrt{\frac{2W_м}{L}}$.

Согласно рис. 197 отношение энергии магнитного поля $W_м$ к индуктивности соленоида L равно тангенсу угла наклона графика к оси индуктивности

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{W_м}{L} = \frac{40}{10}\ \text{Дж/Гн} = 4\ \text{Дж/Гн}.$$

С учетом этого $I = \sqrt{2\operatorname{tg}\alpha} = \sqrt{2 \cdot 4}$ А = 2,8 А.

Ответ на задание 130. По закону Фарадея для электромагнитной индукции ЭДС индукции

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t}N = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{t}N,$$

где магнитный поток $\Phi_1 = B_1 S$ и площадь витка $S = \pi R^2$. С учетом этого $\Phi_1 = B_1 \pi R^2$.

Аналогично, конечный магнитный поток $\Phi_2 = B_2 \pi R^2$.

Подставим правые части этих равенств вместо магнитных потоков в первую формулу и из полученного выражения найдем радиус витка:

$$\mathcal{E}_i = \frac{B_1\pi R^2 - B_2\pi R^2}{t}N = \frac{\pi R^2(B_1 - B_2)}{t}N,$$

откуда

$$R = \sqrt{\frac{\mathcal{E}_i t}{\pi N(B_1 - B_2)}} = \sqrt{\frac{6{,}28 \cdot 1 \cdot 10^{-3}}{3{,}14 \cdot 10(0{,}6 - 0{,}1)}}\ \text{м} = 0{,}02\ \text{м}.$$

Ответы на задания части 2

Ответ на задание 1. Выполним чертеж (рис. 225), на котором покажем все силы, приложенные к одному из зарядов, например, к заряду q в вершине 4. На остальные заряды действуют аналогичные силы. На заряд в четвертой вершине действуют 5 сил: две одинаковые по модулю силы Кулона $F_{К1}$ со стороны зарядов в вершинах 1 и 3, сила Кулона $F_{К2}$ со стороны заряда в вершине 2 и две одинаковые по модулю силы натяжения нитей $F_{Н}$, связывающих этот заряд с зарядами в вершинах 1 и 3. Поскольку заряд в равновесии, все силы уравновешены. Нам надо найти силу $F_{Р1}$, которая является равнодействующей двух сил Кулона $F_{К1}$. По теореме Пифагора

$$F_{Р1} = \sqrt{F_{К1}^2 + F_{К}^2} = F_{К1}\sqrt{2} = 1{,}4F_{К1}. \qquad (1)$$

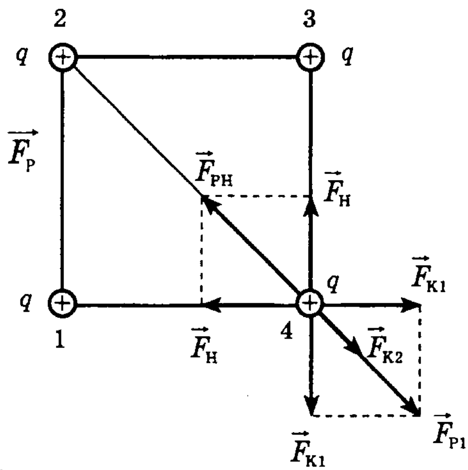


Рис. 225

Теперь запишем условие равновесия сил

$$F_{Р1} + F_{К2} = F_{РН}, \qquad (2)$$

где $F_{РН} = \sqrt{F_{Н}^2 + F_{Н}^2} = F_{К1}\sqrt{2} = 1{,}4F_{Н}$ — равнодействующая двух сил натяжения, приложенных к заряду в вершине 4.

По закону Кулона $F_{\text{К}1} = k\dfrac{q^2}{r^2}$, $F_{\text{К}2} = k\dfrac{q^2}{\left(\sqrt{r^2+r^2}\right)^2} = k\dfrac{q^2}{2r^2}$.

С учетом этих равенств выражение (2) примет вид

$$1{,}4k\frac{q^2}{r^2} + k\frac{q^2}{2r^2} = 1{,}4F_{\text{Н}}, \qquad 1{,}9k\frac{q^2}{r^2} = 1{,}4F_{\text{Н}},$$

откуда $k\dfrac{q^2}{r^2} = F_{\text{К}1} = \dfrac{1{,}4}{1{,}9}F_{\text{Н}} = \dfrac{14}{19}F_{\text{Н}}$. Теперь подставим это равенство в формулу (1):

$$F_{\text{Р}1} = 1{,}4 \cdot \frac{14}{19}F_{\text{Н}} = 1{,}03\ F_{\text{Н}} = 1{,}03 \cdot 20\ \text{мН} = 20{,}6\ \text{мН}.$$

Ответ на задание 2. Поскольку шарик в равновесии, силы, действующие на него, уравновешены согласно первому закону Ньютона. На шарик действуют три силы: сила тяжести $m\vec{g}$, электрическая сила отталкивания от положительно заряженной плоскости $\vec{F}_{\text{эл}}$ и сила натяжения нити $\vec{F}_{\text{Н}}$ (рис. 226). Векторная сумма силы тяжести и электрической силы, которую мы обозначили $\vec{F}_{\text{Р}1}$, по модулю равна силе натяжения $\vec{F}_{\text{Н}}$. Угол между векторами $\vec{F}_{\text{Р}1}$ и $m\vec{g}$ равен углу отклонения нити α, как соответственные углы при параллельных и секущей. Из прямоугольного треугольника с катетом mg следует $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{F_{\text{эл}}}{mg}$, где $F_{\text{эл}} = qE$ и $m = \rho V$.

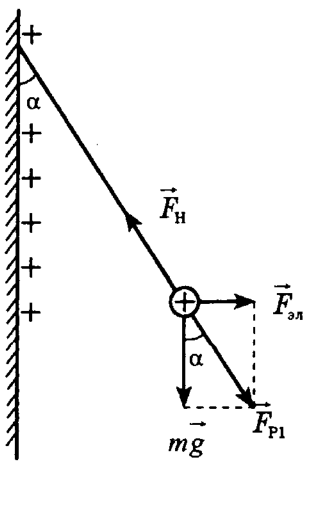


Рис. 226

С учетом этих равенств

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{qE}{\rho V g}, \text{ откуда } V = \frac{qE}{\rho g \operatorname{tg}\alpha}.$$

Ответ на задание 3. За время, пока электрон будет пролетать длину конденсатора l, двигаясь вдоль оси OX равномерно и прямолинейно, он спустится вдоль оси OY на расстояние y, двигаясь равноускоренно без начальной скорости (рис. 227). Поэтому

$$l = v_x t \qquad (1)$$

и

$$v_y = at, \qquad (2)$$

поскольку $v_{y0} = 0$. Из прямоугольного треугольника с катетами v_x и v_y

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{v_y}{v_x}. \qquad (3)$$

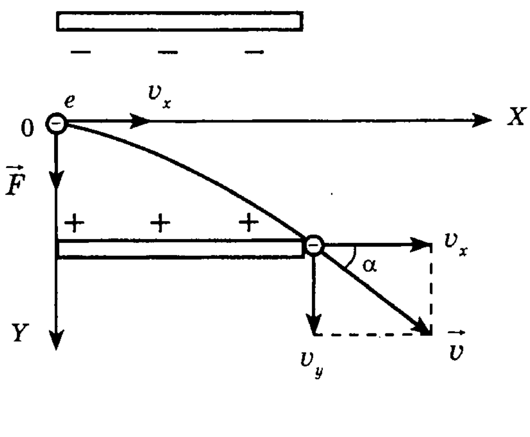


Рис. 227

Чтобы найти вертикальную составляющую скорости электрона v_y при вылете из конденсатора, надо знать его ускорение a. Его найдем из второго закона Ньютона $a = \frac{F}{m_e}$, где из формулы напряженности сила $F = eE$, поэтому $a = \frac{eE}{m}$. Напряженность однородного поля конденсатора связана с напряжением U на его обкладках формулой $E = \frac{U}{d}$, поэтому

$$a = \frac{eU}{m_e d}. \qquad (4)$$

Подставим (4) в (2):

$$\upsilon_y = \frac{eU}{m_e d} t. \qquad (5)$$

Теперь подставим (5) в (3): $\operatorname{tg} \alpha = \frac{e}{m_e} \cdot \frac{U}{d} t$. Время пролета конденсатора t найдем из формулы (1) $t = \frac{l}{\upsilon_x}$. Тогда окончательно получим $\operatorname{tg} \alpha = \frac{e}{m_e} \cdot \frac{Ul}{d\upsilon_x}$.

Ответ на задание 4. Работа перемещения пробного заряда из точки M в точку N равна изменению его потенциальной энергии, взятой со знаком «минус»:

$$A_1 = -(W_N - W_M) = W_M - W_N.$$

Аналогично, $A_2 = W_M - W_C$. Потенциальная энергия заряда в точках M, C и N определяется формулами $W_M = q\varphi_M$, $W_C = q\varphi_C$ и $W_N = q\varphi_N$, поэтому

$$A_1 = q\varphi_M - q\varphi_N = q(\varphi_M - \varphi_N) \qquad (1)$$

и

$$A_2 = q(\varphi_M - q\varphi_C).$$

По формуле потенциала поля точечного заряда-источника $\varphi_M = k\frac{q_0}{r}$, $\varphi_C = k\frac{q_0}{1,5r}$ и $\varphi_N = k\frac{q_0}{2r}$.

Подставим правые части этих выражений в формулы (1) и (2):

$$A_1 = q\left(k\frac{q_0}{r} - k\frac{q_0}{2r}\right) = k\frac{qq_0}{2r}$$

и $$A_2 = q\left(k\frac{q_0}{r} - k\frac{q_0}{1,5r}\right) = k\frac{qq_0}{3r}.$$

Теперь разделим левые и правые части этих равенств друг на друга:

$\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{kqq_0 \cdot 3r}{2r \cdot kqq_0} = 1,5$, откуда $A_2 = \dfrac{A_1}{1,5} = \dfrac{15}{1,5}$ Дж $= 10$ Дж.

Ответ на задание 5. По закону сохранения энергии сумма потенциальной энергии кубика на высоте h над основанием наклонной плоскости W_p и его электрической энергии на вершине наклонной плоскости в поле положительного заряда W_1 равна сумме кинетической энергии кубика у основания наклонной плоскости W_k и его электрической энергии W_2 у основания в поле положительного заряда

$$W_p + W_1 = W_k + W_2. \qquad (1)$$

Потенциальная энергия кубика на вершине наклонной плоскости равна произведению его массы, ускорения свободного падения g и высоты наклонной плоскости h:

$$W_p = mgh. \qquad (2)$$

Электрическая энергия кубика на вершине наклонной плоскости равна произведению модуля его заряда и потенциала φ_1 поля на вершине $W_1 = q\varphi_1$, где $\varphi_1 = k\dfrac{q}{h}$, поэтому

$$W_1 = k\frac{q^2}{h}. \qquad (3)$$

Кинетическая энергия кубика у основания наклонной плоскости равна

$$W_k = \frac{mv^2}{2}. \qquad (4)$$

Электрическая энергия кубика у основания наклонной плоскости на расстоянии h ctg α от положительного заряда $W_2 = q\varphi_2$, где $\varphi_2 = k\dfrac{q}{h \operatorname{ctg} \alpha}$.

С учетом этого

$$W_k = k\frac{q^2}{h \operatorname{ctg} \alpha}. \qquad (5)$$

Подставим правые части равенств (2), (3), (4) и (5) в формулу (1) и из полученного выражения найдем скорость кубика у основания наклонной плоскости:

$$mgh + k\frac{q^2}{h} = \frac{mv^2}{2} + k\frac{q^2}{h \operatorname{ctg} \alpha}, \text{ откуда}$$

$$\frac{mv^2}{2} = mgh + k\frac{q^2}{h} - k\frac{q^2}{h \operatorname{ctg} \alpha} = mgh + k\frac{q^2}{h}(1 - \operatorname{tg} \alpha). \text{ Отсюда}$$

$$v = \sqrt{\frac{2}{m}\left(mgh + k\frac{q^2}{h}(1 - \operatorname{tg} \alpha)\right)} = \sqrt{2\left(gh + k\frac{q^2}{mh}(1 - \operatorname{tg} \alpha)\right)}.$$

Из прямоугольного треугольника с гипотенузой l следует, что катет $h = \dfrac{l}{\sin \alpha}$.

С учетом этого равенства

$$v = \sqrt{2\left(\frac{gl}{\sin \alpha} + k\frac{q^2}{ml}(1 - \operatorname{tg} \alpha)\right)\sin \alpha}.$$

Ответ на задание 6. Выделившееся количество теплоты равно разности между суммарной энергией $W_1 + W_2$ проводников до их соединения и энергией W после их соединения:

$$Q = W_1 + W_2 - W. \qquad (1)$$

Энергию проводников до соединения выразим через их заряды и емкости:

$$W_1 = \frac{q_1^2}{2C} \qquad (2)$$

и $$W_2 = \frac{q_2^2}{2C}, \qquad (3)$$

а энергию проводников W после соединения выразим через их суммарный заряд и одинаковый потенциал: $W = \frac{q_1 + q_2}{2}\varphi$. Поскольку емкости проводников одинаковы, суммарный заряд их $q_1 + q_2$ при соединении разделится поровну, и на каждом из них после соединения окажется заряд $\frac{q_1 + q_2}{2}$, а потенциалы их станут одинаковы. Потенциал каждого проводника после соединения $\varphi = \frac{q_1 + q_2}{2C}$, поэтому энергия после соединения

$$W = \frac{q_1 + q_2}{2 \cdot 2C}(q_1 + q_2) = \frac{(q_1 + q_2)^2}{4C}. \qquad (3)$$

Теперь выразим из формул (2) и (3) заряды через известные энергии и подставим их в равенство (3):

$q_1 = \sqrt{2CW_1}$ и $q_2 = \sqrt{2CW_2}$,

$$W = \frac{\left(\sqrt{2CW_1} + \sqrt{2CW_2}\right)^2}{4C} = \frac{\left(\sqrt{2C}\right)^2\left(\sqrt{W_1} + \sqrt{W_2}\right)^2}{4C} =$$

$$= \frac{\left(\sqrt{W_1} + \sqrt{W_2}\right)^2}{2}.$$

Подставим правую часть этого выражения в равенство (1):

$$Q = W_1 + W_2 - \frac{\left(\sqrt{W_1} + \sqrt{W_2}\right)^2}{2} =$$

$$= \frac{2W_1 + 2W_2 - W_1 - 2\sqrt{W_1 W_2} - W_2}{2} = \frac{W_1 + W_2}{2} - \sqrt{W_1 W_2}.$$

Ответ на задание 7. Конечную скорость электрона найдем из формулы кинематики $v^2 - v_0^2 = 2ad$, откуда при $v_0 = 0$

$$v = \sqrt{2ad}. \qquad (1)$$

По второму закону Ньютона $a = \frac{F}{m_e}$, где $F = eE$ и $E = \frac{U}{d}$, поскольку поле плоского конденсатора однородно. С учетом этих равенств

$$a = \frac{eU}{m_e d}. \qquad (2)$$

Подставим правую часть равенства (2) в формулу (1):

$$v = \sqrt{2\frac{eU}{m_e d}d} = \sqrt{2\frac{eU}{m_e}}. \qquad (3)$$

Напряжение на обкладках конденсатора выразим из формулы емкости:

$C = \frac{q}{U}$, откуда $\qquad U = \frac{q}{C}$.

Заряд на обкладках выразим через поверхностную плотность зарядов:

$\sigma = \frac{q}{S}$, откуда $q = \sigma S$

и

$$U = \frac{\sigma S}{C}. \qquad (4)$$

Подставим правую часть равенства (4) в выражение (3):

$$v = \sqrt{2\frac{e\sigma S}{m_e C}} = \sqrt{2\frac{1,6\cdot 10^{-19}\cdot 0,2\cdot 10^{-6}\cdot 4\cdot 10^{-4}}{9,1\cdot 10^{-31}\cdot 3\cdot 10^{-12}}}\ \text{м/с} =$$

$= 3 \cdot 10^7$ м/с $= 30$ Мм/с.

Ответ на задание 8. Постоянный ток через конденсатор не идет, но напряжение U на нем имеется, оно такое же, как и на резисторе, к которому конденсатор C подключен параллельно. Это напряжение можно найти из формулы $U = Ed$. Зная напряжение U, можно найти силу тока I в этой последовательной цепи по закону Ома для участка цепи:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{Ed}{R}. \tag{1}$$

Для нахождения ЭДС источника тока воспользуемся законом Ома для всей цепи $I = \frac{\mathcal{E}}{2R + r}$, из которого следует, что

$$\mathcal{E} = I(2R + r) = I\left(2R + \frac{R}{2}\right) = 2{,}5IR, \tag{2}$$

поскольку внешнее сопротивление равно общему сопротивлению двух последовательных резисторов, а оно равно $2R$.

Подставим в равенство (2) правую часть выражения (1) вместо силы тока I:

$$\mathcal{E} = 2{,}5\frac{Ed}{R}R = 2{,}5Ed = 2{,}5 \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3}\ \text{В} = 12{,}5\ \text{В}.$$

Ответ на задание 9. Когда конденсатор соединили с источником, он зарядился. Обозначим заряд на его обкладках q_1. Когда вынули диэлектрик, не отключая конденсатор от источника, напряжение на нем осталось прежним, а изменилась емкость конденсатора и вместе с ней изменился заряд. Пусть он стал q_2. И при этом по проводнику прошел ток силой I. А сила тока — это отношение заряда, прошедшего по проводнику, ко времени его прохождения t. Значит, по проводнику прошел заряд, равный разности зарядов — бывшего на обкладках, q_1 и нового q_2. И тогда сила тока $I = \frac{q_1 - q_2}{t}$. Заряд на обкладках конденсатора равен произведению его емкости и напряжения на обкладках: $q_1 = C_1U$ и $q_2 = C_2U$.

Выразим емкости C_1 и C_2 через размеры конденсатора и диэлектрическую проницаемость. При этом учтем, что проницаемость воздуха между обкладками, когда из конденсатора вынули слюду, равна 1, а площадь круглых обкладок $S = \pi R^2$. С учетом этого $C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon \pi R^2}{d}$ и $C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{d} = \frac{\varepsilon_0 \pi R^2}{d}$.

Тогда $q_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon \pi R^2}{d}U$ и $q_2 = \frac{\varepsilon_0 \pi R^2}{d}U$.

Поэтому $I = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon \pi R^2 U - \varepsilon_0 \pi R^2 U}{dt} = \frac{\pi \varepsilon_0 R^2 U(\varepsilon - 1)}{dt}$.

Отсюда искомое расстояние между обкладками

$$d = \frac{\pi \varepsilon_0 R^2 U(\varepsilon - 1)}{It}.$$

Когда слюдяную пластинку вынимали из конденсатора, она прошла путь, равный диаметру обкладки $2R$ за время t со скоростью v. Значит, неизвестное время можно определить как отношение длины $2R$ к этой скорости

$$t = \frac{2R}{v}.$$

Подставим правую часть этого выражения вместо времени в предыдущую формулу:

$$d = \frac{\pi \varepsilon_0 R^2 U(\varepsilon - 1)v}{2IR} = \frac{\pi \varepsilon_0 v R}{2I}(\varepsilon - 1).$$

Ответ на задание 10. Мощность тока в резисторе будет максимальной, когда сопротивление резистора R станет равно внутреннему сопротивлению источника тока r:

$$R = r.$$

По закону Ома для всей цепи при максимальной мощности тока в резисторе $I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} = \frac{\mathcal{E}}{2R}$. При этом мощность тока $P = I^2R = \left(\frac{\mathcal{E}}{2R}\right)^2 R = \frac{\mathcal{E}^2}{4R}$, откуда

$$= \frac{\;^2}{4} = \frac{72^2}{4\cdot 6} \text{ Ом} = 216 \text{ Ом}.$$

Ответ на задание 11. Мощность тока в резисторе при последовательном соединении источников тока $P_1 = I_1^2 R$, а при параллельном $P_2 = I_2^2 R$. Тогда изменение мощности тока $\frac{P_2}{P_1} = \frac{I_2^2 R}{I_1^2 R} = \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2$. По закону Ома для всей цепи с двумя одинаковыми последовательными источниками тока $I_1 = \frac{2\mathcal{E}}{R+2r}$, а при их параллельном соединении $I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R+0,5r}$. Следовательно,

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{\mathcal{E}(R+2r)}{(R+0,5r)\cdot 2\mathcal{E}}\right)^2 = \left(\frac{R+2r}{2R+r}\right)^2 = \left(\frac{8+2\cdot 0,5}{2\cdot 8+0,5}\right)^2 = \frac{81}{272,25},$$

или $\frac{P_1}{P_2} = \frac{272,25}{81} = 3,36$. Значит, мощность уменьшится в 3,36 раза.

Ответ на задание 12. Когда ток идет в прямом направлении, сопротивление диода считаем равным нулю, поэтому и общее сопротивление участка цепи, состоящего из диода и двух параллельных ему резисторов, тоже равно нулю. Тогда сопротивление току оказывает только один резистор, включенный в неразветвленный участок цепи. При этом сила тока в этом участке по закону Ома для всей цепи $I = \dfrac{\mathcal{E}}{R+r} = \dfrac{\mathcal{E}}{R}$, поскольку $r = 0$. В этом случае мощность тока $P = I^2R = \left(\dfrac{\mathcal{E}}{R}\right)^2 R = \dfrac{\mathcal{E}^2}{R}$, откуда

$R = \dfrac{\mathcal{E}^2}{P} = \dfrac{10^2}{20}$ Ом = 5 Ом.

Ответ на задание 13. Когда напряжение на конденсаторе перестало нарастать, она стало равным ЭДС источника тока. Значит, $\mathcal{E} = 5{,}2$ В. Из таблицы следует, что в момент времени $t = 4$ с напряжение на конденсаторе $U_C = 4{,}6$ В. Значит, в этот момент напряжение на резисторе $U_R = \mathcal{E} - U_C = 5{,}2$ В $- 4{,}6$ В $= 0{,}6$ В. По закону Ома для участка цепи сила зарядного тока в этот момент $I = \dfrac{U_R}{R} = \dfrac{0{,}6}{30 \cdot 10^3}$ А $= 2 \cdot 10^{-5}$ А.

Ответ на задание 14. При прохождении тока по проволоке в ней выделяется теплота и проволока нагревается. По закону Джоуля – Ленца выделенное количество теплоты $Q = I^2Rt$. Это тепло идет на нагревание проволоки:

$$Q = mc\Delta T.$$

Приравняем правые части этих равенств:
$I^2Rt = mc\Delta T$, откуда

$$m = \frac{I^2Rt}{c\Delta T}. \qquad (1)$$

По закону Ома для всей цепи $I = \dfrac{\mathcal{E}}{R+r}$. Мощность тока максимальна, когда $R = r$, поэтому

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r+r} = \frac{\mathcal{E}}{2r}. \qquad (2)$$

Подставим правую часть равенства (2) в формулу (1) и из полученного выражения найдем массу проволоки:

$$m = \frac{\mathcal{E}^2 rt}{4r^2 c\Delta T} = \frac{t}{rc\Delta T}\left(\frac{\mathcal{E}}{2}\right)^2 = \frac{38}{0,1 \cdot 380 \cdot 5}\left(\frac{2}{2}\right)^2 \text{ кг} = 0,2 \text{ кг}.$$

Ответ на задание 15. Энергия конденсатора до сближения обкладок $W_1 = \frac{C_1\mathcal{E}^2}{2}$, а после сближения $W_2 = \frac{C_2\mathcal{E}^2}{2}$, поскольку напряжение на обладках конденсатора, включенного последовательно в цепь постоянного тока, равно ЭДС источника.

Изменение энергии конденсатора $W_2 - W_1$ равно разности между работой источника тока A и количеством теплоты Q, выделившемся на резисторе:

$$W_2 - W_1 = A - Q \text{ или } \frac{C_2\mathcal{E}^2}{2} - \frac{C_1\mathcal{E}^2}{2} = A - Q,$$

$\frac{\mathcal{E}^2}{2}\Delta C = A - Q$, где изменение емкости $\Delta C = C_2 - C_1$.

Из последней формулы

$$\Delta C = \frac{2(A-Q)}{\mathcal{E}^2} = \frac{2\left(40 \cdot 10^{-6} - 10 \cdot 10^{-6}\right)}{20^2} \text{ Ф} = 1,5 \cdot 10^{-7} \text{ Ф}.$$

Ответ на задание 16. Искомое напряжение можно определить, разделив работу электрического поля A, разгоняющего электрон, на модуль его заряда e:

$$U = \frac{A}{e}.$$

Работа электрического поля равна кинетической энергии электрона, подлетающего к аноду: $A = \frac{m_e v^2}{2}$.

С учетом этого

$$U = \frac{m_e v^2}{2e}. \quad (1)$$

Скорость подлета электрона к аноду можно определить из формулы, связывающей силу тока с этой скоростью: $I = nevS$, где концентрация электронов в электронном пучке $n = \frac{N}{V}$. Здесь N — все число электронов в пучке, $V = lS$ — объем пучка, равный произведению расстояния между катодом и анодом l и площади анода S. С учетом этого $I = \frac{N}{lS} evS = \frac{N}{l} ev$ или с учетом условия задачи

$$k\sqrt{U^3} = \frac{N}{l} ev,$$

откуда
$$v^2 = U^3 \left(\frac{kl}{eN} \right)^2. \qquad (2)$$

Число электронов в пучке N можно выразить как отношение известной нам силы удара всех электронов об анод F к силе удара одного электрона, которая по второму закону Ньютона равна произведению его массы m_e и ускорения a: $N = \frac{F}{m_e a}$, где $F = pS$. Ускорение электрона можно определить из формулы кинематики:

при $v_0 = 0$ $v_2 = 2al$, откуда $a = \frac{v^2}{2l}$.

С учетом этих равенств
$$N = \frac{2lpS}{m_e v^2}. \qquad (3)$$

Подставим правую часть равенства (3) в формулу (2):
$v^2 = U^3 \left(\frac{klm_e v^2}{2elpS} \right)^2$, откуда

$$1 = U^3 \left(\frac{km_e v}{2epS} \right)^2$$

и $$v^2 = \frac{1}{U^3}\left(\frac{2epS}{km_e}\right)^2. \qquad (4)$$

Нам осталось подставить правую часть равенства (4) в формулу (1) и из полученного выражения найти напряжение U:

$$U = \frac{m_e}{2e}\cdot\frac{1}{U^3}\left(\frac{2epS}{km_e}\right)^2, \text{ откуда}$$

$$U^4 = \frac{2e}{m_e}\left(\frac{pS}{k}\right)^2 \text{ и } U = \sqrt{\frac{pS}{k}\sqrt{\frac{2e}{m_e}}}.$$

Ответ на задание 17. Новая мощность тока в реостате 1 $P_{12} = 0{,}5P_1 = 0{,}5I^2R_1$ и $P_{12} = I^2R_{12}$, значит,

$$0{,}5I^2R_1 = I^2R_{12}$$

и новое сопротивление реостата 1

$$R_{12} = 0{,}5R_1 = 0{,}5 \cdot 1 \text{ Ом} = 0{,}5 \text{ Ом}.$$

Поскольку мощность тока и сила тока в реостате 2 не изменились, значит, согласно формуле мощности тока $P_2 = I^2R_2$, сопротивление реостата 2 тоже осталось прежним, $R_2 = 4$ Ом.

По закону Ома для всей цепи до и после изменений $I = \frac{\mathcal{E}}{1+4+2} = \frac{\mathcal{E}}{0{,}5+4+R_{32}}$, $7 = 4{,}5 + R_{32}$, откуда новое сопротивление реостата 3

$$R_{32} = 2{,}5 \text{ Ом}.$$

Ответ на задание 18. На стержень действуют сила Ампера $\vec{F}_А$, сила тяжести $m\vec{g}$ и две силы натяжения нитей $\vec{F}_н$ (рис. 228). Из чертежа следует, что $\operatorname{tg}\alpha = \frac{F_А}{mg}$.

Сила Ампера $F_А = BIl \sin\alpha_1$, где угол между направлением вектора магнитной индукции и направлением силы Ампера $\alpha_1 = 90°$, поэтому $\sin\alpha_1 = 1$ и $F_А = BIl$.

С учетом этого

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{BIl}{mg}. \qquad (1)$$

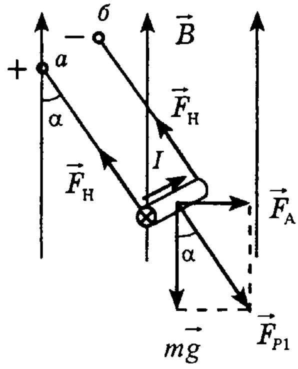


Рис. 228

Теперь выразим массу стержня m через его плотность ρ и объем V: $m = \rho V$, а объем — через длину стержня l и искомую площадь поперечного сечения S: $V = lS$. С учетом этого

$$m = \rho l S. \qquad (2)$$

Подставив правую часть равенства (2) в выражение (1), найдем площадь поперечного сечения стержня:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{BIl}{\rho l S g} = \frac{BI}{\rho S g}, \text{ откуда } S = \frac{BI}{\rho g \operatorname{tg}\alpha} = \frac{BI}{\rho g} =$$

$$= \frac{0{,}1 \cdot 0{,}89}{8900 \cdot 10} \text{ м}^2 = 1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2, \text{ ведь } \operatorname{tg} 45^\circ = 1.$$

Определим направление тока в стержне. Для этого воспользуемся правилом левой руки: ладонь левой руки повернем вниз навстречу вектору магнитной индукции $\vec{B}$, а большой палец, отставленный на 90°, направим вправо по вектору силы Ампера $F_{\text{А}}$. Тогда вытянутые вперед четыре пальца окажутся направленными за чертеж. Значит, ток по стержню тоже идет за чертеж. А поскольку ток идет от плюса к минусу, значит, клемма *а* имеет знак «плюс», а клемма *б* — знак «минус».

Ответ на задание 19. Повернем картинку на рис. 207 так, чтобы ток в стержне уходил за чертеж (рис. 229). Выполним чертеж, на котором покажем силы, приложенные к стержню с током, движущемуся в магнитном поле. На стержень с током в магнитном поле действует сила Ампера. Поскольку ток в стержне на рис. 229 течет за чертеж в направлении, перпендикулярном вектору $\vec{B}$, то сила Ампера максимальна и равна:

$$F_A = BIl. \quad (1)$$

Применив правило левой руки, убедимся, что сила Ампера направлена вправо. Кроме нее на стержень действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила трения $\vec{F}_{тр}$ и сила реакции опоры $\vec{F}_N$ со стороны рельсов. По второму закону Ньютона

$$ma = F_A \cos\alpha - mg\sin\alpha - F_{тр}, \quad (2)$$

где $$F_{тр} = \mu F_N = \mu(mg\cos\alpha + F_A\sin\alpha). \quad (3)$$

Подставим правые части равенств (1) и (3) в формулу (1):

$$ma = BIl\cos\alpha - mg\sin\alpha - \mu(mg\cos\alpha + BIl\sin\alpha) =$$

$$= BIl(\cos\alpha - \mu\sin\alpha) - mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha),$$

откуда ускорение стержня

$$a = \frac{BIl}{m}(\cos\alpha - \mu\sin\alpha) - g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha).$$

Поскольку стержень движется равноускоренно без начальной скорости, то $L = \frac{at^2}{2}$, откуда

$$t = \sqrt{\frac{2L}{a}} = \sqrt{\frac{2mL}{BIl(\cos\alpha - \mu\sin\alpha) - mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}}.$$

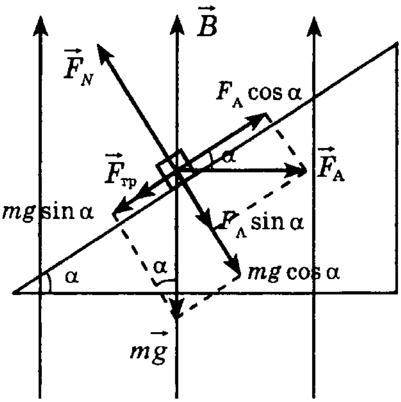


Рис. 229

Ответ на задание 20. Электрон, влетевший в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 90°$, станет двигаться по окружности, охватывающей магнитные линии, под действием силы Лоренца, направленной к центру этой окружности. По второму закону Ньютона $F_л = m_e a_ц$, где $a_ц = \frac{v^2}{R}$, поэтому

$$F_л = m_e \frac{v^2}{R}. \qquad (1)$$

По формуле силы Лоренца $F_л = Bve \sin \alpha$, где $\alpha = 90°$, поэтому

$$F_л = Bve. \qquad (2)$$

Приравняем правые части равенств (1) и (2):

$$m_e \frac{v^2}{R} = Bve, \qquad m_e \frac{v}{R} = Be. \qquad (3)$$

Теперь выразим радиус окружности через период: $v = \frac{2\pi R}{T}$, откуда

$$R = \frac{vT}{2\pi}. \qquad (4)$$

Подставим правую часть равенства (4) в равенство (3), и из полученного выражения определим период вращения электрона по окружности:

$$m_e \frac{2\pi v}{vT} = Be, \qquad m_e \frac{2\pi}{T} = Be,$$

откуда

$$T = \frac{2\pi m_e}{Be}. \qquad (5)$$

Угол поворота линейной скорости φ равен углу поворота радиуса, как углы со взаимно перпендикулярными сторонами. Поскольку за период T радиус поворачивается на 360°, то на 2° он повернется за время $t = \frac{T}{360°} 2° = \frac{T}{180}$. Так как электрон движется с постоянной скоростью, то путь, пройденный им за время t,

$$S = \upsilon t = \upsilon\frac{T}{180}$$

или с учетом (5)

$$S = \upsilon\frac{2\pi m_e}{180Be} = \upsilon\frac{\pi m_e}{90Be} = 100\cdot 10^3\,\frac{3{,}14\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}}{90\cdot 0{,}04\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}}\text{ м} =$$

$= 5 \cdot 10^{-7}$ м.

Ответ на задание 21. Заряд конденсатора определим из формулы его емкости: $C = \frac{q}{U}$, откуда

$$q = CU. \qquad (1)$$

Напряжение на обкладках конденсатора равно действующей в контуре ЭДС электромагнитной индукции, модуль которой $U = \mathcal{E}_i = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, где $\Delta\Phi = \Delta BS$, поэтому

$$U = \frac{\Delta BS}{\Delta t}.$$

Площадь контура S выразим через его радиус:

$$S = \pi R^2.$$

Подставим правую часть этого равенства в предыдущую формулу:

$$U = \pi R^2\frac{\Delta B}{\Delta t}. \qquad (2)$$

Осталось подставить правую часть выражения (2) в формулу (1):

$$q = \pi R^2 C\frac{\Delta B}{\Delta t} =$$

$= 3{,}14 \cdot 0{,}04^2 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-3}$ Кл $= 5 \cdot 10^{-11}$ Кл.

Ответ на задание 22. По закону Ома сила индукционного тока $I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R_C}$, где по закону Фарадея для электромагнитной индукции модуль ЭДС индукции $\mathcal{E}_i = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$.

Модуль скорости изменения магнитного потока

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \; = \frac{\Delta B}{\Delta t} S ,$$

где площадь кольца $S = \pi R_P^2$. С учетом этих формул

$$I_i = \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot \frac{\pi R_P^2}{R_C} ,$$

откуда

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{I_i R_C}{\pi R_P^2} . \qquad (1)$$

Сопротивление кольца $R_C = \rho \dfrac{l}{S_{\text{сеч}}}$, где длина кольца $l = 2\pi R_P$, а площадь поперечного сечения $S_{\text{сеч}} = \dfrac{\pi d^2}{4}$. С учетом этих равенств

$$R_C = \rho \frac{2\pi R_P \cdot 4}{\pi d^2} = \rho \frac{8 R_P}{d^2} . \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{8\rho I_i R_P}{\pi d^2 R_P^2} = \frac{8\rho I_i}{\pi d^2 R_P} = \frac{8 \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-8} \cdot 8}{3{,}14 \cdot \left(1{,}5 \cdot 10^{-3}\right)^2 \cdot 0{,}05} \text{ Тл/с} =$$

$= 3$ Тл/с.

Ответ на задание 23. ЭДС индукции в проводнике, движущемся в магнитном поле поступательно, определяет формула $\mathcal{E}_i = Bvl \sin\beta$, где β — угол между направлением перемещения $\vec{S}$ проводника и направлением вектора индукции магнитного поля $\vec{B}$ (рис. 230).

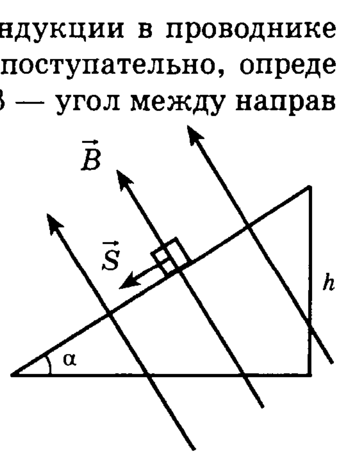


Рис. 230

Из рис. 230 следует, что $\beta = 90°$, поэтому

$\mathcal{E}_i = Bvl \sin 90° = Bvl.$

Скорость v, которую приобретет стержень в конце пути S, найдем из закона сохранения механической энергии, согласно которому потенциальная энергия стержня mgh на высоте $h = S\sin\alpha$ равна кинетической энергии стержня $\frac{mv^2}{2}$: $mgh = \frac{mv^2}{2}$, откуда $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gS\sin\alpha}$. В итоге получим

$$\mathcal{E}_i = Bl\sqrt{2gS\sin\alpha} = 0{,}1\cdot 0{,}4\sqrt{2\cdot 10\cdot 0{,}5\sin 30^\circ}\ \text{В} = 0{,}09\ \text{В}.$$

Ответ на задание 24. Изменение внутренней энергии контура ΔU представим в виде суммы изменения внутренней энергии ΔU_1 при возрастании тока и при его убывании ΔU_2:

$$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2.$$

По закону сохранения энергии изменение внутренней энергии при возрастании тока равно выделившемуся при этом количеству теплоты Q_1. Согласно закону Джоуля – Ленца

$$\Delta U_1 = Q_1 = \frac{\mathcal{E}_S^2}{R}t_1,$$

где ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_S = -L\frac{\Delta I}{t_1} = -L\frac{0-I}{t_1} = L\frac{I}{t_1}$.

С учетом этого $\Delta U_1 = \frac{L^2I^2}{Rt_1^2}t_1 = \frac{(LI)^2}{Rt_1}$. Аналогично, при убывании тока $\Delta U_1 = \frac{(LI)^2}{Rt_2}$.

Тогда все изменение внутренней энергии контура

$$\Delta U = \frac{(LI)^2}{Rt_1} + \frac{(LI)^2}{Rt_2} = \frac{(LI)^2}{R}\left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}\right) =$$

$$= \frac{\left(4\cdot 10^{-3}\cdot 5\right)^2}{10\cdot 10^{-3}}\left(\frac{1}{8\cdot 10^{-3}} + \frac{1}{10\cdot 10^{-3}}\right)\ \text{Дж} = 9\ \text{Дж}.$$

РАЗДЕЛ 4
КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ. ОПТИКА. ФИЗИКА АТОМА

Формулы раздела «Колебания и волны. Оптика. Физика атома»

Уравнения гармонических колебаний маятника

$$x = A\cos\alpha \qquad x = A\cos(\omega t + \alpha_0)$$

$$x = A\sin\alpha \qquad x = A\sin(\omega t + \alpha_0)$$

Здесь x — смещение маятника (м),
A — амплитуда колебаний (м),
α — фаза (рад),
ω — циклическая (угловая или круговая) частота (рад/с),
t — время колебаний (с),
α_0 — начальная фаза (рад)

Фаза колебаний $\alpha = \omega t + \alpha_0$

Здесь α — фаза (рад),
ω — циклическая частота (рад/с),
t — время (с),
α_0 — начальная фаза (рад)

Циклическая частота

$$\omega = 2\pi\nu \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} \qquad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

Здесь ω — циклическая частота (рад/с),
ν — частота колебаний (Гц),

T — период (с),
k — жесткость пружинного маятника (Н/м),
m — масса маятника (кг),
g — ускорение свободного падения (м/с^2),
l — длина математического маятника (м)

Период колебаний

$$T = \frac{t}{N} \qquad T = \frac{1}{\nu} \qquad T = \pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Здесь T — период (с),
t — время колебаний (с),
N — число колебаний за это время (безразмерное),
ν — частота колебаний (Гц).

Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Частота колебаний

$$\nu = \frac{N}{t} \qquad \nu = \frac{1}{T} \qquad \nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$$

Здесь ν — частота (Гц),
N — число колебаний,
T — период (с),
$\pi = 3{,}14$ — число «пи»,
t — время колебаний (с),
k — жесткость пружинного маятника (Н/м),
m — масса маятника (кг),
g — ускорение свободного падения (м/с^2),
l — длина математического маятника

Скорость при гармонических колебаниях

$$\upsilon = x' = -\omega A \sin(\omega t + \alpha_0) \qquad \upsilon_{max} = \omega A$$

Здесь υ — мгновенная скорость (м/с),
x' — первая производная смещения по времени (м/с),
ω — циклическая частота (рад/с),
A — амплитуда колебаний (м),
α_0 — начальная фаза (рад),

v_{max} — максимальная скорость колебаний (м/с)

Ускорение при гармонических колебаниях

$$a = v' = -\omega^2 A \sin(\omega t + \alpha_0) \qquad a_{max} = \omega^2 A$$

Здесь a — мгновенное ускорение (м/с^2),
v' — первая производная скорости по времени (м/с^2),
a_{max} — максимальное ускорение (м/с^2).
Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Длина волны $\lambda = vT \qquad \lambda = \dfrac{v}{\nu}$

Здесь λ — длина волны (м),
v — скорость волны (фазовая скорость) (м/с),
T — период (с),
ν — частота (Гц)

Условия максимума и минимума при интерференции волн

$$\text{max: } \Delta r = 2k\frac{\lambda}{2} = k\lambda \qquad \text{min: } \Delta r = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

Здесь Δr — разность хода волн (м),
$k = 0; 1; 2; 3; \ldots$ — целое число (безразмерное),
λ — длина волны (м)

Уравнения электромагнитных колебаний заряда, силы тока, напряжения и ЭДС

$$q = q_m \cos(\omega t + \alpha_0)$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \alpha_0)$$

$$u = U_m \cos(\omega t + \alpha_0)$$

$$e = \mathcal{E}_m \sin(\omega t + \alpha_0) \qquad \mathcal{E}_m = B\omega S \qquad U_m = \frac{q_m}{C}$$

Здесь q — мгновенный заряд (Кл),
q_m — максимальный заряд (Кл),
ω — циклическая частота колебаний (рад/с),
t — время колебаний (с),
α_0 — начальная фаза (рад),

i — мгновенная сила тока (А),
I_m — максимальная сила тока (А),
u — мгновенное напряжение (В),
U_m — максимальное напряжение (В),
e — мгновенная ЭДС (В),
$\mathcal{E}_m$ — максимальная ЭДС (В),
S — площадь вращающегося контура (м^2),
C — емкость конденсатора в колебательном контуре (Ф)

Период, циклическая частота и частота свободных электромагнитных колебаний в колебательном контуре (формула Томсона)

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \qquad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad \nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Здесь T — период колебаний (с),
L — индуктивность катушки (Гн),
C — емкость конденсатора (Ф),
ω — циклическая частота колебаний (рад/с),
ν — частота колебаний (Гц)

Сила переменного тока

$$i = I_m \sin(\omega t + \alpha_0) \qquad I_m = \omega q_m$$

Здесь i — мгновенная сила тока (А),
I_m — максимальная сила тока (А),
ω — циклическая частота колебаний (рад/с),
t — время колебаний (с),
α_0 — начальная фаза (рад),
q_m — максимальный заряд (Кл)

Действующие значения переменного тока

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \qquad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \qquad \mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{2}}$$

Здесь I — действующее значение силы переменного тока (А),
I_m — максимальное значение силы тока (А),
U — действующее значение напряжения (В),
U_m — максимальное напряжение (В),

$\mathcal{E}$ — действующая ЭДС (В),
$\mathcal{E}_m$ — максимальная ЭДС (В)

Индуктивное, емкостное и полное сопротивления в цепи переменного тока

$$X_L = \omega L \qquad X_C = \frac{1}{\omega C} \qquad Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Здесь X_L — индуктивное сопротивление (Ом),
X_C — емкостное сопротивление (Ом),
ω — циклическая частота переменного тока (рад/с),
Z — полное сопротивление (Ом),
R — активное сопротивление (Ом)

Закон Ома для полной цепи переменного тока

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \qquad I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

Здесь I — действующее значение силы переменного тока (А),
U — действующее значение напряжения переменного тока (В),
I_m — максимальная сила переменного тока (А),
U_m — максимальное напряжение переменного тока (В),

Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Коэффициент трансформации трансформатора

$$k = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Здесь k — коэффициент трансформации трансформатора (безразмерный),
U_1 — напряжение на первичной обмотке (В),
U_2 — напряжение на вторичной обмотке (В),
N_1 — число витков в первичной обмотке (безразмерное),
N_2 — число витков во вторичной обмотке (безразмерное)

Формулы длины электромагнитной волны в вакууме (воздухе)

$$\lambda = cT \qquad \lambda = \frac{c}{\nu}$$

Здесь λ — длина волны (м),
$c = 3 \cdot 10^8$ м/с — скорость света в вакууме,
T — период колебаний (с),
ν — частота колебаний (Гц)

Закон отражения

$$\alpha = \beta$$

Здесь α — угол падения (рад),
β — угол отражения (рад)

Закон преломления

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n_{21} \qquad \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$$

Здесь α — угол падения (рад),
γ — угол преломления (рад),
n_{21} — показатель преломления второй среды относительно первой (безразмерный),
υ_1 — скорость света в первой среде (м/с),
υ_2 — скорость света во второй среде (м/с)

Физический смысл абсолютного показателя преломления

$$n = \frac{c}{\upsilon}$$

Здесь n — абсолютный показатель преломления (безразмерный),
c — скорость света в вакууме (м/с),
υ — скорость света в прозрачной среде (м/с)

Физический смысл относительного показателя преломления

$$n_{21} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$$

Здесь n_{21} — показатель преломления второй среды относительно первой,

υ_1 — скорость света в первой среде (м/с),
υ_2 — скорость света во второй среде

Связь относительного показателя преломления двух сред с их абсолютными показателями преломления

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$$

Здесь n_{21} — относительный показатель преломления сред (безразмерный),
n_1 — абсолютный показатель преломления первой среды (безразмерный),
n_2 — абсолютный показатель преломления второй среды (безразмерный)

Формула предельного угла полного отражения

$$\sin \alpha_0 = \frac{n_2}{n_1}$$

при $n_2 = 1$ $$\sin \alpha_0 = \frac{1}{n_1}$$

Здесь α_0 — предельный угол полного отражения (рад),
n_1 — абсолютный показатель преломления первой среды (безразмерный),
n_2 — абсолютный показатель преломления второй среды (безразмерный)

Формулы линзы

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \qquad \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = D$$

Здесь d — расстояние от предмета до линзы (м),
f — расстояние от линзы до изображения (м),
F — фокусное расстояние линзы (м),
D — оптическая сила линзы (дптр)

Оптическая сила линзы $$D = \frac{1}{F}$$

Все величины названы в предыдущей формуле.

Линейное увеличение линзы

$$\Gamma = \frac{H}{h} \qquad \Gamma = \frac{f}{d}$$

Здесь Г — линейное увеличение линзы (безразмерное),
H — линейный размер изображения (м),
h — линейный размер предмета (м),
d — расстояние от предмета до линзы (м),
f — расстояние от линзы до изображения (м)

Условие максимума на дифракционной решетке

$$d \sin \varphi = k\lambda$$

Здесь d — период решетки (м),
φ — угол дифракции (рад),
k — порядок максимума (безразмерный),
λ — длина световой волны

Замедление времени при релятивистских скоростях

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Здесь t_0 — промежуток времени между событиями по часам наблюдателя, расположенного в движущейся системе отсчета, например по часам космонавтов в космическом корабле, (с),
t — промежуток времени между этими же событиями по часам наблюдателя в неподвижной системе отсчета, например по часам землян (с),
v — скорость движущейся системы отсчета, например космического корабля (м/с),
c — скорость света в вакууме (м/с)

Релятивистское сокращение длины

$$l = l_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Здесь l_0 — длина тела, измеренная неподвижным наблюдателем, находящимся в движущейся системе отсчета, например космонавтом в космическом корабле (м),
l — длина этого же тела, измеренная наблюдателем в неподвижной системе отсчета, например наблюдателем на Земле (м),
v — скорость движущейся системы (м/с),
c — скорость света в вакууме (м/с)

Сложение релятивистских скоростей

$$v = \frac{v_1 + v_0}{1 + \frac{v_1 v_0}{c^2}}$$

Здесь v_1 — скорость тела относительно движущейся системы отсчета (м/с),
v_0 — скорость движущейся системы отсчета относительно неподвижной (м/с),
v — скорость этого же тела относительно неподвижной системы отсчета (м/с),
c — скорость света в вакууме

Зависимость массы от скорости

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Здесь m_0 — масса покоя (кг),
m — масса движущегося тела (кг),
v — скорость тела (м/с),
c — скорость света в вакууме (м/с)

13. Зак. 167

Импульс тела, движущегося с релятивистской скоростью

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Здесь p — импульс тела (кг · м/с).
Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Связь массы и энергии

$$E = mc^2 \qquad E_0 = m_0 c^2 \qquad E = E_0 + E_k \qquad \Delta E = \Delta m c^2$$

Здесь E — полная энергия релятивистской частицы (Дж),
m — масса движущейся частицы (кг),
c — скорость света в вакууме (м/с),
E_0 — энергия покоя частицы (Дж),
m_0 — масса покоя частицы (кг),
E_k — кинетическая энергия частицы (Дж),
ΔE — изменение полной энергии частицы (Дж),
Δm — изменение массы частицы (кг)

Связь энергии релятивистской частицы с ее импульсом

$$E = \sqrt{E_0^2 + (pc)^2}$$

Здесь E — полная энергия релятивистской частицы (Дж),
E_0 — энергия покоя частицы (Дж),
p — импульс частицы (кг · м/с),
c — скорость света в вакууме (м/с)

Формула Планка

$$E_\gamma = h\nu$$

Здесь E_γ — энергия порции излучения или энергия фотона (кванта) (Дж),
$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с — постоянная Планка,
ν — частота световой волны (Гц)

Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта

$$E = A_{\text{вых}} + E_k \qquad h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{m_e v^2}{2}$$

Здесь E — энергия фотона (Дж),
$A_{\text{вых}}$ — работа выхода электрона из металла (Дж),
E_k — кинетическая энергия электрона (Дж),
h — постоянная Планка (Дж · с),
ν — частота световой волны (Гц),
m_e — масса электрона (кг),
v — скорость электрона (м/с)

Формулы для определения красной границы фотоэффекта

$$h\nu_0 = A_{\text{вых}} \qquad h\frac{c}{\lambda_0} = A_{\text{вых}}$$

Здесь h — постоянная Планка (Дж · с),
ν_0 и λ_0 — красная граница фотоэффекта по частоте (Гц) и длине волны (м),
$A_{\text{вых}}$ — работа выхода электрона из металла (Дж),
c — скорость света в вакууме (м/с)

Масса и импульс фотона

$$m = \frac{h\nu}{c^2} \qquad m = \frac{h}{c\lambda} \qquad p = \frac{h\nu}{c} \qquad p = \frac{h}{\lambda}$$

Здесь m — масса фотона (кг),
p — импульс фотона (кг · м/с),
λ — длина волны (м),
c — скорость света в вакууме (м/с).
Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Связь энергии и импульса фотона $E = pc$

Здесь E — энергия фотона (Дж),
p — импульс фотона (кг · м/с),
c — скорость света в вакууме (м/с)

Длина волны де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{p} \qquad \lambda = \frac{h}{mv}$$

Здесь λ — длина волны де Бройля (м),
h — постоянная Планка (Дж · с),
p — импульс частицы (кг · м/с),
m — масса частицы (кг),
v — скорость частицы (м/с)

Энергия фотона, излученного атомом

$$h\nu = E_n - E_m$$

Здесь h — постоянная Планка (Дж · с),
ν — частота излученной волны (Гц),
E_n — большая энергия стационарного состояния атома (Дж),
E_m — меньшая энергия стационарного состояния атома (Дж)

Активность радиоактивного элемента

$$a = \frac{N_0 - N}{t}$$

Здесь a — активность (Бк = $с^{-1}$),
N_0 — число ядер в начале наблюдения (безразмерное),
N — число оставшихся ядер в конце наблюдения (безразмерное),
t — время наблюдения (с)

Закон радиоактивного распада

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}} \qquad a = a_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$$

Здесь N_0 — число ядер в начальный момент времени (безразмерное),
N — число ядер через время t (безразмерное),
t — время распада (с),
T — период полураспада (с),
a — активность в конце наблюдения (Бк = $с^{-1}$),
a_0 — активность в начале наблюдения (Бк = $с^{-1}$)

Массовое число элемента

$$A = Z + N$$

Здесь A — массовое число или сумма числа протонов и нейтронов (нуклонов) в ядре (безразмерное),
Z — зарядовое число или число протонов в ядре, равное порядковому номеру элемента в таблице Менделеева (безразмерное),
N — число нейтронов в ядре (безразмерное)

Дефект массы

$$\Delta M = Zm_p + Nm_n - M_я$$

Здесь ΔM — дефект массы (кг),
Z — число протонов (безразмерное),
m_p — масса протона (кг),
N — число нейтронов (безразмерное),
m_n — масса нейтрона (кг),
$M_я$ — масса ядра (кг)

Энергия связи атомного ядра

$$E_{св} = \Delta Mc^2 \qquad E_{св} = (Zm_p + Nm_n - M_я)c^2$$

Здесь $E_{св}$ — энергия связи (Дж),
M — дефект массы (кг),
c — скорость света в вакууме (м/с),
Z — число протонов (безразмерное),
m_p — масса протона (кг),
N — число нейтронов (безразмерное),
m_n — масса нейтрона (кг),
$M_я$ — масса ядра (кг)

Энергия связи, выраженная в МэВ

$$E_{св} = 931\Delta M = 931(Zm_p + Nm_n - M_я)$$

Здесь $E_{св}$ — энергия связи (МэВ),
ΔM — дефект массы (а. е. м.),
Z — число протонов (безразмерное),
m_p — масса протона (а. е. м.),

N — число нейтронов (безразмерное),
m_n — масса нейтрона (а. е. м.),
$M_я$ — масса ядра (а. е. м.)

Удельная энергия связи

$$\varepsilon_{св} = \frac{E_{св}}{A}$$

Здесь $\varepsilon_{св}$ — удельная энергия связи (Дж/нуклон),
$E_{св}$ — энергия связи (Дж),
A — массовое число (безразмерное)

Формула поглощенной дозы излучения

$$D = \frac{E}{m}$$

Здесь D — поглощенная доза излучения (Гр),
E — поглощенная энергия (Дж),
m — масса тела, поглотившего энергию излучения (кг)

Обозначения некоторых элементарных частиц

$^{0}_{-1}e$ — бета-частица или электрон

$^{0}_{+1}e$ — позитрон

$^{1}_{1}\mathrm{H}$ — протон (ядро атома водорода)

$^{1}_{0}n$ — нейтрон

$^{2}_{1}\mathrm{H}$ — изотоп водорода дейтерий

$^{3}_{1}\mathrm{H}$ — изотоп водорода тритий

$^{4}_{2}\mathrm{He}$ — альфа-частица (ядро гелия)

γ — гамма-квант (фотон)

Контрольные задания по теме «Колебания и волны»

Часть 1. Задания уровня А и Б, а также качественные задания уровня С на ЕГЭ

Задание 1. В процессе гармонических колебаний не изменяются:

1) амплитуда и фаза; 2) смещение и период;
3) фаза и частота; 4) амплитуда и частота.

Задание 2. На рис. 231 показан график колебаний маятника. Чему равна циклическая частота колебаний?

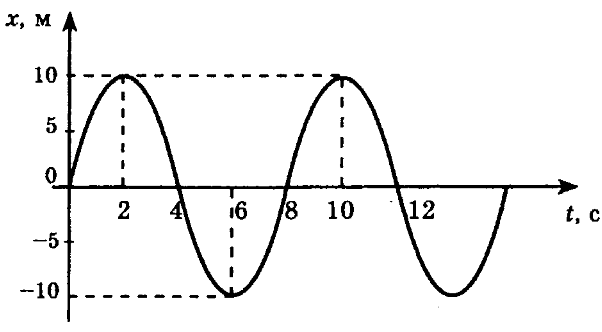


Рис. 231

Задание 3. Какая из стрелок на рис. 232 верно указывает направление вектора ускорения маятника в точке O?

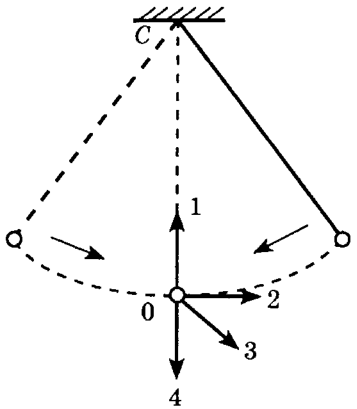


Рис. 232

Задание 4. Чему равна максимальная сила, действующая на пружинный маятник, если жесткость его пружины 5 Н/м, а амплитуда колебаний 4 см?

Задание 5. Во сколько раз отличаются длины нитей маятников 1 и 2, если за одинаковое время маятник 1 делает в 2 раза меньше колебаний, чем маятник 2?

Задание 6. На рис. 233 изображены графики двух гармонических колебаний 1 и 2. Как отличаются их максимальные ускорения?

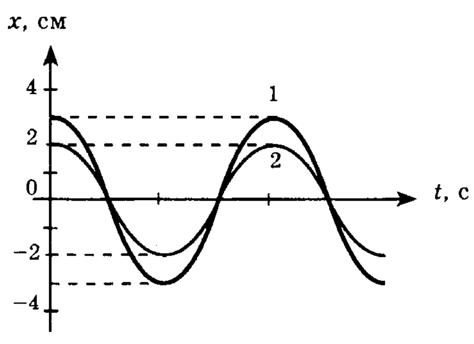


Рис. 233

Задание 7. Маятниковые часы спешат. Как надо изменить их длину, чтобы они показывали точное время?

Задание 8. Какое уравнение описывает гармонические колебания?

1) $x = 0{,}1t\sin(2\pi t + 0{,}5\pi)$; 2) $x = 103\cos(2t + 0{,}5\pi)$;
3) $x = 0{,}1\sin(4\pi t^2 + \pi)$; 4) $x = 25\cos(2\pi t + 0{,}5t^3)$.

Задание 9. Нить математического маятника отклонили от вертикали на угол α, и при этом он поднялся на высоту h над прежним положением. Чему равен период колебаний маятника, когда его отпустили?

Задание 10. Частота колебаний пружинного маятника 4 Гц. Какой станет частота, если жесткость пружины увеличить в 3 раза, а массу уменьшить в 3 раза?

Задание 11. Амплитуда колебаний маятника 4 см, период колебаний 6 с. Какой путь пройдет маятник за время, равное 9 с?

Задание 12. Какому уравнению колебаний соответствует график, изображенный на рис. 234?

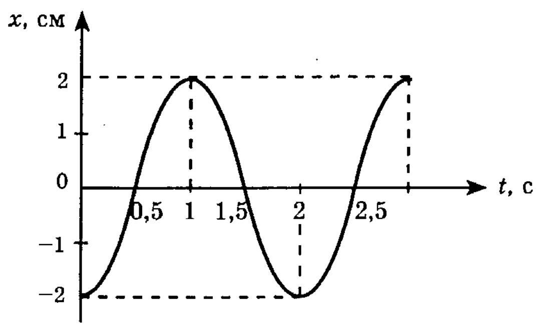


Рис. 234

1) $x = -2\cos\pi t$; 2) $x = -2\sin(\pi t + 0{,}5\pi)$;
3) $x = 2\sin(0{,}5\pi t + 0{,}5\pi)$; 4) $x = -2\cos(\pi t + 0{,}5\pi)$.

Задание 13. Пружинный маятник массой 90 г совершает вертикальные гармонические колебания. Какой массы груз надо подвесить к маятнику снизу, чтобы циклическая частота колебаний изменилась в 3 раза?

Задание 14. Математический маятник совершает гармонические колебания с частотой 2 Гц. В момент времени $t = 0$ он максимально отклонен от положения равновесия. Сколько раз его кинетическая энергия достигнет максимума за время полных колебаний 16 с?

Задание 15. Скорость колебаний пружинного маятника массой 400 г изменяется по закону $v = 5 \sin 2t$. Все величины выражены в единицах СИ. Напишите уравнение изменения его кинетической энергии.

Задание 16. В таблице представлена зависимость смещения пружинного маятника массой 200 г от времени колебаний. Чему равны период и максимальная сила упругости? Ответ округлить до десятых долей ньютона. Колебания косинусоидальные.

t, с	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x, см	4	2	0	−2	−4	−2	0	2	4	2	0

Задание 17. На рис. 235 изображена резонансная кривая, отражающая зависимость амплитуды колебаний математического маятника A от частоты вынужденных колебаний ν. Чему равна длина маятника? Полученный ответ округлить до десятых долей метра.

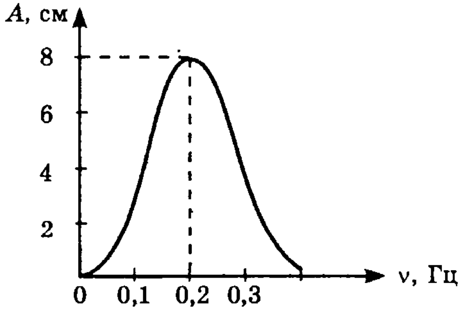


Рис. 235

Задание 18. Если уменьшить амплитуду колебаний математического маятника, то как изменятся его: период, максимальная скорость, максимальная кинетическая энергия, полная механическая энергия?

Задание 19. Математический маятник совершает гармонические колебания. В таблице приведена зависимость смещения маятника от времени колебаний. Чему примерно равно максимальное ускорение маятника? Ответ округлить до целого числа см/с^2.

t, с	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6
x, см	8	4	0	−4	−8	−4	0	4	8

Задание 20. Уравнение колебаний пружинного маятника $x = A \cos 2\pi t$. Все величины выражены в единицах СИ. Через какое минимальное время, считая с момента начала колебания, его потенциальная энергия достигнет половины своего максимума?

Задание 21. Как изменится период колебаний математического маятника, если длину нити увеличить в 4 раза, а массу шарика уменьшить в 9 раз?

Задание 22: Знание каких величин достаточно для определения циклической частоты колебаний пружинного маятника: амплитуды колебаний A, ускорения свободного падения g, массы маятника m, длины пружины l, жесткости пружины k?

Задание 23. Идеальный пружинный маятник совершает гармонические колебания (рис. 236). В крайнем положении 1 пружина сжата. Как меняются потенциальная энергия маятника W_p, его полная механическая энергия W, жесткость пружины k и скорость маятника v при движении от положения 1 к положению 2? Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

А) увеличивается;
Б) не изменяется;
В) уменьшается.

Запишите в таблицу выбранные буквы для каждой физической величины.

W_p	W	k	v

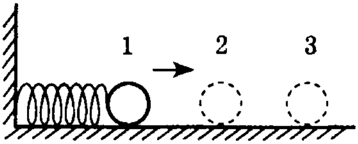


Рис. 236

Задание 24. Через сколько времени, считая от начала колебания, происходящего по закону косинуса, смещение колеблющейся точки составит половину амплитуды? Период колебания 24 с.

Задание 25. Один математический маятник за определенное время совершил 20 колебаний, а другой маятник за это же время совершил 10 колебаний. Разность их длин 60 см. Определить длины маятников l_1 и l_2.

Задание 26. Масса Земли больше массы Луны в 81 раз, а радиус Земли больше радиуса Луны в 3,6 раза. Определить, как изменится частота колебаний математического маятника, если его перенести с Земли на Луну.

Задание 27. Амплитуда гармонических колебаний 4 см, максимальная кинетическая энергия колебаний $8 \cdot 10^{-5}$ Дж. Найти смещение маятника, считая от начала колебания, в тот момент, когда на него действует сила 4 мН.

Задание 28. Маятник совершает косинусоидальные гармонические колебания около положения равновесия с циклической частотой 4 рад/с. В какой момент времени, считая от начала колебания, смещение маятника составит 5 см, а скорость станет равна 0,2 м/с? Ответ округлить до десятых долей секунды.

Задание 29. Две точки, лежащие на одном луче, колеблются в противофазе. Расстояние от одной из них до источника колебаний 1 м, а от него до другой точки 1,1 м. Скорость волны 2,5 м/с. Найти период колебаний частиц в волне.

Задание 30. Источник звука находится на расстоянии 120 м от отражающей звук стены. Звук возвратился обратно к источнику через 0,8 с после его испускания. Чему равна скорость звука?

Задание 31. В воздухе длина волны 4 м, а ее скорость 330 м/с. Чему равна скорость этой волны в воде, если там ее длина волны 10 м?

Задание 32. Чему равен период колебаний частиц в волне, если за 30 с волна пробегает 60 м, а длина волны 10 см?

Задание 33. На рис. 237 изображена поперечная волна. Частота колебаний частиц среды, в которой она распространяется, 10 Гц. Чему равна скорость волны?

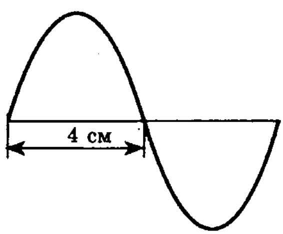


Рис. 237

Задание 34. Ход одной волны до места их наложения друг на друга 10 м, а другой 12,5 м. Длина волны 5 м. В месте их наложения наблюдается:

1) максимум вследствие явления дифракции;
2) минимум вследствие явления интерференции;
3) минимум вследствие явления дисперсии;
4) максимум вследствие явления интерференции.

Задание 35. Кто чаще машет крыльями?

1) шмель; 2) муха; 3) комар; 4) бабочка.

Задание 36. После прохождения отверстия в преграде плоская волна стала сферической. Это явление объясняется:

1) интерференцией; 2) дифракцией;
3) дисперсией; 4) поляризацией.

Задание 37. Длина волны $\lambda = 5$ м. Сколько гребней укладывается на расстоянии $S = 0{,}5$ км?

Задание 38. От чего зависит громкость звука: от периода, частоты, скорости звука, длины волны или амплитуды колебаний звучащего тела?

Задание 39. Какие величины и как изменяются при переходе звука из воздуха в воду: период, циклическая частота, скорость звука, длина волны?

Задание 40. Уравнение колебаний напряжения в идеальном колебательном контуре $u = 2\cos 100\pi t$. Все величины выражены в единицах СИ. В какой момент времени, считая от начала колебаний, энергия магнитного поля катушки станет максимальной?

Задание 41. Как изменится период колебаний в идеальном колебательном контуре, если ключ К переместить из положения 1 в положение 2 (рис. 238)?

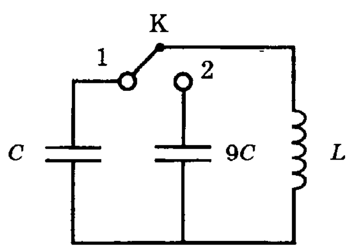


Рис. 238

Задание 42. На рис. 239 изображен колебательный контур. Чему равна частота колебаний в нем? Ответ округлить до целого числа герц.

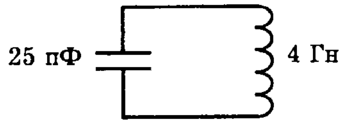


Рис. 239

Задание 43. В идеальном колебательном контуре происходят гармонические электромагнитные колебания с частотой 0,5 МГц. Максимальный заряд конденсатора 5 мкКл. Чему равен будет заряд через 4 мкс?

Задание 44. Емкость конденсатора колебательного контура 25 мкФ, максимальная энергия магнитного поля катушки 5 мДж. Чему равно максимальное напряжение на обкладках конденсатора?

Задание 45. Уравнение колебаний напряжения на обкладках конденсатора имеет вид $u = 0{,}2 \cos 4 \cdot 10^6 \pi t$. Все величины выражены в единицах СИ. Чему равна частота колебаний?

Задание 46. Уравнение колебаний силы тока в колебательном контуре $i = 6{,}28 \sin 2 \cdot 10^5 \pi t$. Все величины выражены в единицах СИ. Чему равен максимальный заряд на обкладках конденсатора? Ответ дать в микрокулонах.

Задание 47. Максимальная энергия электрического поля конденсатора идеального колебательного контура 20 мДж, максимальная сила тока в катушке 0,02 А. Чему равна индуктивность катушки?

Задание 48. Как изменяется циклическая частота электромагнитных колебаний при увеличении расстояния между обкладками конденсатора в 9 раз?

Задание 49. Как изменится период колебаний идеального колебательного контура при параллельном подключении к конденсатору еще трех таких же параллельных конденсаторов?

Задание 50. На рис. 240 приведен график гармонических колебаний силы тока в колебательном контуре.

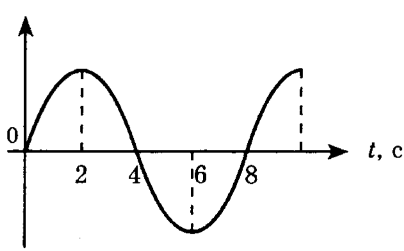


Рис. 240

Для момента времени $t = 2$ с:

1) энергия магнитного поля катушки равна энергии электрического поля конденсатора;
2) энергия электрического поля конденсатора максимальна, а энергия магнитного поля катушки равна 0;
3) энергия электрического поля конденсатора равна 0, а энергия магнитного поля катушки максимальна;
4) энергия магнитного поля катушки вдвое больше энергии электрического поля конденсатора.

Задание 51. В колебательный контур, состоящий из конденсатора и катушки индуктивности, включен последовательно резистор. Если при неизменных частоте и амплитуде вынужденных колебаний уменьшать емкость конденсатора, как будет меняться амплитуда силы тока в катушке индуктивности?

Задание 52. В цепи переменного тока стандартной частоты 50 Гц сила тока изменяется по закону $i = 2 \sin \omega t$. Все величины выражены в единицах СИ. Какое количество теплоты выделится в цепи за один период, если цепь изготовлена из медной проволоки длиной 2 м с площадью поперечного сечения 0,5 мм^2? Удельное сопротивление меди $1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м. Ответ дать в миллиджоулях.

Задание 53. На рис. 241 вверху показан график колебаний силы тока в катушке индуктивности колебательного контура. На каком из графиков ниже правильно показан процесс изменения энергии магнитного поля катушки?

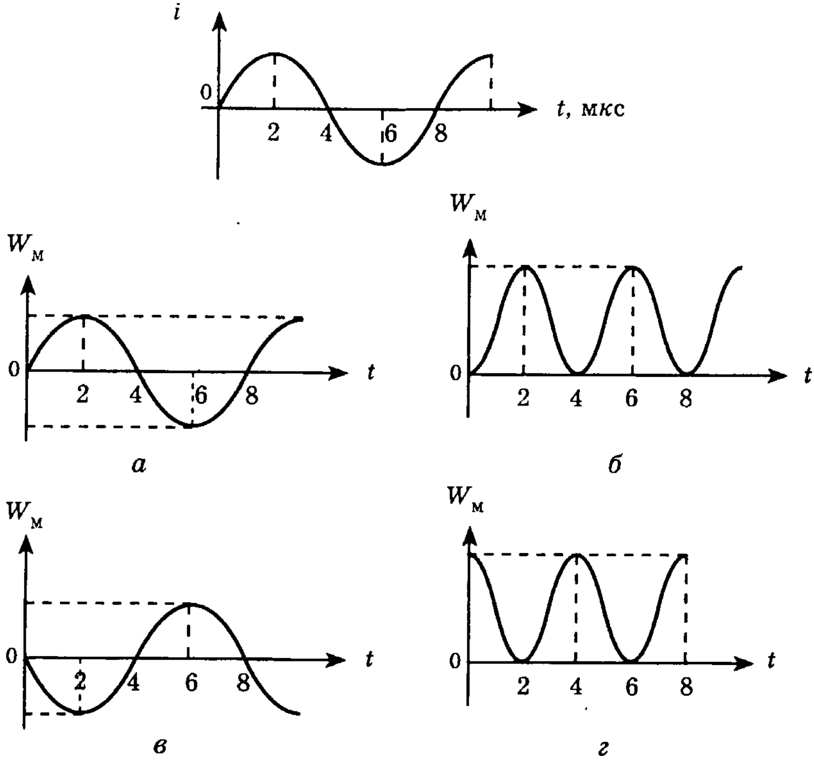


Рис. 241

Задание 54. Сила переменного тока меняется по закону $i = 5{,}6 \sin 100t$. Все величины выражены в единицах СИ. Чему равно действующее значение силы переменного тока?

Задание 55. Пробивное напряжение конденсатора 300 В. Будет ли пробит этот конденсатор, если его включить в сеть переменного тока на 220 В?

Задание 56. Амперметр, включенный в цепь переменного тока, показывает:

1) амплитудную силу тока;
2) мгновенную силу тока;
3) действующую силу тока;
4) среднюю за период силу тока.

Задание 57. Первичная обмотка трансформатора содержит 1000 витков, напряжение на ней 220 В. Сколько витков содержит вторичная обмотка, если ее сопротивление 0,5 Ом, сила тока во вторичной обмотке 2 А, а напряжение на потребителе 10 В?

Задание 58. В таблице показано, как менялся заряд с течением времени на обкладках конденсатора колебательного контура, в котором происходили вынужденные гармонические колебания. При какой емкости конденсатора в контуре наступит электрический резонанс на прежней частоте, если индуктивность катушки 40 Гн? Ответ округлить до сотых долей фарада.

t, мкс	0	1	2	3	4	5	6	7	8
q, нКл	4	3,4	0	−3,4	−4	−3,4	0	3,4	4

Задание 59. На рис. 242 показан график колебаний силы тока в идеальном колебательном контуре. Какой станет частота колебаний в этом контуре, если одну катушку индуктивности заменить на другую с вчетверо большей индуктивностью?

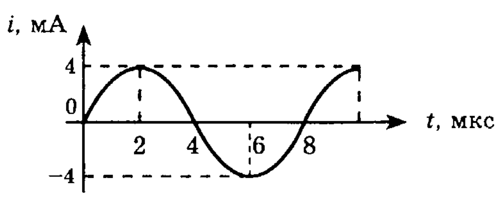


Рис. 242

Задание 60. Максимальный заряд конденсатора колебательного контура 4 мкКл, а максимальная сила тока 8 А. Найти длину волны в воздухе, излучаемой этим контуром.

Задание 61. На рис. 243 в декартовых координатах показано направление вектора индукции В в электромагнитной волне, распространяющейся в направлении оси Oz. Какая из стрелок 1, 2 или 3 правильно показывает направление вектора электрической напряженности в этой волне?

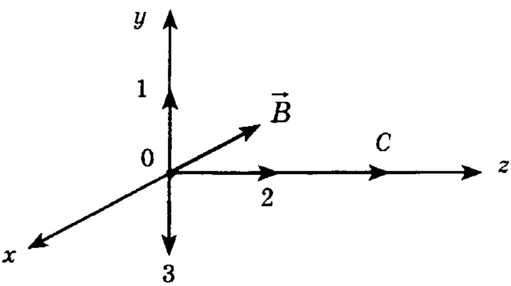


Рис. 243

Задание 62. Сила тока в открытом колебательном контуре изменяется по закону $i = 0{,}8 \cos 4 \cdot 10^5 \pi t$ А. Все величины выражены в единицах СИ. Найти длину электромагнитной волны в воздухе. Ответ округлить до десятых долей километра.

Задание 63. Радиоволны являются:

1) продольными и их длина волны больше, чем у рентгеновских лучей;
2) поперечными и их длина волны больше, чем у инфракрасных лучей;
3) поперечными и их длина волны меньше, чем у лучей видимого света;
4) продольными и их длина волны меньше, чем у ультрафиолетовых лучей.

Задание 64. Чтобы электромагнитные волны были высокочастотными, в колебательном контуре:

1) емкость конденсатора должна быть большой, а индуктивность малой;

2) емкость конденсатора и индуктивность катушки должны быть большими;
3) емкость конденсатора и индуктивность катушки должны быть малыми;
4) емкость конденсатора должна быть малой, а индуктивность большой.

Задание 65. Сквозь два малых отверстия проходит свет, в результате чего на удаленном экране наблюдается чередование темных и светлых полос. Это явление называется:

а) дифракцией; б) дисперсией;
в) интерференцией; г) поляризацией.

Задание 66. Поперечность световых волн подтверждает явление:

1) дифракции; 2) поляризации;
3) интерференции; 4) дисперсии.

Задание 67. Полосатый спектр дает:

1) неон; 2) раскаленный металл;
3) атомарный кислород; 4) молекулярный кислород.

Задание 68. Период колебаний светового вектора $4 \cdot 10^{-15}$ с. На какой длине уложится в воздухе $8 \cdot 10^{8}$ длин волн этого света?

Задание 69. Чему равен угол дифракции для лучей с длиной волны 0,5 мкм на дифракционной решетке с периодом 0,002 мм, образующих максимум второго порядка на экране?

Задание 70. По мере увеличения скорости света в стекле линии спектра следует расположить в следующем порядке:

1) фиолетовый, голубой, зеленый, красный;
2) красный, зеленый, синий, фиолетовый;
3) желтый, синий, фиолетовый, зеленый;
4) оранжевый, желтый, красный, фиолетовый.

Задание 71. Период дифракционной решетки — это:

1) время полного колебания светового вектора;

2) ширина прозрачной полосы;
3) время прохождения светом расстояния от решетки до экрана;
4) сумма ширины прозрачной и непрозрачной полос;

Задание 72. Волны ультрафиолетового света на шкале электромагнитных волн расположены между:

1) радиоволнами и световыми волнами;
2) радиоволнами и волнами синего цвета;
3) рентгеновскими волнами и гамма-квантами;
4) видимым светом и рентгеновским излучением.

Задание 73. Когерентными являются световые волны с одинаковой:

1) световой мощностью; 2) длиной волны;
3) освещенностью экрана; 4) яркостью источника.

Задание 74. Каким явлением объясняются цвета радуги:

1) дифракцией; 2) дисперсией;
3) интерференцией; 4) поляризацией.

Задание 75. В каком цвете будет виден зеленый лист, если его рассматривать через красное стекло?

1) коричневом; 2) черном;
3) фиолетовом; 4) вишневом.

Задание 76. При переходе света из воздуха в воду:

1) длина волны уменьшается, а скорость света увеличивается;
2) увеличивается и длина волны, и скорость света;
3) уменьшается и длина волны, и скорость света;
4) длина волны увеличивается, а скорость света уменьшается.

Задание 77. Чем отличается дифракционный спектр от призменного, если источник световых волн один и тот же?

Задание 78. Пучок параллельных лучей падает на отражающую свет пластинку со ступенькой высотой h (рис. 244). После отражения лучи собираются в фокусе линзы. Какой должна быть минимальная высота ступеньки по сравнению с длиной световой волны, чтобы яркость света в фокусе линзы была максимальной?

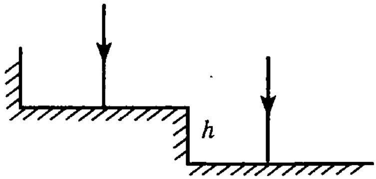


Рис. 244

Задание 79. Как изменяется расстояние между соседними максимумами освещенности, даваемыми двумя близкими точечными когерентными источниками света S_1 и S_2 на экране (рис. 245), если:

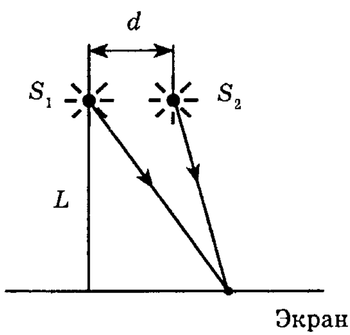


Рис. 245

1) не меняя расстояния d между ними, удалять их от экрана;
2) не меняя расстояния L от источников до экрана, сближать источники друг с другом;
3) уменьшать длину световой волны λ, испускаемой источниками.

Задание 80. Расстояние от Земли до Марса $S = 3 \cdot 10^{11}$ м. Через сколько минут будет принят радиосигнал, посланный с Земли на Марс, после его отражения от Марса? Ответ округлить до целого числа.

Часть 2. Задания повышенной сложности

Задание 1. Через невесомый блок, укрепленный на краю стола, перекинута невесомая нить, к одному концу которой привязан брусок массой m_1, неподвижно лежащий на столе, а к другому концу прикреплен пружинный маятник массой m_2 (рис. 246). Коэффициент трения между основанием бруска и столом μ. Частота гармонических колебаний маятника ν. Чему равна амплитуда колебаний?

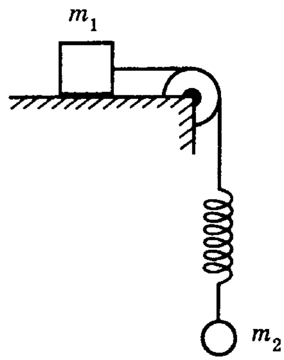


Рис. 246

Задание 2. Найдите период малых колебаний шарика массой m, подвешенного на пружинках с жесткостями k_1 и k_2 (рис. 247, *а* и *б*). Трением пренебречь.

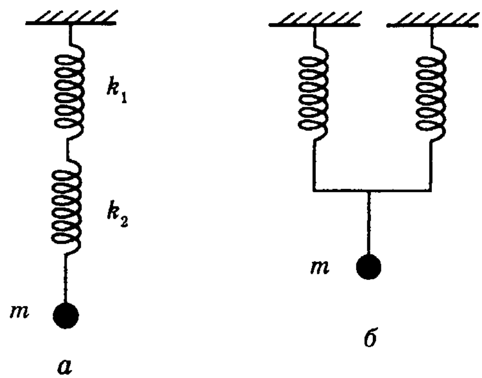


Рис. 247

Задание 3. В шар массой M попала пуля массой m, летевшая со скоростью v. При этом шар с пулей стал совершать гармонический колебания вдоль горизонтальной оси с амплитудой A (рис. 248). Определите жесткость пружины. Трением пренебречь.

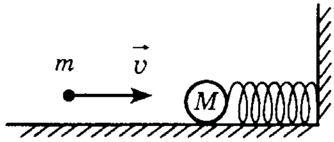


Рис. 248

Задание 4. Определите циклическую частоту колебаний маленького кубика, движущегося по дну сферической емкости диаметром d без трения (рис. 249).

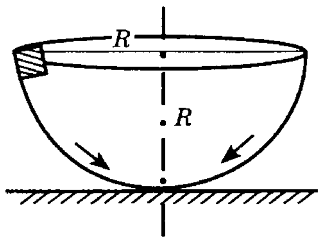


Рис. 249

Задание 5. Два наклонных к горизонту желоба составляют между собой угол (рис. 250). Левый желоб наклонен к горизонту под углом α, а правый — под меньшим углом β. С вершины левого желоба, расположенной на высоте h над горизонтальной поверхностью, начинает скользить без трения маленький кубик. С какой частотой он будет совершать колебания, скользя вверх и вниз по этим желобам? Ответ округлите до целого числа.

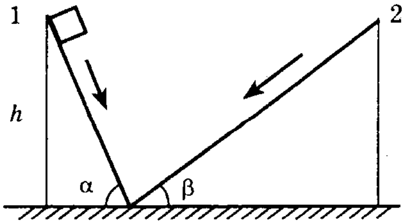


Рис. 250

Задание 6. Металлический стержень массой $m = 100$ г и длиной $l = 50$ см подвешен за середину к пружине с жесткостью $k = 10$ Н/м. Стержень совершает гармонические колебания с амплитудой $A = 8$ см в однородном магнитном поле индукцией $B = 0{,}2$ Тл, направленном перпендикулярно плоскости колебаний (рис. 251). Найти максимальную разность потенциалов U_m, возникающую на концах стержня.

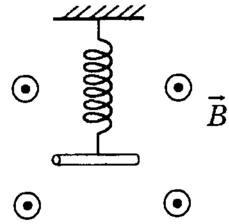


Рис. 251

Задание 7. Математический маятник массой m совершает гармонические колебания. Во сколько раз изменится период его колебаний, если шарику маятника сообщить положительный заряд q и поместить его в вертикальное однородное электрическое поле конденсатора с площадью обкладок S и зарядом на обкладках q_0 (рис. 252)?

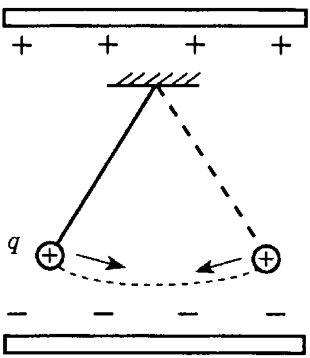


Рис. 252

Задание 8. На краю горизонтальной плоскости лежит маленький кубик. Плоскость совершает колебания с амплитудой A в вертикальной плоскости. Чему равна частота колебаний, при которой маятник еще не начинает скользить по плоскости? Коэффициент трения между плоскостью и кубиком μ.

Задание 9. Посередине между двумя зарядами q на расстоянии r от каждого находится в равновесии маленький шарик массой m с зарядом q_0 (рис. 253). С каким периодом станет колебаться шарик, если его немного сместить влево на расстояние A? Сопротивлением пренебречь.

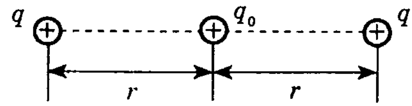


Рис. 253

Задание 10. Вертикальный цилиндр с площадью основания S и высотой h плавает на границе двух жидкостей с плотностями ρ_1 и ρ_2 (рис. 254). Частота его вертикальных колебаний ν. Определить плотность цилиндра. Сопротивлением пренебречь.

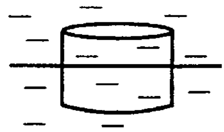


Рис. 254

Задание 11. Математический маятник длиной l совершает колебания (рис. 255). В тот момент, когда он проходит через положение O, на него действует горизонтально направленная сила F в течение малого промежутка времени t, направление которой совпадает с направлением движения маятника. Сделав N полных колебаний, маятник отклоняется на угол α от вертикали. Чему равна масса маятника? Сопротивлением пренебречь.

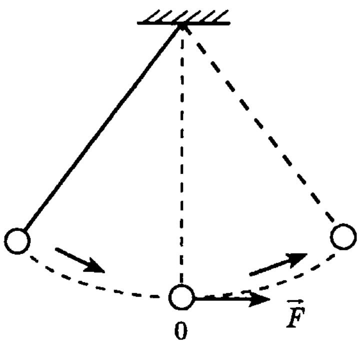


Рис. 255

Задание 12. В идеальном колебательном контуре максимальная сила тока в катушке индуктивности $I_m = 10$ А, а максимальное напряжение на конденсаторе $U_m = 2$ В. Емкость конденсатора $C = 40$ пФ. В некоторый момент времени, считая от начала колебания, мгновенная сила тока $i = 8$ A. Чему равен мгновенный заряд конденсатора в этот момент?

Задание 13. Конденсатор емкостью C и две катушки с индуктивностями L_1 и L_2 образуют идеальный колебательный контур (рис. 256). Максимальная сила тока в контуре I. Определить максимальный заряд на обкладках конденсатора.

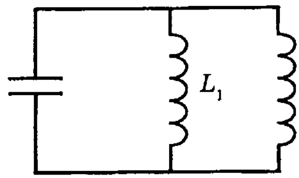


Рис. 256

Задание 14. В электрической цепи, изображенной на рис. 257, ЭДС источника 8 В, емкость конденсатора 5 мкФ, индуктивность катушки 4 мГн, сопротивление лампы 10 Ом, сопротивление резистора 6 Ом. Сначала ключ К замкнут. Какое количество теплоты выделится на резисторе после размыкания ключа? Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

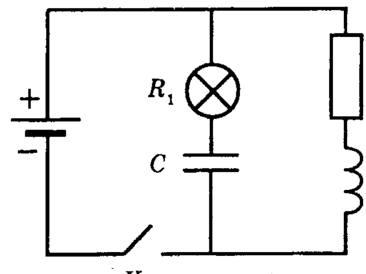


Рис. 257

Задание 15. В идеальном колебательном контуре с конденсатором емкостью C_1 и катушкой с индуктивностью L максимальная сила тока в катушке I_0. Между обкладками конденсатора имеется диэлектрик. Какую работу надо совершить, чтобы очень быстро вынуть диэлектрик из конденсатора в тот момент, когда сила тока в катушке равна нулю? Емкость конденсатора без диэлектрика C_2.

Задание 16. В катушке индуктивности колебательного контура за 2 с сила тока изменяется на 8,85 А, и при этом в ней возникает ЭДС самоиндукции 4,5 мВ. Площадь обкладок воздушного конденсатора 1 мм^2, расстояние между обкладками 1 мм. На какую длину волны будет настроен этот колебательный контур?

Задание 17. Дифракционная решетка содержит N штрихов на длине l. На нее нормально к ее поверхности падают параллельные монохроматические лучи света с длиной волны λ. Между решеткой и экраном находится тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием F (рис. 258). Найти расстояние x между нулевым максимумом и максимумом первого порядка на экране, расположенном в фокальной плоскости линзы параллельно ее плоскости и дифракционной решетке.

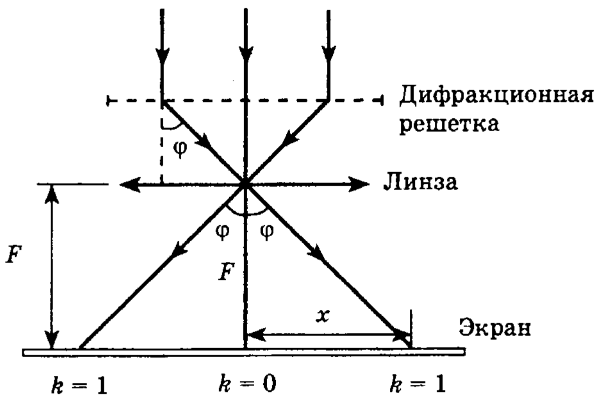


Рис. 258

Задание 18. На дифракционную решетку падает нормально свет с длиной волны $\lambda = 0{,}75$ мкм. Период решетки $d = 4{,}95$ мкм. Какое число максимумов m дает эта решетка? Каков порядок последнего максимума k_m? Каков максимальный угол дифракции φ_m?

Ответы на задания части 1

Ответ на задание 1. В процессе гармонических колебаний не изменяются амплитуда, период и частота.

Верный ответ 4.

Ответ на задание 2. Из рис. 231 следует, что период колебаний равен 8 с. Циклическая частота связана с периодом формулой $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{8}$ рад/с $= 0{,}25\,\pi$ рад/с.

Ответ на задание 3. Вектор ускорения всегда направлен в сторону равнодействующей силы, действующей на тело. На маятник действуют сила натяжения нити, направленная в точке O вверх, и сила тяжести, направленная вниз. Сила натяжения по модулю больше силы тяжести, так как при движении тела по окружности равнодействующей сила всегда направлена по радиусу к центру окружности. Значит, и ускорение маятника в точке O направлено к центру окружности, который находится в точке подвеса C, т. е. вверх по направлению стрелки 1.

Ответ на задание 4. По второму закону Ньютона максимальная сила $F_m = ma_m$, где максимальное ускорение маятника $a_m = \omega^2 A$. Циклическая частота связана с жесткостью пружины формулой

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

В итоге получим

$$F_m = m\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\right)^2 A = kA = 5 \cdot 0{,}04\ \text{Н} = 0{,}2\ \text{Н}.$$

Ответ на задание 5. Период колебаний математического маятника 1

$$T_1 = \frac{t}{N_1} = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}},$$

а период колебаний математического маятника 2

$$T_2 = \frac{t}{N_2} = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}.$$

В результате деления этих равенств

$$\frac{tN_2}{N_1 t} = \frac{2\pi}{2\pi}\sqrt{\frac{l_1 g}{g l_2}}, \quad \frac{l_1}{l_2} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2.$$

По условию $N_2 = 2N_1$. Значит, $\frac{l_1}{l_2} = \left(\frac{2N_1}{N_1}\right)^2 = 2^2 = 4.$

Следовательно, маятник 1 в четыре раза длиннее маятника 2.

Ответ на задание 6. Из графика на рис. 233 следует, что периоды колебаний обоих маятников одинаковы, значит, одинаковы и их циклические частоты в соответствии с формулой $\omega = \frac{2\pi}{T}$. Амплитуда колебаний маятника 1 $A_1 = 3$ см, а амплитуда маятника 2 $A_2 = 2$ см. Максимальное ускорение маятника 1 $a_{m1} = \omega^2 A_1$, а максимальное ускорение маятника 1 $a_{m2} = \omega^2 A_2$. Отношение этих ускорений

$$\frac{a_{m1}}{a_{m2}} = \frac{\omega^2 A_1}{\omega^2 A_2} = \frac{3}{2} = 1{,}5.$$

Значит, максимальное ускорение маятника 1 в полтора раза больше максимального ускорения маятника 2.

Ответ на задание 7. Если часы спешат, значит, их период меньше, чем у часов, идущих точно. Период маятниковых часов определяется формулой

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Следовательно, чтобы эти часы шли точно, надо длину l маятника увеличить.

Ответ на задание 8. Общее уравнение, описывающее гармонические колебания, $x = A\cos(\omega t + \alpha_0)$, где амплитуда A, циклическая частота ω и начальная фаза α_0 не зависят от времени t, а в выражении ωt время только в первой степени. Уравнением, соответствующим этому требованию, является уравнение 2.

Ответ на задание 9. Период колебаний математического маятника определяется формулой

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

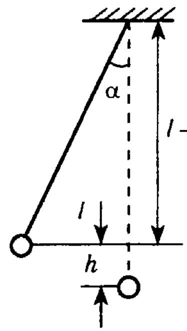


Рис. 259

Длину маятника можно связать с высотой, на которую его подняли, следующим образом. Из рис. 259 следует, что $l - h = l\cos\alpha$, откуда

$$l - l\cos\alpha = h \text{ и } l = \frac{h}{1-\cos\alpha}.$$

С учетом этого, $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{h}{g(1-\cos\alpha)}}$.

Ответ на задание 10. До изменений частота колебаний $\nu_1 = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k_1}{m_1}}$, а после изменений $\nu_2 = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k_2}{m_2}}$, причем $k_2 = 3k_1$ и $m_1 = 3m_2$. С учетом этих равенств

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k_1}{m_1}}}{\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k_2}{m_2}}} = \sqrt{\frac{m_2k_1}{k_2m_1}} = \sqrt{\frac{m_2k_1}{3k_1\cdot 3m_2}} = \frac{1}{3}, \text{ откуда}$$

$\nu_2 = 3\nu_1 = 3\cdot 4$ Гц $= 12$ Гц.

Ответ на задание 11. За время, равное одному периоду, т.е. 6 с, маятник 4 раза отклонится от положения равновесия и при этом пройдет путь, равный 4 амплитудам, т.е. пройдет 4 · 4 см = 16 см. Еще за 0,5 периода, т. е. за 3 с, маятник дважды отклонится от положения равновесия, т. е. пройдет путь, равный двум амплитудам 4 · 2 см = 8 см. Тогда весь путь, пройденный за 9 с, равен 16 см + 8 см = 24 см.

Ответ на задание 12. Из графика на рис. 234 следует, что период колебания $T = 2$ с, а амплитуда колебаний в момент $t = 0$ максимальна и по модулю равна 2 см. Значит, колебания косинусоидальные и их начальная фаза равна нулю. Циклическая частота $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi$ рад.

Следовательно, уравнением колебаний является уравнение $x = -2\cos \pi t$.

Верный ответ 1.

Ответ на задание 13. До подвешивания груза циклическая частота колебаний $\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1}}$, а после подвешивания $\omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}}$. Поскольку во втором случае знаменатель дроби под корнем стал больше, чем в первом случае, значит, ω_2 меньше ω_1, следовательно, $\omega_1 = 3\omega_2$.

или $\sqrt{\frac{k}{m_1}} = 3\sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}}$, откуда $\frac{k}{m_1} = 9\frac{k}{m_1 + m_2}$,

$$9m_1 = m_1 + m_2 \quad \text{и} \quad m_2 = 8\,m_1 = 8 \cdot 90 \text{ г} = 720 \text{ г}.$$

Ответ на задание 14. При частоте 2 Гц период колебаний $T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{2}$ с = 0,5 с.

За один период маятник, отклоненный от положения равновесия в момент $t = 0$, дважды пройдет через точку O

(рис. 232), где его кинетическая энергия достигнет максимума. А за время 16 с = 32 · 0,5 с = 32 T кинетическая энергия достигнет максимума 32 · 2 = 64 раза.

Ответ на задание 15. Формула кинетической энергии $W_k = \frac{mv^2}{2}$. Подставим в нее численное значение массы маятника и вместо скорости правую часть данного в условии уравнения:

$$W_k = \frac{0,4(5\sin 2t)^2}{2} = 5\sin^2 2t.$$

Ответ на задание 16. По закону Гука модуль максимальной силы упругости $F_{max} = kA$, где жесткость k связана с периодом колебаний формулой $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. Из таблицы следует, что период, т.е. время полного колебания, составляет 8 с, а амплитуда A = 4 см = 0,04 м. Выразим из формулы периода жесткость:

$$\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{T}{2\pi},\ \frac{m}{k} = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2,$$

откуда $k = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$.

С учетом этого $F_{max} = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A = 0,2\left(\frac{2\pi}{8}\right)^2 \cdot 0,04$ Н = $= 5 \cdot 10^{-3}$ Н.

Ответ на задание 17. Из рис. 235 следует, что резонансная частота, при которой амплитуда вынужденных колебаний достигает максимума, составляет 0,2 Гц и при резонансе она равна собственной частоте колебаний маятника. По формуле Гюйгенса

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}},$$

откуда $\sqrt{\frac{g}{l}} = 2\pi\nu$, $\frac{g}{l} = (2\pi\nu)^2$ и

$l = \frac{g}{(2\pi\nu)^2} = \frac{10}{(2\cdot 3{,}14\cdot 0{,}2)^2}$ м = 6,3 м.

Ответ на задание 18. Период колебаний математического маятника $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ не зависит от амплитуды колебаний, следовательно, он не изменится. Максимальная кинетическая энергия $W_{km} = \frac{mv_m^2}{2}$, где максимальная скорость $v_m = \omega A$. Циклическая частота $\omega = \frac{2\pi}{T}$, как и период, не зависит от амплитуды, следовательно, с уменьшением амплитуды максимальная скорость, а вместе с ней и кинетическая энергия, уменьшится. По закону сохранения механической энергии полная механическая энергия колебаний равна максимальной кинетической энергии, значит, полная механическая энергия уменьшится.

Ответ на задание 19. Максимальное ускорение маятника $a_m = \omega^2 A$. Из таблицы следует, что период колебаний маятника T = 1,6 с, а амплитуда колебаний A = 8 см. Циклическая частота $\omega = \frac{2\pi}{T}$. С учетом этих значений $a_m = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A = \left(\frac{2\cdot 3{,}14}{1{,}6}\right)^2 8$ см/с^2 = 123 см/с^2.

Ответ на задание 20. Возведем в квадрат левые и правые части данного уравнения

$$x^2 = A^2\cos^2 2\pi t. \quad (1)$$

Теперь умножим левую и правую части этого уравнения на $\frac{k}{2}$, где k — жесткость пружинного маятника.

Получим

$$\frac{kx^2}{2}=\frac{kA^2}{2}\cos^2 2\pi t\,. \qquad (2)$$

Здесь $\frac{kx^2}{2}=W_p$ — мгновенная потенциальная энергия маятника, а $\frac{kA^2}{2}=W_{p\max}$ — его максимальная потенциальная энергия.

Согласно условию задачи $\frac{kx^2}{2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{kA^2}{2}=\frac{kA^2}{4}$. Тогда $\frac{kA^2}{4}=\frac{kA^2}{2}\cos^2 2\pi t$, откуда $\cos^2 2\pi t=\frac{1}{2}$ и $\cos 2\pi t=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Значит, $2\pi t = 45° = \frac{\pi}{4}$, откуда $t = \frac{1}{8}$ с = 0,125 с.

Ответ на задание 21. Период колебаний математического маятника не зависит от его массы и определяется формулой $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Из нее следует, что если длину нити увеличить в 4 раза, то период увеличится в два раза.

Ответ на задание 22. Для определения циклической частоты колебаний пружинного маятника достаточно знать его амплитуду колебаний A и жесткость пружины k, поскольку циклическая частота $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$.

Ответ на задание 23. В положении 1 потенциальная энергия шарика максимальна, а кинетическая равна нулю. При движении к положению равновесия 2 потенциальная энергия уменьшается, а кинетическая увеличивается. Поскольку кинетическая энергия $W_k=\frac{mv^2}{2}$, то при неизменной массе маятника увеличивается его скорость. Жесткость пружины остается неизменной, так как зависит только от свойств самой пружины. Полная механическая энергия идеального маятника в процессе колебаний и при отсутствии сопротивления сохраняется.

W_p	W	k	v
В	Б	Б	А

Ответ на задание 24. Запишем уравнение колебаний: $x = A\cos\omega t$. С учетом условия задания $x = \frac{A}{2}$ уравнение примет вид $\frac{A}{2} = A\cos\omega t$, откуда $\cos\omega t = \frac{1}{2}$ и $\omega t = \frac{\pi}{3}$. Выразим циклическую частоту через период: $\omega = \frac{2\pi}{T}$. Подставив это выражение в предыдущую формулу, получим $\frac{2\pi}{T}t = \frac{\pi}{3}$, откуда $t = \frac{T}{6} = \frac{24}{6}$ с = 4 с.

Ответ на задание 25. Период колебаний каждого маятника можно выразить формулами

$$T_1 = \frac{t}{N_1} \text{ и } T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}.$$

Значит,

$$\frac{t}{N_1} = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}. \qquad (1)$$

Аналогично, для другого маятника

$$\frac{t}{N_2} = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}.$$

Разделим эти равенства друг на друга:

$\frac{tN_2}{N_1 t} = \frac{2\pi}{2\pi}\sqrt{\frac{l_1 g}{g l_2}}$, $\quad \frac{N_2}{N_1} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}}$, откуда

$$\frac{l_1}{l_2}=\frac{N_2^2}{N_1^2}. \qquad (2)$$

Теперь запишем еще одно уравнение, в которое войдут искомые длины маятников. Если внимательно посмотреть на выражение (1), то можно сделать вывод, что длиннее тот маятник, который за одинаковое время сделает меньше колебаний. Следовательно,

$$l_2 = l_1 + \Delta l. \qquad (3)$$

Выразим из (2) длину l_2 и подставим в (3):

$l_2 = l_1\frac{N_1^2}{N_2^2}$, $l_1\frac{N_1^2}{N_2^2} = l_1 + \Delta l$, откуда

$$l_1 = \frac{\Delta l}{\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 - 1} = \frac{60}{\left(\frac{20}{10}\right)^2 - 1}\text{ см} = 20\text{ см}$$

и $l_2 = 20$ см + 60 см = 80 см.

Ответ на задание 26. Частота колебаний маятника на Земле $\nu_1 = 2\pi\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g_1}{l}}$, где ускорение свободного падения на Земле $g_1 = G\frac{M_1}{R_1^2}$. С учетом этого равенства

$\nu_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{GM_1}{lR_1^2}}$. Аналогично, на Луне $\nu_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{GM_2}{lR_2^2}}$.

Тогда отношение $\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{2\pi}{2\pi}\sqrt{\frac{GM_2 lR_1^2}{lR_2^2 GM_1}} = \frac{R_1}{R_2}\sqrt{\frac{M_2}{M_1}}$. Поскольку согласно условию $M_1 = 81M_2$ и $R_1 = 3{,}6R_2$, то $\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{3{,}6R_2}{R_2}\sqrt{\frac{M_2}{81M_2}} = \frac{3{,}6}{9} = \frac{2}{5}$ или $\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{5}{2} = 2{,}5$. Значит, частота уменьшится в 2,5 раза.

Ответ на задание 27. Смещение маятника определяет уравнение $x = A\cos\omega t$, а его мгновенное ускорение $a = a_m \cos\omega t$, где $a_m = \omega^2 A$. Поэтому $a = \omega^2 A\cos\omega t = \omega^2 x$, откуда

$$x = \frac{a}{\omega^2}. \qquad (1)$$

Ускорение найдем по второму закону Ньютона:

$$a = \frac{F}{m}. \qquad (2)$$

Теперь определим квадрат циклической частоты маятника. Его максимальная кинетическая энергия $W_{km} = \frac{mv_m^2}{2}$, где $v_m = \omega A$. С учетом этого $W_{km} = \frac{m\omega^2 A^2}{2}$, откуда

$$\omega^2 = \frac{2W_{km}}{mA^2}. \qquad (3)$$

Подставим (2) и (3) в (1):

$$x = \frac{FmA^2}{2mW_{km}} = \frac{FA^2}{2W_{km}} = \frac{4\cdot10^{-3}\cdot0,04^2}{2\cdot8\cdot10^{-5}} = 0,04 \text{ м}.$$

Ответ на задание 28. Смещение маятника определяет уравнение $x = A\cos\omega t$, а его мгновенную скорость по модулю $v = v_m \sin\omega t$, где $v_m = \omega A$, поэтому $v = \omega A\sin\omega t$. Теперь найдем отношение $\frac{v}{x} = \frac{\omega A\sin\omega t}{A\cos\omega t} = \omega\,\mathrm{tg}\,\omega t$, откуда

$$\mathrm{tg}\,\omega t = \frac{v}{x\omega} = \frac{0,2}{0,05\cdot4} = 1.$$

Следовательно, $\omega t = \frac{\pi}{4}$ и $t = \frac{\pi}{4\omega} = \frac{3,14}{4\cdot4}$ с $= 0,2$ с.

Ответ на задание 29. Поскольку точки колеблются в противофазе, значит, разность фаз их колебаний $\Delta\alpha = \pi$ рад. Разность фаз $\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$, где $\alpha_1 = \omega t_1$ и

$\alpha_2 = \omega t_2$. Тогда $\Delta\alpha = \omega t_2 - \omega t_1 = \omega(t_2 - t_1)$, где $\omega = \frac{2\pi}{T}$ и $t_2 - t_1 = \frac{S_2 - S_1}{\upsilon}$. С учетом этих равенств $\Delta\alpha = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{S_2 - S_1}{\upsilon}$, откуда $T = \frac{2\pi}{\Delta\alpha} \cdot \frac{S_2 - S_1}{\upsilon} = \frac{2\pi}{\pi} \cdot \frac{1{,}1 - 1}{2{,}5}$ с = 0,08 с.

Ответ на задание 30. Расстояние от источника звука до стены S равно произведению скорости звука и времени его прохождения этого расстояния. Это время равно половине времени t = 0,8 с, поэтому $S = 0{,}5\upsilon t$, откуда $\upsilon = \frac{S}{0{,}5t} = \frac{120}{0{,}5 \cdot 0{,}8}$ м/с = 300 м/с.

Ответ на задание 31. При переходе волны из одной среды в другую период колебаний частиц сохраняется, а изменяются скорость и длина волны. В первой среде $\lambda_1 = \upsilon_1 T$, во второй среде $\lambda_2 = \upsilon_2 T$.

Тогда отношение $\frac{_1}{_2} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$, откуда

$$\upsilon_2 = \upsilon_1 \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 330\frac{10}{4} = 825 \text{ м/с.}$$

Ответ на задание 32. Поскольку в однородной среде волны распространяются равномерно и прямолинейно, то скорость волны $\upsilon_2 = \frac{S}{t} = \frac{60}{30}$ = 2 м/с. Период связан с длиной волны формулой $\lambda = \upsilon T$, откуда

$$T = \frac{\lambda}{\upsilon} = \frac{0{,}1}{2} \text{ с} = 0{,}05 \text{ с.}$$

Ответ на задание 33. Из рис. 237 следует, что половина длины волны $\frac{\lambda}{2} = 4$ см, значит, вся длина волны λ = 8 см = 0,08 м. Скорость волны

$$\upsilon = \lambda\nu = 0{,}08 \cdot 10 \text{ м/с} = 0{,}8 \text{ м/с.}$$

Ответ на задание 34. Наложение когерентных волн друг на друга с образованием максимумов и минимумов называется интерференцией. Чтобы узнать, что будет наблюдаться в месте их наложения, разделим разность хода волн на половину длины волны $\frac{\Delta r}{0,5\lambda} = \frac{12,5-10}{0,5 \cdot 5} = 1$ – нечетное число.

Значит, разность хода содержит нечетное число полуволн, что соответствует минимуму интерференции.

Верный ответ 2.

Ответ на задание 35. Чем больше частота колебаний крыльев насекомых, тем выше тон их звучания. Следовательно, чаще машет крыльями комар.

Верный ответ 3.

Ответ на задание 36. Явление изменения хода волны при прохождении сквозь отверстие, в котором укладывается несколько длин волн, называется дифракцией.

Верный ответ 3.

Ответ на задание 37. Число гребней N равно отношению расстояния S к длине волны λ: $N = \frac{S}{\lambda} = \frac{500}{5} = 100.$

Ответ на задание 38. Громкость звука зависит от амплитуды колебаний звучащего тела. Чем сильнее оттянуть струну гитары, тем громче будет звук.

Ответ на задание 39. При переходе звука из воздуха в воду период T, частота ν и циклическая частота ω звуковой волны не изменяются, скорость звука υ увеличивается и длина волны $\lambda = \upsilon T$ увеличивается тоже.

Ответ на задание 40. Энергия магнитного поля катушки станет максимальной в тот момент, когда энергия электрического поля конденсатора уменьшится до нуля. Это случится через четверть периода, считая от начала колебания, $t = \frac{T}{4}$. Из данного в условии уравнения следует, что циклическая частота $\omega = 100\,\pi$ рад/с. Поскольку $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, то $100\pi = \dfrac{2\pi}{T}$, откуда период $T = 0{,}02$ с.

Значит, время $t = \dfrac{0{,}02}{4}$ с $= 0{,}005$ с.

Ответ на задание 41. Когда ключ К в положении 1 (рис. 238), период колебаний $T_1 = 2\pi\sqrt{LC}$. Когда ключ K перекинут в положение 2, период колебаний

$$T_2 = 2\pi\sqrt{L \cdot 9C} = 2\pi\sqrt{LC}\sqrt{9} = 3T_1.$$

Значит, период увеличится в 3 раза.

Ответ на задание 42. Частота колебаний в колебательном контуре

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14\sqrt{4 \cdot 25 \cdot 10^{-12}}} \text{ Гц} = 1592 \text{ Гц}.$$

Ответ на задание 43. Уравнение гармонических электромагнитных колебаний

$$q = q_m \cos 2\pi\nu t = 5 \cos 2\pi \cdot 0{,}5 \cdot 10^6 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} = -5 \text{ мкКл}.$$

Ответ на задание 44. Согласно закону сохранения энергии максимальная энергия магнитного поля катушки идеального колебательного контура $W_{\text{м}m}$ равна максимальной энергии электрического поля конденсатора $W_{\text{эл}m}$: $W_{\text{м}m} = W_{\text{эл}m}$, где $W_{\text{эл}m} = \dfrac{CU_m^2}{2}$, поэтому

$$W_{\text{м}m} = \frac{CU_m^2}{2}, \text{ откуда}$$

$$U_m = \sqrt{\frac{2W_{\text{м}m}}{C}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{25 \cdot 10^{-6}}} \text{ В} = 20 \text{ В}.$$

Ответ на задание 45. Если сопоставить данное уравнение с уравнением колебаний напряжения в общем виде $u = U_m \cos 2\pi\nu t$, то следует, что $4 \cdot 10^6\ \pi = 2\pi\nu$, откуда $\nu = 2 \cdot 10^6$ Гц.

Ответ на задание 46. Максимальный заряд связан с максимальной силой тока в колебательном контуре формулой $I_m = \omega q_m$, откуда $q_{\max} = \dfrac{I_{\max}}{\omega}$. Из сопоставления данного в условии уравнения с уравнением колебаний силы тока в общем виде $i = I_m \sin \omega t$ следует, что амплитуда силы тока $I_m = 6{,}28$ А, а циклическая частота $\omega = 2 \cdot 10^5 \pi$, поэтому

$$q_{\max} = \frac{6{,}28}{2 \cdot 10^5 \cdot 3{,}14}\ \text{Кл} = 1 \cdot 10^{-5}\ \text{Кл} = 10\ \text{мкКл}.$$

Ответ на задание 47. Согласно закону сохранения энергии максимальная энергия магнитного поля катушки идеального колебательного контура $W_{\text{м max}}$ равна максимальной энергии электрического поля конденсатора $W_{\text{эл}\,m}$: $W_{M\,\text{m}} = W_{\text{эл}\,m}$, где $W_{\text{м}\,m} = \dfrac{LI_m^2}{2}$, следовательно,

$$W_{\text{эл}\,m} = \frac{LI_m^2}{2}, \text{ откуда } L = \sqrt{\frac{2W_{\text{эл}\,m}}{I_m^2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20 \cdot 10^{-3}}{0{,}02^2}}\ \text{Гн} = 10\ \text{Гн}.$$

Ответ на задание 48. Циклическая частота электромагнитных колебаний в колебательном контуре

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

где емкость плоского конденсатора $C = \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$.

С учетом этого $\omega_1 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} = \sqrt{L\dfrac{d}{\varepsilon_0 \varepsilon S}}$.

При увеличении расстояния между обкладками конденсатора в 9 раз $\omega_2 = \sqrt{L\dfrac{9d}{\varepsilon_0 \varepsilon S}} = 3\sqrt{L\dfrac{d}{\varepsilon_0 \varepsilon S}} = 3\omega_1$. Следовательно, циклическая частота электромагнитных колебаний увеличится в 3 раза.

Ответ на задание 49. До подключения период колебаний колебательного контура $T_1 = 2\pi\sqrt{LC}$. При параллельном подключении к конденсатору еще трех таких же параллельных конденсаторов новая емкость станет равна $4C$, поэтому новый период

$$T_2 = 2\pi\sqrt{L \cdot 4C} = 2 \cdot 2\pi\sqrt{LC} = 2T_1.$$

Значит, период колебаний увеличится вдвое.

Ответ на задание 50. Из графика на рис. 240 следует, что в момент времени $t = 2$ с сила тока в катушке максимальна, значит, согласно формуле $W_{M\max} = \frac{LI_m^2}{2}$ в этот момент энергия магнитного поля катушки максимальна, а энергия электрического поля конденсатора равна 0.

Верный ответ 3.

Ответ на задание 51. Согласно формуле собственной частоты колебательного контура $\nu_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ при уменьшении емкости конденсатора собственная частота увеличивается. Если она меньше резонансной частоты $\nu_{рез}$ (рис. 260), то с приближением $\nu_с$ к $\nu_{рез}$ сила максимального тока в контуре I_m увеличивается, достигая максимума при равенстве собственной и вынужденной резонансной частот: $\nu_с = \nu_{рез}$. При дальнейшем росте собственной частоты сила максимального тока начинает уменьшаться.

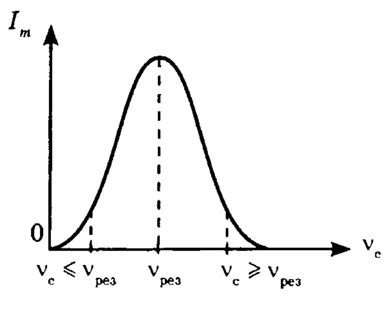


Рис. 260

Ответ на задание 52. По закону Джоуля – Ленца

$$Q = I^2Rt, \qquad (1)$$

где $t = T$.

I – действующая сила переменного тока

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}. \qquad (2)$$

Из уравнения колебаний тока, данного в условии задания, следует, что $I_m = 2A$. Активное сопротивление цепи R найдем по формуле

$$R = \rho\frac{l}{S}. \qquad (3)$$

Период T найдем, зная частоту ν:

$$T = \frac{1}{\nu}. \qquad (4)$$

Подставим (2), (3) и (4) в (1):

$$Q = \left(\frac{I_m}{\sqrt{2}}\right)^2 \rho\frac{l}{S\nu} = \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-8}\frac{2}{0{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot 50}\ \text{Дж} =$$

$= 2{,}72 \cdot 10^{-3}$ Дж $= 2{,}72$ мДж.

Ответ на задание 53. Согласно верхнему графику на рис. 241, в момент времени $t = 0$ сила тока тоже равна нулю, значит, в этот момент равна нулю и энергия магнитного поля катушки. Энергия магнитного поля катушки согласно формуле $W_M = \frac{Li^2}{2}$ прямо пропорциональна квадрату силы тока, поэтому она не может иметь отрицательные значения. С учетом этого процесс изменения энергии магнитного поля катушки правильно показан на графике 241, *б*.

Ответ на задание 54. Действующая сила переменного тока $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$. Из уравнения в условии задания следует, что максимальная сила переменного тока $I_m = 5{,}2$ А.

Следовательно, действующая сила переменного тока

$$I = \frac{5{,}6}{\sqrt{2}}\ \text{А} = 4\ \text{А}.$$

Ответ на задание 55. На первый взгляд, конденсатор пробит не будет, ведь, чтобы его пробить, надо подать на его обкладки напряжение, превышающее пробивное напряжение 300 В, а в сети всего 220 В. Но надо знать, что 220 В — это действующее напряжение переменного тока, а его максимальное напряжение, как это следует из формулы, $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$.

$U_{max} = U\sqrt{2} = 220\sqrt{2}$ В = 308 В > 300 В, значит, конденсатор будет пробит.

Ответ на задание 56. Измерительные приборы (в том числе и амперметр), включенные в цепь переменного тока, показывают его действующее значение. Значит, амперметр, включенный в цепь переменного тока, показывает действующую силу тока.

Верный ответ 3.

Ответ на задание 57. Напряжения на обмотках трансформатора прямо пропорциональны числу витков в них $\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$, откуда число витков во вторичной обмотке

$N_2 = N_1 \frac{U_2}{U_1}$. Напряжение на вторичной обмотке U_2 равно сумме напряжения на потребителе U и потерь напряжения на сопротивлении вторичной обмотки $\Delta U = IR$:

$U_2 = U + IR$. С учетом этого

$$N_2 = N_1 \frac{U + IR}{U_1} = 1000 \frac{10 + 2 \cdot 0,5}{220} = 50.$$

Ответ на задание 58. Электрический резонанс наступит при равенстве собственной и вынужденной резонансной частот или периодов, поскольку период $T = \frac{1}{\nu}$. Из таблицы следует, что период, т. е. время полного колебания, $T = 8$ с. По формуле Томсона $T = 2\pi\sqrt{LC}$, откуда

$$C = \frac{1}{L}\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = \frac{1}{40}\left(\frac{8}{2 \cdot 3{,}14}\right)^2 = 0{,}04 \text{ Ф}.$$

Ответ на задание 59. Из графика на рис. 242 следует, что период колебаний T_1 = 8 мкс = $8 \cdot 10^{-6}$ с, значит, частота $\nu_1 = \frac{1}{T} = \frac{1}{8 \cdot 10^{-6}}$ Гц = $1{,}25 \cdot 10^5$ Гц.

Эта частота $\nu_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$. Если индуктивность L увеличить в 4 раза, то новая частота $\nu_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{4LC}} =$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{\nu_1}{2} = \frac{1{,}25 \cdot 10^5}{2}$ Гц = $6{,}25 \cdot 10^4$ Гц.

Ответ на задание 60. Длина волны в воздухе $\lambda = cT$, где период $T = 2\pi\sqrt{LC}$, поэтому

$$\lambda = c \cdot 2\pi\sqrt{LC}. \qquad (1)$$

$W_{\text{м}\,m} = W_{\text{эл}\,m}$, где $W_{\text{м}\,m} = \frac{LI_m^2}{2}$ и $W_{\text{эл}\,m} = \frac{q_m^2}{2C}$, следовательно, $\frac{LI_m^2}{2} = \frac{q_m^2}{2C}$, откуда

$$LC = \frac{q_m^2}{I_m^2}. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$\lambda = c \cdot 2\pi\sqrt{\frac{q_m^2}{I_m^2}} = 2\pi c\frac{q_m}{I_m} = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6}}{8}$ м =

= 0,093 м = 9,3 см.

Ответ на задание 61. Во многих школьных учебниках приводится картинка, показывающая в декартовой системе координат направления жестко связанных между собой векторов электрической напряженности $\vec{E}$, магнитной индукции $\vec{B}$ и скорости электромагнитной волны в воздухе c (рис. 261). Постарайтесь ее запомнить. Если теперь повернуть вектор $\vec{B}$, направив его за чертеж, то жестко связанный с ним вектор $\vec{E}$ окажется направленным вниз. Значит, на рис. 243 правильно показывает направление вектора электрической напряженности $\vec{E}$ в этой волне стрелка 3.

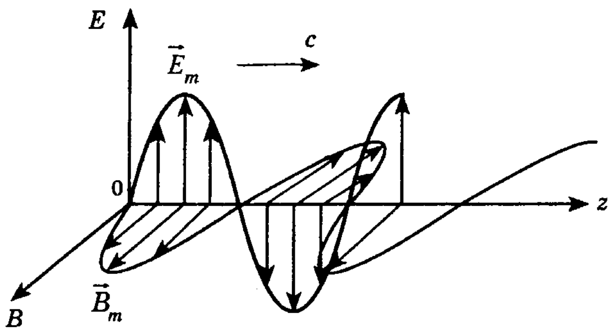


Рис. 261

Ответ на задание 62. Длина волны в воздухе $\lambda = cT$. Период T связан с циклической частотой ω формулой

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \text{ откуда } T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Из сопоставления уравнения силы переменного тока в общем виде $i = I_m \cos \omega t$ с данным в условии задания следует, что $\omega = 4 \cdot 10^5 \pi$ рад/с.

Тогда период $T = \frac{2\pi}{4 \cdot 10^5 \pi}$ с $= 5 \cdot 10^{-6}$ с. С учетом этого $\lambda = 3 \cdot 10^8 \cdot 5 \cdot 10^{-6}$ м $= 1500$ м $= 1{,}5$ км.

Ответ на задание 63. Радиоволны являются поперечными и их длина волны больше, чем у инфракрасных лучей (рис. 262).

Верный ответ 2.

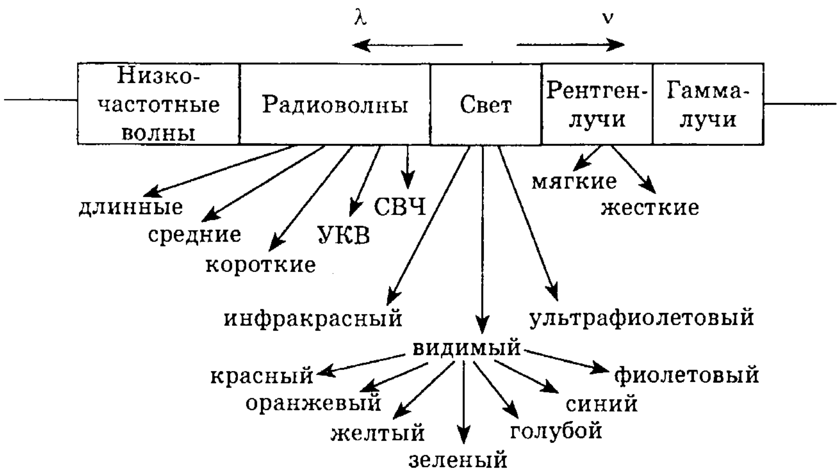


Рис. 262

Ответ на задание 64. Частота электромагнитных колебаний $\nu = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$. Отсюда следует, что при уменьшении индуктивности L и емкости C частота увеличивается. Следовательно, чтобы электромагнитные волны были высокочастотными, емкость конденсатора и индуктивность катушки должны быть малыми.

Верный ответ 3.

Ответ на задание 65. Это явление называется интерференцией. Свет, создающий наблюдаемую на экране картину, испускается одним источником света, благодаря чему волны, проходящие сквозь два малых отверстия, являются когерентными.

Верный ответ В.

Ответ на задание 66. Поперечность световых волн подтверждает явление поляризации.

Верный ответ 2.

Ответ на задание 67. Газы в атомарном состоянии дают линейчатый спектр, в молекулярном состоянии — полосатый, а светящиеся жидкости и твердые тела —

сплошной. Следовательно, полосатый спектр дает молекулярный кислород.

Верный ответ 4.

Ответ на задание 68. Длина l, на которой уложится $N = 8 \cdot 10^8$ длин волн света, равна произведению длины волны λ и числа длин волн: $l = \lambda N$. Длина волны равна произведению скорости волны в воздухе c и периода колебаний T: $\lambda = cT$. С учетом этого

$$l = cTN = 3 \cdot 10^8 \cdot 4 \cdot 10^{-15} \cdot 8 \cdot 10^8 \text{ м} = 960 \text{ м}.$$

Ответ на задание 69. Из формулы максимума на дифракционной решетке

$d \sin \varphi = k\lambda$ следует, что $\sin\varphi = \dfrac{k\lambda}{d} = \dfrac{2 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-6}}{0{,}002 \cdot 10^{-3}} = 0{,}5.$

Значит, угол дифракции $\varphi = 30°$.

Ответ на задание 70. Скорость света в стекле равна отношению скорости света в вакууме c к абсолютному показателю преломления стекла n: $v = \dfrac{c}{n}$. Следовательно, чем сильнее преломляются лучи в стекле, тем меньше там их скорость. Видимый спектр преломленных лучей в стеклянной призме показан на рис. 263. Из рисунка следует, что сильнее других преломляется луч фиолетового света, а слабее — красного. Значит, наибольшей

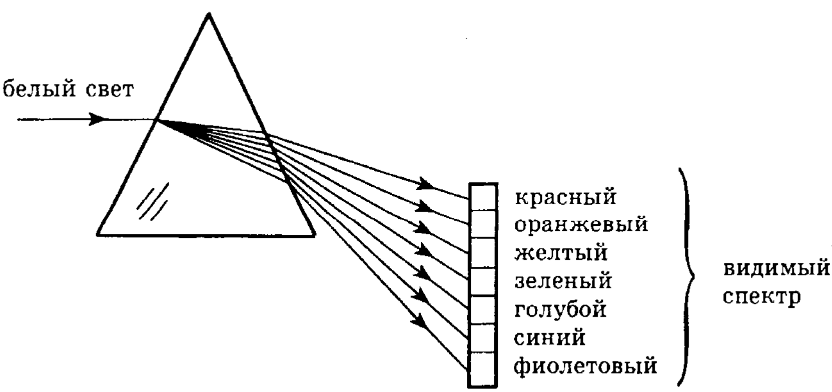


Рис. 263

скоростью в стекле обладают волны красного цвета, а наименьшей — фиолетового. Поэтому по мере увеличения скорости света в стекле линии спектра следует расположить в следующем порядке: фиолетовый, голубой, зеленый, красный.

Верный ответ 1.

Ответ на задание 71. Период дифракционной решетки — это сумма ширины прозрачной и непрозрачной полос.

Верный ответ 4.

Ответ на задание 72. Волны ультрафиолетового света на шкале электромагнитных волн расположены между видимым светом и рентгеновским излучением.

Верный ответ 4.

Ответ на задание 73. Когерентными являются волны с одинаковой длиной волны.

Верный ответ 2.

Ответ на задание 74. Цвета радуги объясняются дисперсией.

Верный ответ 2.

Ответ на задание 75. Лист мы видим зеленым, потому что в глаз попадают преимущественно лучи зеленого цвета, отраженные листом. Но красное стекло пропускает только красные лучи, остальные поглощает. Поэтому оно поглотит и зеленые лучи, значит, зеленый лист, если его рассматривать через красное стекло, будет виден черным.

Верный ответ 2.

Ответ на задание 76. Скорость света в воде в n раз меньше скорости света в воздухе, где $n = 1{,}33$ — показатель преломления воды. Значит, при переходе света из воздуха в воду уменьшается его скорость. Длина волны связана со скоростью света формулой $\lambda = vT$. При переходе света из воздуха в воду период T не изменяется, а скорость уменьшается, значит, и длина волны уменьшается тоже.

Верный ответ 3.

Ответ на задание 77. Согласно условию максимума на дифракционной решетке $d \sin \varphi = k\lambda$, с увеличением длины световой волны λ угол дифракции φ увеличивается. Но поскольку в видимом спектре длиннее других волн волны красного цвета, а короче всех фиолетового, то красные лучи сильнее всего отклоняются от первоначального направления лучей, падающих на решетку, так как им соответствует наибольший угол дифракции, а фиолетовые слабее всего. А при прохождении лучей через призму сильнее всего отклоняются от первоначального направления лучи фиолетового цвета (рис. 263), а красные слабее всего. Поэтому в призменном спектре цвета расположены в обратном порядке по сравнению с дифракционным.

Ответ на задание 78. Чтобы яркость света была максимальной, разность хода волн, упавших на верхнюю и нижнюю ступеньки, которой является высота ступеньки h, должна содержать целое число длин волн: $h = k\lambda$. При минимальной высоте ступеньки $k = 1$, поэтому $h = \lambda$.

Ответ на задание 79. Обратимся к рис. 264, на котором изображен ход лучей от двух когерентных точечных источников S_1 и S_2. Расстояние d между источниками во много раз меньше расстояния L от каждого источника до экрана. На экране в точке O всегда будет светлая полоса, так как здесь интерферируют волны, сходящиеся в одной фазе. Это нулевой максимум $k = 0$. Слева и справа от него располагаются симметричные максимумы первого, второго и т.д. порядков, разделенные темными промежутками — минимумами.

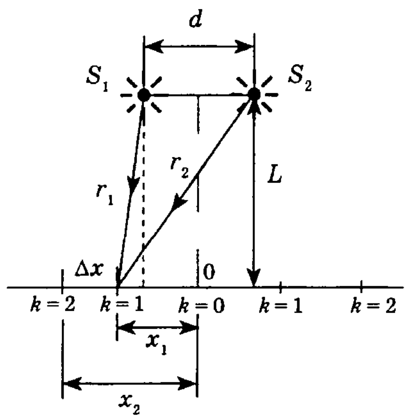


Рис. 264

Разность хода

$$\Delta r = r_2 - r_1,$$

где r_1 и r_2 — расстояния от каждого источника до определенного максимума. Расстояние между соседними максимумами освещенности $\Delta x = x_2 - x_1$, где x_1 и x_2 — соответственно расстояния от нулевого максимума до соседних максимумов $k = 1$ и $k = 2$. По теореме Пифагора

$$r_1^2 = L^2 - (x_1 - 0{,}5d)^2 \text{ и } r_2^2 = L^2 + (x_1 + 0{,}5d)^2.$$

Вычтем из последнего равенства предыдущее:

$$r_2^2 - r_1^2 = L^2 + (x_1 + 0{,}5d)^2 - L^2 + (x_1 - 0{,}5d)^2 = 2x_1d$$

или $(r_1 + r_2)(r_2 - r_1) = 2x_1d$. При малом расстоянии d между источниками $r_1 + r_2 = 2L$, поэтому

$$\Delta r = r_2 - r_1 = \frac{x_1d}{L}.$$

По условию максимума $\Delta r = k\lambda$, тогда $\frac{x_1d}{L} = k\lambda$, где максимум первого порядка $k = 1$. Отсюда $x_1 = \frac{\lambda L}{d}$, а $x_2 = 2\frac{\lambda L}{d}$, поскольку порядок соседнего максимума $k = 2$.

Значит, расстояние между соседними максимумами $\Delta x = x_2 - x_1 = 2\frac{\lambda L}{d} - \frac{\lambda L}{d} = \frac{\lambda L}{d}$. Следовательно:

1) если, не меняя расстояния d между источниками, удалять их от экрана, т.е. увеличивать расстояние L, то расстояние Δx между соседними максимумами будет увеличиваться;
2) если, не меняя расстояния L от источников до экрана, сближать источники друг с другом, т.е. уменьшать расстояние d, то расстояние Δx между соседними максимумами будет увеличиваться;
3) если уменьшать длину световой волны λ, испускаемой источниками, при неизменных расстояниях L и d, то расстояние Δx между соседними максимумами будет уменьшаться.

Ответ на задание 80. Расстояние S между Землей и Марсом равно произведению скорости электромагнитной волны в вакууме $c = 3 \cdot 10^8$ м/с и половины времени t, прошедшего с момента испускания радаром волны в направлении Марса и до момента ее приема после отражения от него: $S = 0,5ct$. Отсюда время, через которое сигнал вернется на Землю после его испускания,

$$t = \frac{S}{0,5c} = \frac{3 \cdot 10^{11}}{0,5 \cdot 3 \cdot 10^{8}} \text{ с} = 2 \cdot 10^{3} \text{ с} = 33 \text{ мин.}$$

Ответы на задания части 2

Ответ на задание 1. На брусок действуют сила тяжести $m_1\vec{g}$, сила реакции опоры $\vec{F}_N$, сила натяжения нити $\vec{F}_\text{н}$ и сила трения $\vec{F}_\text{тр}$ (рис. 265). Брусок покоится, значит, эти силы уравновешены, т.е. мы можем записать:

$$m_1 g = F_N \quad \text{и} \quad F_\text{н} = F_\text{тр}. \qquad (1)$$

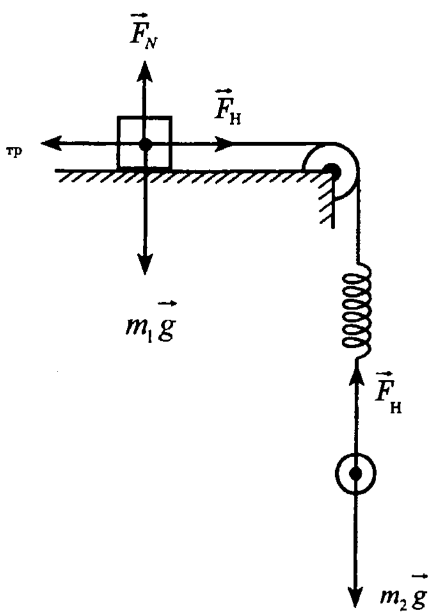


Рис. 265

Выразим сразу силу трения через известный коэффициент трения:

$$F_{тр} = \mu F_N = \mu m_1 g. \qquad (2)$$

На пружинный маятник в процессе колебаний действует сила тяжести $m_2\vec{g}$, направленная вниз, и сила натяжения нити $\vec{F}_н$.

В нижнем положении маятника сила натяжения направлена вверх и по модулю больше сила тяжести. Равнодействующая этих сил

$$m_2 a_m = F_н - mg$$

или с учетом (1) и (2)

$$m_2 a_m = \mu m_1 g - m_2 g = g(\mu m_1 - m_2),$$

откуда
$$a_m = g\frac{\mu m_1 - m_2}{m_2}. \qquad (3)$$

Теперь свяжем максимальное ускорение с искомой циклической частотой: $a_m = \omega^2 A$, где $\omega = 2\pi\nu$.

Тогда $g\dfrac{\mu m_1 - m_2}{m_2} = (2\pi\nu)^2 A$, откуда $A = \dfrac{g(\mu m_1 - m_2)}{(2\pi\nu)^2 m_2}$.

Ответ на задание 2. 1) Обратимся к рис. 247, *а*. Поскольку нам сказано, что трением в этой системе можно пренебречь, т. е. колебания шарика являются идеальными, применим к его движению закон сохранения механической энергии. Будем рассуждать так. Когда мы оттягиваем шарик от положения равновесия, например вниз, мы сообщаем пружинам, а вместе с ними и самому шарику запас потенциальной энергии. Потенциальная энергия упругой деформации первой пружины, растянутой вначале на величину ее амплитуды колебаний A_1,

$$W_{p1} = \frac{k_1 A_1^2}{2}.$$

Аналогично потенциальная энергия второй пружины, растянутой на величину амплитуды ее колебания A_2,

$$W_{p2} = \frac{k_2 A_2^2}{2}.$$

По закону сохранения механической энергии потенциальная энергия упругой деформации обеих пружин превратится в кинетическую энергию колеблющегося маятника, когда оно будет «проскакивать» через положение равновесия: $W_{km} = \frac{mv_m^2}{2}$: $W_{km} = W_{p1} + W_{p2}$, или

$$\frac{mv_m^2}{2} = \frac{k_1 A_1^2}{2} + \frac{k_2 A_2^2}{2}. \qquad (1)$$

Максимальную скорость v_m мы можем определить через циклическую частоту колебаний тела ω с помощью формулы $v_m = \omega A$. В свою очередь, циклическая частота колебаний ω связана с периодом колебаний T соотношением $\omega = \frac{2\pi}{T}$, поэтому

$$v_m = \frac{2\pi}{T} A. \qquad (2)$$

Нетрудно догадаться, что амплитуда колебаний равна сумме амплитуд колебаний пружин, т. е. сумме их деформаций в момент, когда мы оттянули шарик от положения равновесия. Тогда, подставив эту сумму $A = A_1 + A_2$ в (2), получим

$$v_m = \frac{2\pi}{T}(A_1 + A_2). \qquad (3)$$

Теперь подставим (3) в (1):

$$\frac{m\left(2\pi\left(A_1 + A_2\right)\right)^2}{2T^2} = \frac{k_1 A_1^2}{2} + \frac{k_2 A_2^2}{2},$$

откуда

$$T = 2\pi\left(A_1 + A_2\right)\sqrt{\frac{m}{k_1 A_1^2 + k_2 A_2^2}}. \qquad (4)$$

Мы могли бы решить это уравнение относительно искомой частоты, но нам неизвестны амплитуды колебаний пружин A_1 и A_2. Значит, надо записать еще какое-нибудь уравнение, куда вошли бы эти амплитуды. Здесь следует догадаться, что, когда мы действуем на шарик с некоторой силой, оттягивая его вниз, то по третьему закону Ньютона с точно такой же силой мы действуем и на каждую пружину, поэтому в них возникают одинаковые силы упругости, которые по закону Гука соответственно равны: $F_{упр1} = -k_1A_1$ и $F_{упр2} = -k_2A_2$. Поскольку силы упругости равны, а жесткости пружин разные, значит, и деформации пружин, т. е. амплитуды их колебаний, будут разными. Но так как сами силы упругости одинаковы, мы можем записать равенство

$F_{упр1} = F_{упр2}$ или $-k_1A_1 = -k_2A_2$, откуда

$$A_2 = A_1\frac{k_1}{k_2}. \qquad (5)$$

Если теперь подставить (5) вместо A_2 в (4), то неизвестную нам амплитуду A_1 можно будет вынести из-под корня и сократить:

$$T = 2\pi\left(A_1 + A_1\frac{k_1}{k_2}\right)\sqrt{\frac{m}{k_1A_1^2 + k_2A_1^2\frac{k_1^2}{k_2^2}}} =$$

$$= 2\pi(k_1 + k_2)\sqrt{\frac{m}{k_1k_2^2 + k_2k_1^2}} = 2\pi\sqrt{\frac{(k_1+k_2)^2 m}{k_1k_2(k_1+k_2)}} =$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}.$$

2) Теперь обратимся к рис. 247, *б*. Здесь мы тоже применим закон сохранения механической энергии, но теперь амплитуда колебаний A обеих пружин и самого шарика будет одна и та же. Ведь деформация A обеих пружин будет одинакова и на такое же расстояние сместится сам шарик. С учетом этого запишем закон сохранения механической энергии следующим образом:

$$W_{k1} = W_{p1} + W_{p2} \quad \text{или} \quad \frac{mv_m^2}{2} = \frac{k_1A^2}{2} + \frac{k_2A^2}{2}.$$

Отсюда $v_m = A\sqrt{\dfrac{k_1+k_2}{m}}$, где $v_m = \omega A$ и $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, поэтому $v_m = \frac{2\pi}{T}A$ и $T = \frac{2\pi A}{v_m} = \frac{2\pi A}{A}\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}$.

Ответ на задание 3. Поскольку удар неупругий, то шар с пулей сразу после удара станет двигаться со скоростью v_0, которую мы сможем определить, воспользовавшись законом сохранения импульса системы пуля – шар. По этому закону импульс пули до попадания в шар mv равен суммарному импульсу пули с шаром $(M + m)v_0$ после попадания: $mv = (m + M)v_0$.

Отсюда скорость шара с пулей сразу после удара

$$v_0 = \frac{mv}{m+M}. \qquad (1)$$

Максимальная скорость колебаний тела v_0 связана с циклической частотой и амплитудой этих колебаний соотношением

$$v_0 = \omega A. \qquad (2)$$

Циклическая частота колебаний пружинного маятника с пулей

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m+M}}. \qquad (3)$$

Подставляем (3) в (2):

$$v_0 = A\sqrt{\frac{k}{m+M}}. \qquad (4)$$

Теперь подставим (4) в (1): $A\sqrt{\frac{k}{m+M}} = \frac{mv}{m+M}$.

Отсюда $$k = \frac{1}{m+M}\left(\frac{mv}{A}\right)^2.$$

Ответ на задание 4. По закону сохранения механической энергии максимальная кинетическая энергия кубика на дне емкости равна его максимальной потенциальной энергии на ее краю: $W_{km} = W_{pm}$.

По формуле кинетической энергии

$$W_{km} = \frac{mv_m^2}{2}. \tag{1}$$

Максимальную скорость кубика найдем по формуле $v_m = \omega A$, где A — амплитуда колебаний кубика. Ее мы найдем по теореме Пифагора $A = \sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2R^2} = R\sqrt{2}$.

С учетом этого максимальная скорость кубика на дне емкости будет равна

$$v_m = \omega R\sqrt{2}. \tag{2}$$

Подставим (2) в (1):

$$W_{km} = \frac{m\left(\omega R\sqrt{2}\right)^2}{2} = \frac{2m(\omega R)^2}{2} = m(\omega R)^2. \tag{3}$$

Максимальную потенциальную энергию кубика определим по формуле потенциальной энергии тела, поднятого на высоту $R = 0,5d$:

$$W_{pm} = 0,5mgd. \tag{4}$$

Приравняем правые части равенств (3) и (4):

$m(\omega \cdot 0,5d)^2 = mg \cdot 0,5d$, откуда $\omega = \sqrt{\dfrac{2g}{d}}$.

Ответ на задание 5. Поскольку трение отсутствует, то, сколько времени t_1 кубик скатывается с вершины 1 до основания, столько же он поднимается с основания до вершины 1. И то же самое можно сказать о времени t_2 подъема и таком же времени скатывания с вершины 2. Тогда период T равен

$T = 2t_1 + 2t_2 = 2(t_1 + t_2)$, а частота

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2(t_1 + t_2)}. \tag{2}$$

Задача сводится к нахождению времени спуска t_1 кубика с вершины 1 до основания наклонной плоскости и времени его подъема t_2 от основания до вершины 2. В прямоугольном треугольнике с катетом h и противолежащим ему углом α гипотенуза есть путь S_1, пройденный кубиком при спуске с вершины 1 (рис. 266). Этот путь найдем по формуле $S_1 = \dfrac{h}{\sin\alpha}$.

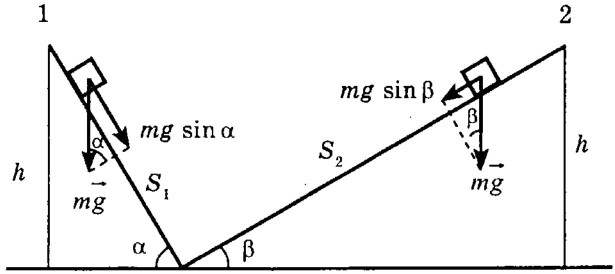


Рис. 266

На этом пути на кубик действует скатывающая его сила $mg \sin\alpha$, являющаяся составляющей силы тяжести $\vec{mg}$ и равная по второму закону Ньютона произведению массы кубика m и его ускорения a_1:

$$mg \sin\alpha = ma_1, \quad \text{откуда} \quad a_1 = g \sin\alpha.$$

Зная ускорение кубика и путь, пройденный им с вершины 1 до основания, мы найдем время этого спуска из формулы кинематики, когда начальная скорость равна нулю:

$S_1 = \dfrac{at_1^2}{2}$, откуда

$$t_1 = \sqrt{\frac{2S_1}{a_1}} = \sqrt{\frac{2h}{g\sin\alpha \cdot \sin\alpha}} = \frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{2h}{g}}. \qquad (3)$$

Конечная скорость кубика у основания при спуске с вершины 1 является его начальной скоростью при подъеме до вершины 2. Эту скорость v_1 несложно найти по формуле $v = v_0 + at$ для случая равнозамедленного движения с ускорением a_2 к вершине 2, когда конечная скорость кубика равна нулю: $0 = v_1 - a_2 t_2$, где по аналогии $a_2 = g \sin\beta$, поэтому $v_1 = gt_2 \sin\beta$.

И эта же скорость при равноускоренном спуске без начальной скорости с вершины 1 равна

$$v_1 = a_1 t_1 = g t_1 \sin\alpha.$$

Приравняв правые части двух последних равенств, выразим время t_2 через уже найденное время t_1:

$$g t_2 \sin\beta = g t_1 \sin\alpha,$$

откуда $t_2 = t_1 \dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}$, или с учетом выражения (3)

$$t_2 = \frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{2h}{g}} \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{1}{\sin\beta}\sqrt{\frac{2h}{g}}. \qquad (4)$$

Теперь подставим правые части равенств (3) и (4) вместо времени t_1 и t_2 в выражение (2):

$$\nu = \frac{1}{2\left(\dfrac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\dfrac{2h}{g}} + \dfrac{1}{\sin\beta}\sqrt{\dfrac{2h}{g}}\right)} = \frac{\sin\alpha\sin\beta}{2(\sin\alpha + \sin\beta)}\sqrt{\frac{g}{2h}}.$$

Ответ на задание 6. Разность потенциалов U, возникшая на концах колеблющегося в магнитном поле стержня, равна ЭДС электромагнитной индукции $\mathcal{E}_i$, которая будет действовать в стержне в процессе его движения в магнитном поле. Из теории магнетизма мы знаем, что ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$, возникающая на концах проводника длиной l, движущегося в магнитном поле индукцией B со скоростью v, определяется произведением индукции магнитного поля B, скорости проводника v, его длины l и синуса угла α между направлением магнитного поля и направлением движения проводника. В нашем случае проводник движется перпендикулярно линиям вектора, поэтому синус угла 90° равен единице и

$$U = \mathcal{E}_i = Bvl\sin\alpha = Bvl.$$

Так как B и l – постоянные величины, то разность потенциалов $U = \mathcal{E}_i$ достигнет максимума, когда достигнет максимума скорость стержня:

$$U_m = Bv_m l. \qquad (1)$$

Максимальная скорость стержня $v_m = \omega A$.

Циклическая частота стержня связана с его массой m и жесткостью пружины k, на которой он подвешен, соотношением $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$. С учетом этого

$$U_m = BAl\sqrt{\frac{k}{m}} = 0{,}2 \cdot 0{,}08 \cdot 0{,}5\ \sqrt{\frac{10}{0{,}1}}\ \text{В} = 0{,}08\ \text{В}.$$

Ответ на задание 7. Запишем формулу Гюйгенса, определяющую период свободных колебаний математического маятника T_1, когда он был еще не заряжен и не находился в электрическом поле:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \qquad (1)$$

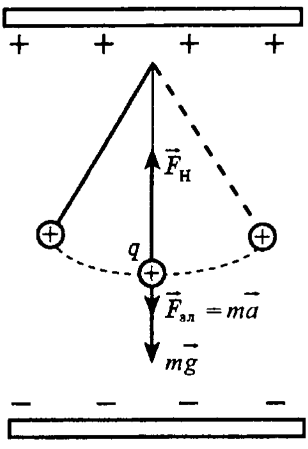


Рис. 267

Когда маятник зарядили и поместили в электрическое поле, на него помимо силы тяжести $m\vec{g}$ стала действовать еще электрическая сила $\vec{F}_{эл}$, направленная, как и сила тяжести, вниз, поскольку нижняя обкладка, заряженная разноименно с зарядом шарика, стала его к себе притягивать, а верхняя отталкивать (рис. 267). Поэтому шарик, кроме ускорения свободного падения $\vec{g}$, приобрел еще и дополнительное ускорение $\vec{a}$, сонаправленное с ускорением свободного падения. Это дополнительное ускорение обусловлено силой, действующей на заряженный шарик в электрическом поле конденсатора. Теперь формулу Гюйгенса для периода T_2 колебаний заряженного шарика в электрическом поле мы должны записать так:

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + a}}. \qquad (2)$$

По второму закону Ньютона ускорение a равно отношению силы $F_{эл}$ к массе шарика m: $a = \dfrac{F_{эл}}{m}$.

Силу $F_{эл}$, действующую на шарик со стороны поля плоского конденсатора, определим как произведение заряда шарика q и напряженности E поля конденсатора $F_{эл} = qE$.

Поскольку поле плоского конденсатора однородное, то его напряженность E связана с напряжением на обкладках U зависимостью $E = \dfrac{U}{d}$.

С учетом этого $F_{эл} = q\dfrac{U}{d}$

и
$$a = \frac{qU}{md}. \tag{3}$$

Подставим (3) в (2):
$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + \dfrac{qU}{md}}} = 2\pi\sqrt{\frac{mdl}{mgd + qU}}. \tag{4}$$

Напряжение U на обкладках конденсатора определим отношением заряда q_0 на обкладках к емкости конденсатора C: $U = \dfrac{q_0}{C}$, где емкость плоского воздушного конденсатора $C = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$. С учетом этого
$$U = \frac{q_0 d}{\varepsilon_0 S}. \tag{5}$$

Подставим (5) в (4):
$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{mdl}{mgd + q\dfrac{q_0 d}{\varepsilon_0 S}}} = 2\pi\sqrt{\frac{\varepsilon_0 mlS}{\varepsilon_0 mgS + qq_0}}. \tag{6}$$

Разделим (6) на (1):

$$\frac{T_2}{T_1}=\frac{2\pi}{\pi}\sqrt{\frac{\varepsilon_0 mlSg}{l(\varepsilon_0 mgS+qq_0)}}=\sqrt{\frac{\varepsilon_0 mgS}{\varepsilon_0 mgS+qq_0}}.$$

Ответ на задание 8. Кубик не начнет скользить по плоскости при равенстве силы трения $F_{тр}$ и максимальной силы F_m, действующей на него в процессе колебаний: $F_{тр} = F_m$. Если же эта сила превысит силу трения, то начнется скольжение. Сила трения $F_{тр} = \mu mg$.

По второму закону Ньютона $F_m = ma_m$, где максимальное ускорение $a_m = \omega^2 A$.

Угловая скорость $\omega = 2\pi\nu$. С учетом этого

$\mu mg = m(2\pi\nu)^2 A$, откуда $\nu = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{\mu g}{A}}$.

Ответ на задание 9. Если шарик вывести из положения равновесия (рис. 268), например, приблизив его к заряду в точке 1 на расстояние A, то этот заряд станет отталкивать шарик сильнее, чем заряд в точке 2, от которого шарик удалится, и возникнет равнодействующая сила $\vec{F}$, направленная к положению равновесия (рис. 268) и равная разности сил отталкивания $F = F_1 - F_2$, которая создаст максимальное ускорение a_m. В результате шарик станет совершать колебания с амплитудой A. По второму закону Ньютона $a_m = \dfrac{F}{m}=\dfrac{F_1 - F_2}{m}$.

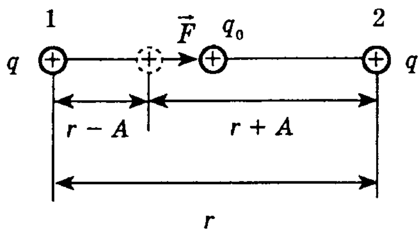


Рис. 268

По закону Кулона $F_1 = k\dfrac{q_0 q}{(r-A)^2}$ и $F_2 = k\dfrac{q_0 q}{(r+A)^2}$.

С учетом этих равенств

$$a_m = k\frac{q_0 q}{m}\left(\frac{1}{(r-A)^2} - \frac{1}{(r+A)^2}\right) =$$

$$= k\frac{q_0 q}{m}\cdot\frac{r^2 + 2rA + A^2 - r^2 + 2rA - A^2}{(r-A)^2(r+A)^2} = 4k\frac{q_0 qrA}{\left(r^2 - A^2\right)^2}.$$

Выразим максимальное ускорение шарика через частоту его колебаний: $a_m = \omega^2 A$, где $\omega = \frac{2\pi}{T}$, поэтому

$$a_m = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A.$$

Приравняем правые части выражений для a_m:

$4k\frac{q_0 qrA}{\left(r^2 - A^2\right)^2} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A$. Отсюда $T = \pi\frac{r^2 - A^2}{\sqrt{kqq_0 r}}$.

Ответ на задание 10. Когда цилиндр плавает, действующие на него и противоположно направленные сила тяжести $m\vec{g}$ и выталкивающая архимедова сила $\vec{F}_A$ уравновешивают друг друга. Если его немного погрузить, выталкивающая архимедова сила увеличится на ΔF_A и цилиндр приобретет ускорение a_m. В результате цилиндр станет совершать вертикальные колебания. По второму закону Ньютона $\Delta F_A = ma_m$.

По формуле выталкивающей силы

$$\Delta F_A = (\rho_2 - \rho_1)g\Delta V,$$

где изменение объема погруженного цилиндра $\Delta V = AS$. Здесь A — глубина дополнительного погружения, равная амплитуде колебаний. С учетом этого

$$\Delta F_A = (\rho_2 - \rho_1)gAS. \quad (1)$$

Максимальное ускорение цилиндра $a_m = \omega^2 A$, где $\omega = 2\pi\nu$, поэтому $a_m = (2\pi\nu)^2 A$. Подставим это равенство во второй закон Ньютона:

$$\Delta F_A = m(2\pi\nu)^2 A. \quad (2)$$

Теперь приравняем правые части равенств (1) и (2):

$$(\rho_2 - \rho_1)gAS = m(2\pi\nu)^2 A,$$

$$(\rho_2 - \rho_1)gS = m(2\pi\nu)^2.$$

Выразим массу цилиндра m через его плотность ρ и объем $V = hS$:

$$m = \rho hS.$$

С учетом этого $(\rho_2 - \rho_1)gS = \rho hS(2\pi\nu)^2$,

$(\rho_2 - \rho_1)g = \rho h(2\pi\nu)^2$, откуда $\rho = \dfrac{(\rho_2 - \rho_1)g}{h(2\pi\nu)^2}$.

Ответ на задание 11. При отклонении маятника от положения равновесия на высоту

$$h = l - l\cos\alpha = 2l\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

он приобретает потенциальную энергию

$$W_p = mgh = 2mgl\sin^2\frac{\alpha}{2} \text{ (рис. 269).}$$

Эта потенциальная энергия полностью превращается в кинетическую при прохождении маятником прежнего положения равновесия O: $W_k = \dfrac{mv^2}{2}$.

Значит, $W_p = W_k$ или

$$2mgl\sin^2\frac{\alpha}{2} = = \frac{mv^2}{2},$$

$$2gl\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{v^2}{2}. \qquad (1)$$

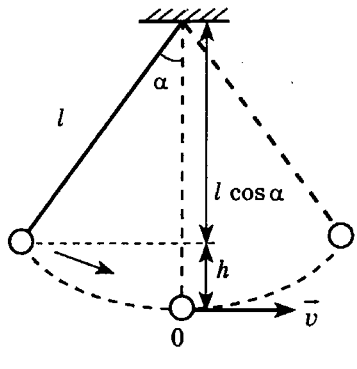


Рис. 269

В процессе одного полного колебания на маятник дважды действует в направлении его движения сила F, а при совершении N колебаний, она будет действовать $2N$ раз. Согласно основному уравнению динамики, импульс этой силы за все время колебаний $Ft \cdot 2N$ равен изменению импульса маятника mv:

$2FtN = \Delta mv = mv - 0 = mv$, откуда

$$v = \frac{2FtN}{m}. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$2gl\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{(2FtN)^2}{2m^2}, \quad gl\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{(FtN)^2}{m^2},$$

$$\sqrt{gl}\,\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{FtN}{m}, \text{ откуда } m = \frac{FtN}{\sqrt{gl}\,\sin\frac{\alpha}{2}}.$$

Ответ на задание 12. Согласно закону сохранения энергии максимальная энергия магнитного поля катушки идеального колебательного контура $W_{\text{м}\,m}$ равна максимальной энергии электрического поля конденсатора $W_{\text{эл}\,m}$ и равна сумме мгновенной энергии магнитного поля $W_{\text{м}}$ и мгновенной энергии электрического поля $W_{\text{эл}}$:

$$W_{\text{м}\,m} = W_{\text{эл}\,m} = W_{\text{м}} + W_{\text{эл}},$$

где $W_{\text{м}\,m} = \frac{LI_m^2}{2}$ и $W_{\text{эл}\,m} = \frac{CU_m^2}{2}$, поэтому $\frac{LI_m^2}{2} \quad \frac{CU_m^2}{2}$ откуда

$$\frac{L}{C} = \left(\frac{U_m}{I_m}\right)^2. \qquad (1)$$

Мгновенная энергия магнитного поля $W_{\text{м}} = \frac{Li^2}{2}$, а мгновенная энергия электрического поля $W_{\text{эл}} = \frac{q^2}{2C}$.

Тогда, по закону сохранения энергии $\frac{LI_m^2}{2} = \frac{Li^2}{2} + \frac{q^2}{2C}$, откуда

$$q = \sqrt{CL\left(I_m^2 - i^2\right)}. \qquad (2)$$

Из (1) индуктивность $L = C\left(\frac{U_m}{I_m}\right)$. Подставим правую часть этого выражения в (2) вместо L:

$$q = \sqrt{C^2\left(\frac{U_m}{I_m}\right)^2\left(I_m^2 - i^2\right)} = CU_m\sqrt{1-\left(\frac{i}{I_m}\right)^2} =$$

$$= 40 \cdot 10^{-12} \cdot 2\sqrt{1-\left(\frac{8}{10}\right)^2}\ \text{Кл} = 4{,}8 \cdot 10^{-11}\ \text{Кл}.$$

Ответ на задание 13. По закону сохранения энергии максимальная энергия электрического поля конденсатора $W_{эл}$ и максимальная энергия магнитного поля катушек $W_м$ равны друг другу: $W_{эл} = W_м$.

Максимальная энергия магнитного поля обеих катушек равна сумме максимальных энергий каждой из них: $W_м = W_{м1} + W_{м2}$.

Поэтому $W_{эл} = W_{м1} + W_{м2}$. (1)

По формулам энергии электрического и магнитного полей $W_{эл} = \frac{CU^2}{2}$, $W_{м1} = \frac{LI_1^2}{2}$ и $W_{м2} = \frac{LI_2^2}{2}$, поэтому согласно (1)

$$\frac{CU^2}{2} = \frac{LI_1^2}{2} + \frac{LI_2^2}{2},$$

или

$$CU_m^2 = LI_1^2 + LI_2^2. \quad (2)$$

Теперь учтем, что обе катушки в процессе электромагнитных колебаний пересекает один и тот же магнитный поток Ф, который, как известно из теории, прямо пропорционален силе тока в катушке, а коэффициентом пропорциональности здесь служит индуктивность катушки L. Поэтому $Ф = L_1I_1$ и $Ф = L_2I_2$, откуда

$$L_1I_1 = L_2I_2. \quad (3)$$

Максимальная сила тока I в неразветвленной части контура равна сумме максимальных сил токов I_1 и I_2 в отдельных катушках:

$$I = I_1 + I_2. \quad (4)$$

Теперь, пользуясь уравнениями (3) и (4), выразим неизвестные нам силы токов I_1 и I_2 через ток I. Для этого найдем из выражения (3), например, I_2 и подставим его значение в (4):

$$I_2 = I_1\frac{L_1}{L_2},\ \ I = I_1 + I_1\frac{L_1}{L_2} = I_1\frac{L_1+L_2}{L_2}.$$

Найдем отсюда I_1: $I_1 = I\dfrac{L_2}{L_1+L_2}$.

Тогда $I_2 = I\dfrac{L_1L_2}{L_2(L_1+L_2)} = I\dfrac{L_1}{L_1+L_2}$.

Подставим два последних равенства в (2):

$$CU^2 = L_1\left(I\frac{L_2}{L_1+L_2}\right)^2 + L_2\left(I\frac{L_1}{L_1+L_2}\right)^2,$$

$$CU^2 = I^2\frac{L_1L_2^2}{(L_1+L_2)^2} + I^2\frac{L_1^2L_2}{(L_1+L_2)^2},\ \ CU^2 = I^2\frac{L_1L_2}{L_1+L_2},$$

откуда напряжение $U = I\sqrt{\dfrac{L_1L_2}{C(L_1+L_2)}}$.

Искомый заряд

$$q = CU = CI\sqrt{\frac{L_1L_2}{C(L_1+L_2)}} = I\sqrt{\frac{C^2L_1L_2}{C(L_1+L_2)}} = I\sqrt{\frac{CL_1L_2}{L_1+L_2}}.$$

Ответ на задание 14. При размыкании ключа К в колебательном контуре, состоящем из конденсатора, катушки, лампы и резистора, возникнут затухающие электромагнитные колебания. Энергия электрического поля конденсатора и магнитного поля катушки по окончании колебаний полностью выделится в виде джоулева тепла на лампе Q_1 и резисторе Q_2. По закону сохранения энергии

$$W_{эл} + W_{м} = Q_1 + Q_2. \quad (1)$$

Энергию электрического поля конденсатора определим по формуле $W_{эл} = \dfrac{CU^2}{2}$. ЭДС источника равна напряжению на конденсаторе, $\mathcal{E} = U$, поэтому

$$W_{эл} = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}. \qquad (2)$$

Энергию магнитного поля, возникшего в катушке при прохождении по ней тока I_1, когда ключ К был заперт, определим по формуле $W_м = \frac{LI_1^2}{2}$.

Силу тока I_1 найдем по закону Ома для всей цепи:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_2}.$$

С учетом этого $$W_м = \frac{L\mathcal{E}^2}{2R_2^2}. \qquad (3)$$

Подставив правые части равенств (2) и (3) в формулу (1), получим

$$\frac{C\mathcal{E}^2}{2} + \frac{L\mathcal{E}^2}{2R_2^2} = Q_1 + Q_2. \qquad (4)$$

По закону Джоуля – Ленца количества теплоты Q_1 и Q_2, которые выделятся на лампе и резисторе при прохождении убывающего тока I_2, равны

$$Q_1 = I_1^2 R_1 t \quad \text{и} \quad Q_2 = I_2^2 R_2 t.$$

Отсюда $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{I_1^2 R_1 t}{I_2^2 R_2 t} = \frac{R_1}{R_2}$, откуда

$$Q_1 = Q_2 \cdot \frac{R_1}{R_2}. \qquad (5)$$

Подставив правую часть выражения (5) в равенство (4), получим одно уравнение с одним неизвестным Q_2:

$$\frac{C\mathcal{E}^2}{2} + \frac{L\mathcal{E}^2}{2R_2^2} = Q_2 \frac{R_1}{R_2} + Q_2,$$

$$\frac{\mathcal{E}^2}{2}\left(C + \frac{L}{R_2^2}\right) = Q_2\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right), \text{ откуда } Q_2 = \frac{\mathcal{E}^2\left(CR_2^2 + L\right)}{2R_2\left(R_1 + R_2\right)}.$$

Ответ на задание 15. Искомая работа A равна разности между электрической энергией конденсатора $W_{эл2}$ после того, как из него вынули диэлектрик, и электрической энергией конденсатора $W_{эл1}$ до того, как из него вынули диэлектрик: $A = W_{эл2} - W_{эл1}$. Выразим электрическую энергию конденсатора через максимальный заряд, который будет оставаться неизменным, и емкость конденсатора: $W_{эл1} = \dfrac{q^2}{2C_1}$ и $W_{эл2} = \dfrac{q^2}{2C_2}$.

Тогда работа $A = \dfrac{q^2}{2C_2} - \dfrac{q^2}{2C_1} = \dfrac{q^2}{2}\left(\dfrac{1}{C_2} - \dfrac{1}{C_1}\right)$. (1)

По закону сохранения энергии, максимальная электрическая энергия конденсатора $W_{эл1}$, когда диэлектрик еще находился между обкладками конденсатора, равна максимальной энергии магнитного поля катушки $W_{м\,m}$: $W_{эл1} = W_{м\,m} = \dfrac{LI_0^2}{2}$, значит, $\dfrac{q^2}{2C_1} = \dfrac{LI_0^2}{2}$, откуда заряд

$$q = I_0\sqrt{LC_1}. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1): $A = \dfrac{\left(I_0\sqrt{LC_1}\right)^2}{2}\left(\dfrac{1}{C_2} - \dfrac{1}{C_1}\right) =$

$$= \frac{LC_1I_0^2}{2}\cdot\frac{C_1 - C_2}{C_1C_2} = \frac{LI_0^2(C_1 - C_2)}{2C_2}.$$

Ответ на задание 16. Определим длину электромагнитной волны по формуле $\lambda = cT$, где период колебаний $T = 2\pi\sqrt{LC}$, поэтому $\lambda = 2\pi c\sqrt{LC}$, где емкость $C = \dfrac{\varepsilon_0 S}{\alpha}$.

Индуктивность катушки L найдем из формулы ЭДС самоиндукции:

$\mathcal{E}_S = -L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$, откуда по модулю $L = \dfrac{\mathcal{E}_S\Delta t}{\Delta I}$. С учетом этих равенств,

$$\lambda = 2\pi c\sqrt{\frac{\mathcal{E}_S \Delta t \varepsilon_0 S}{\Delta I d}} =$$

$$= 2 \cdot 3{,}14 \cdot 3 \cdot 10^8 \sqrt{\frac{4{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-6}}{8{,}85 \cdot 10^{-3}}}\ \text{м} = 5{,}652\ \text{м}.$$

Ответ на задание 17. Запишем условие максимума на дифракционной решетке

$$d \sin \varphi = k\lambda.$$

Период решетки $d = \frac{l}{N}$, поэтому

$$\frac{l}{N} \sin \varphi = k\lambda. \quad (1)$$

Свяжем угол дифракции φ с расстоянием x. Из чертежа следует, что x является катетом в прямоугольном треугольнике, где другим катетом служит фокусное расстояние F — ведь экран расположен в фокальной плоскости линзы. Значит, мы можем записать $\operatorname{tg} \varphi = \frac{x}{F}$.

Но в формулу (1) входит не тангенс, а синус угла дифракции. Выразить синус через тангенс несложно, но этого делать не нужно, так как углы дифракции столь малы, что их синус равен тангенсу и равен самому углу, выраженному в радианах. Поэтому мы смело можем записать вместо тангенса в последней формуле синус:

$$\sin \varphi = \frac{x}{F}. \quad (2)$$

Подставим равенство (2) в формулу (1) и из полученного выражения найдем искомое расстояние x:

$\frac{l}{N} \cdot \frac{x}{F} = k\lambda$, откуда $x = \frac{k\lambda N F}{l}$.

Ответ на задание 18. Запишем условие максимума на дифракционной решетке: $d \sin \varphi = k\lambda$.

Для определения порядка последнего максимума k_m учтем, что максимальный угол отклонения лучей — угол дифракции φ — не может превышать 90°. Тогда

$$k_m = \frac{d \sin 90^0}{\lambda} = \frac{d}{\lambda} = \frac{4,95}{0,75} = 6,6 = 6.$$

Здесь число k_m нельзя округлять до 7, так как иначе $\sin \varphi$ получится больше 1, что не имеет смысла.

Общее число максимумов m, расположенных по обе стороны от нулевого максимума $k = 0$,

$$m = 2k_m + 1 = 2 \cdot 6 + 1 = 13.$$

Максимальный угол дифракции φ_m определим из условия максимума:

$$\sin \varphi_m = \frac{k_m \lambda}{d} = \frac{6 \cdot 0,75}{4,95} = 0,909, \qquad \varphi_m = 65°.$$

Контрольные задания по темам «Оптика. Теория относительности. Атомная физика»

Часть 1. Задания уровня А и Б, а также качественные задания уровня С на ЕГЭ

Задание 1. Угол падения луча на плоское горизонтальное зеркало mn равен $\alpha = 25°$. Каким станет угол отражения луча, если плоское зеркало повернуть на угол $\varphi = 30°$ по часовой стрелке (рис. 270)?

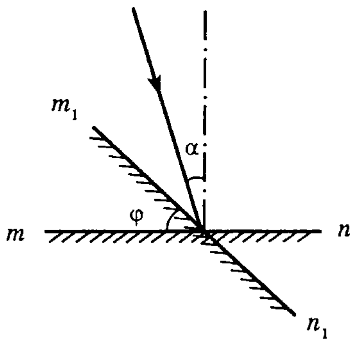


Рис. 270

Задание 2. Луч падает перпендикулярно поверхности плоского зеркала. Чему равен угол отражения луча?

Задание 3. Плоское зеркало дает:

1) мнимое и прямое изображение, расположенное от зеркала на равном с предметом расстоянии;
2) действительно и прямое изображение, расположенное от зеркала на вдвое большем расстоянии, чем предмет;
3) мнимое и прямое изображение, расположенное на вдвое меньшем расстоянии, чем предмет;
4) действительное и обратное изображение, расположенное от зеркала на вдвое меньшем расстоянии, чем предмет.

Задание 4. На каком рисунке верно показано штриховое изображение A_1B_1 стрелки AB, даваемое плоским зеркалом mn (рис. 271)?

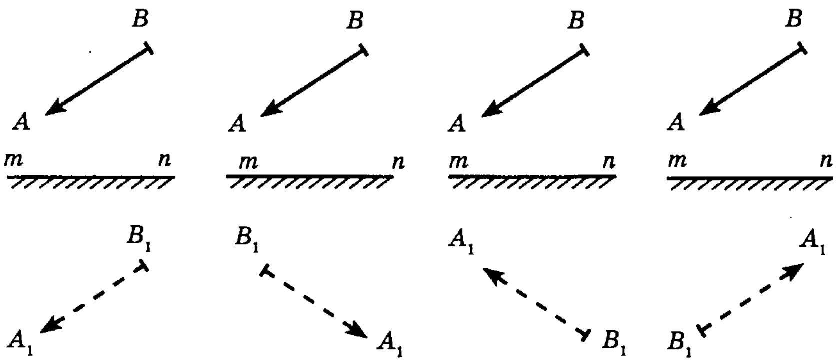


Рис. 271

Задание 5. Расстояние между предметом и плоским зеркалом $d = 60$ см. Предмет отодвинули от зеркала на $\Delta d = 10$ см. Каким стало расстояние S между новым положением предмета и его новым изображением?

Задание 6. Синус предельного угла полного внутреннего отражения для воды равен 0,75. Угол падения луча на поверхность воды от источника света, расположенного на глубине, равен 45°. При этом луч света от источника:

1) не выйдет из воды в воздух;
2) выйдет из воды в воздух;
3) будет скользить по поверхности воды;
4) выйдет или не выйдет, зависит только от яркости светового луча.

Задание 7. Луч падает из воздуха на плоскопараллельную стеклянную пластинку (рис. 272, *а*). На каком рисунке *б*, *в*, *г* или *д* правильно показан его дальнейший ход?

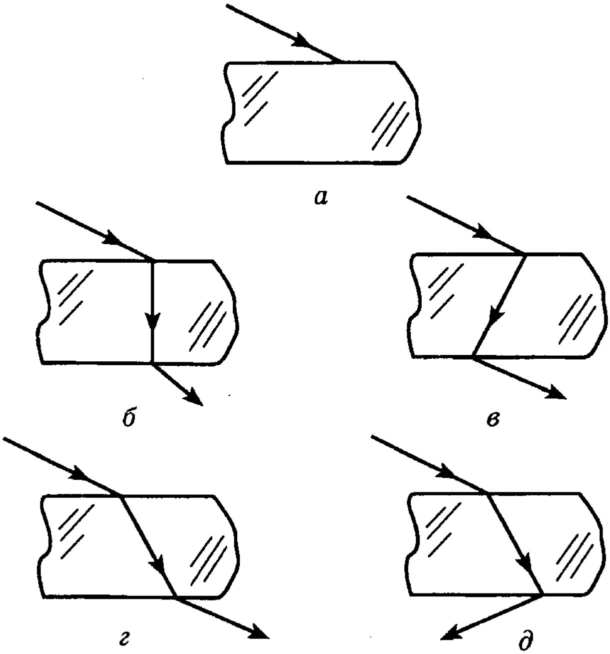


Рис. 272

Задание 8. Луч падает из воздуха на боковую грань треугольной стеклянной призмы (рис. 273, *а*). На каком рисунке *б*, *в*, или *г* правильно показан его дальнейший ход? Куда будет смещено изображение источника света S — к вершине или к основанию?

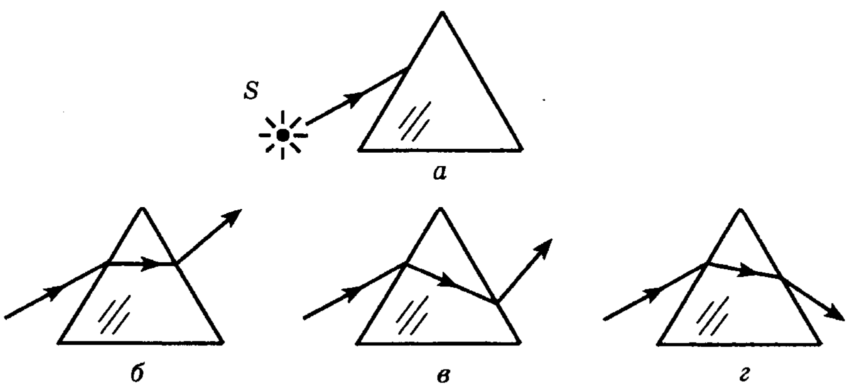


Рис. 273

Задание 9. Луч переходит из воздуха в воду. Какая стрелка на рис. 274 правильно показывает направление преломленного луча?

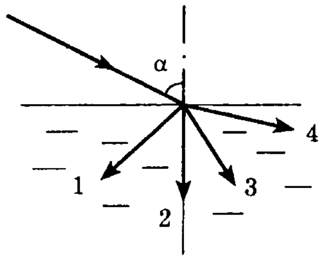


Рис. 274

Задание 10. Угол падения луча из воздуха на поверхность воды равен 60°, абсолютный показатель преломления воды 1,33. Чему равен косинус угла преломления? Ответ округлите до сотых.

Задание 11. Показатель преломления алмаза 1,7, скорость света в вакууме $3 \cdot 10^8$ м/с. На сколько скорость света в алмазе меньше скорости света в вакууме?

Задание 12. Абсолютный показатель преломления стекла 1,50, абсолютный показатель преломления воды 1,33. Чему равно отношение скорости света в воде к скорости света в стекле? Ответ округлить до сотых.

Задание 13. На рис. 275 показан ход луча через прозрачную плоскопараллельную пластинку. Точка O — центр окружности, изображенной штриховой линией, отрезки aO и bO — ее радиусы. Показатель преломления вещества пластинки равен:

1) $\dfrac{aO}{dO}$; 2) $\dfrac{be}{ad}$;

3) $\dfrac{bO}{aO}$; 4) $\dfrac{ad}{bO}$.

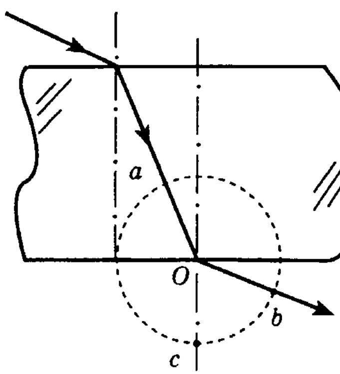


Рис. 275

Задание 14. Угол падения лучей на плоскопараллельную пластинку $\alpha = 60°$, толщина пластинки $h = 5$ см. Найти смещение луча x по выходе из пластинки. Показатель преломления вещества пластинки $n = 1,5$.

Задание 15. Стрелка находится в двойном фокусе рассеивающей линзы. Ее изображение будет:

1) мнимым, прямым и увеличенным;
2) действительным, обратным и увеличенным;
3) действительным, обратным и уменьшенным;
4) мнимым, прямым и уменьшенным.

Задание 16. Каким будет изображение стрелки *AB* в собирающей линзе (рис. 276):

1) действительным, обратным и увеличенным;
2) действительным, обратным и уменьшенным;
3) мнимым, прямым и уменьшенным;
4) мнимым, прямым и увеличенным?

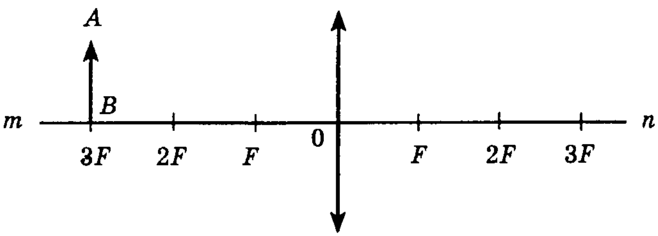


Рис. 276

Задание 17. Каким будет изображение стрелки *AB* в собирающей линзе (рис. 277):

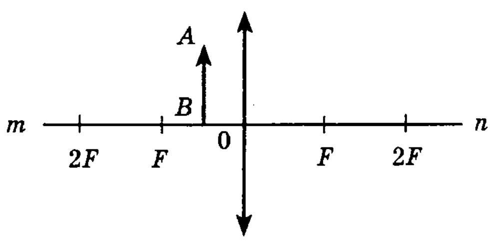


Рис. 277

1) действительным, обратным и увеличенным;
2) действительным, обратным и уменьшенным;
3) мнимым, прямым и уменьшенным;
4) мнимым, прямым и увеличенным?

Задание 18. Стрелка AB параллельна главной оптической оси собирающей линзы. Останется ли изображение стрелки параллельным ее главной оптической оси?

Задание 19. Высота предмета $h = 80$ см, расстояние от него до собирающей линзы $d = 1$ м, расстояние от линзы до изображения $f = 10$ см. Чему равна высота изображения H? Ответ выразить в сантиметрах.

Задание 20. Предмет расположен в фокусе рассеивающей линзы с фокусным расстоянием $F = 10$ см. Чему равно расстояние f от линзы до изображения?

Задание 21. Чему равна оптическая сила линзы (рис. 278)?

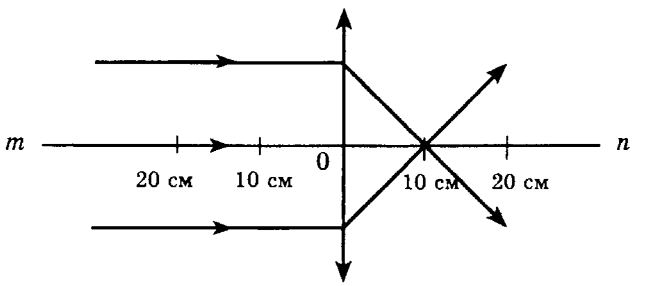


Рис. 278

Задание 22. Фокусное расстояние собирающей линзы 10 см. На каком расстоянии от линзы должен располагаться предмет, чтобы его изображение было действительным, обратным и уменьшенным?

Задание 23. Ученик читал учебник в очках, держа его на расстоянии $d_1 = 20$ см от глаз, а когда снял очки, стал держать его на расстоянии $d_2 = 12,5$ см. Чему равна оптическая сила очков? Близоруким или дальнозорким является этот ученик? Считать расстояние от хрусталика глаза до сетчатки и фокусное расстояние хрусталика неизменными.

Задание 24. Где будет изображение светящегося источника S, даваемого собирающей линзой (рис. 279)?

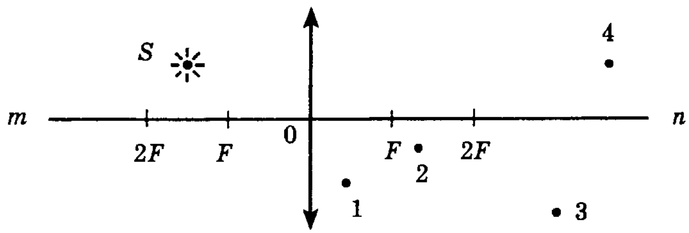


Рис. 279

Задание 25. Красной границей фотоэффекта для некоторого металла являются синие лучи. Фотоэффект наступит, если на этот металл упадут лучи:

1) инфракрасные; 2) ультрафиолетовые;
3) зеленые; 4) оранжевые.

Задание 26. Импульс фотона равен:

1) mc^2; 2) $\frac{h}{c\lambda}$; 3) $\frac{h\nu}{c^2}$; 4) $\frac{h}{\lambda}$.

Задание 27. Масса фотона равна:

1) $0{,}5mc^2$; 2) $\frac{hc}{\lambda}$; 3) $\frac{h\nu}{c^2}$; 4) $\frac{h}{\lambda}$.

Задание 28. Чему равна энергия фотона ε_γ, импульс которого p?

Задание 29. На катод, изготовленный из металла с работой выхода $A_{вых} = 3{,}31 \cdot 10^{-19}$ Дж, падает световая волна с частотой $\nu = 8 \cdot 10^{14}$ Гц. Будет ли наблюдаться внешний фотоэффект? Частоту волны и число фотонов, падающих на катод, увеличивают вдвое. Как при этом изменяется максимальная кинетическая энергия электронов, летящих к аноду?

Задание 30. Как изменяются энергия фотонов, скорость фотоэлектронов, работа выхода и запирающее напряжение с увеличением длины волны падающего на катод света?

Задание 31. Работа выхода электронов из катода $4 \cdot 10^{-19}$ Дж. На катод падает монохроматический свет с энергией фотона 4,5 эВ. Чему равно запирающее напряжение? 1 эВ = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Задание 32. Красная граница фотоэффекта для катода 400 нм. Максимальная кинетическая энергия выбитых из катода электронов вчетверо меньше энергии падающих на него фотонов. Чему равна длина волны падающего на катод света?

Задание 33. Скорость выбитых из катода электронов увеличится, если:

1) увеличить интенсивность падающего на катод света;
2) увеличить длину световой волны;
3) увеличить площадь катода;
4) увеличить частоту световой волны.

Задание 34. На рис. 280, *а* показана вольтамперная характеристика 1 фотоэлемента — зависимость силы фототока от приложенного к электродам напряжения. Если увеличить частоту падающего на катод света при

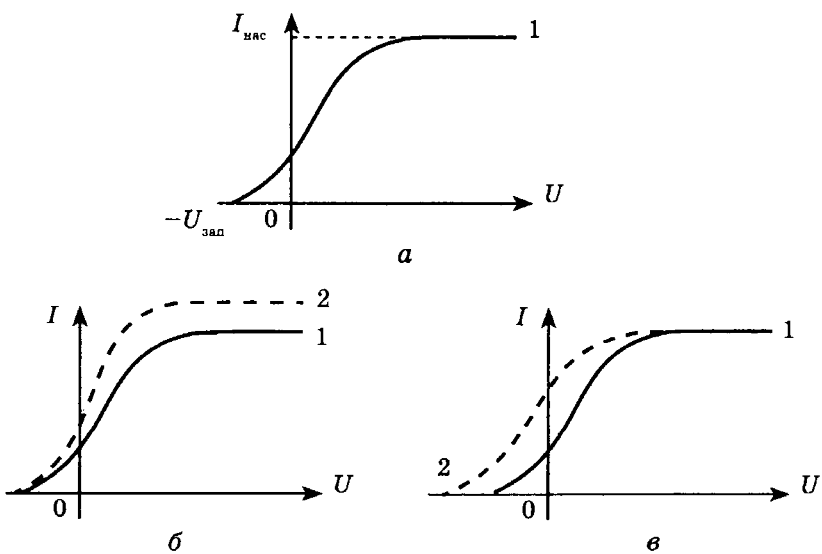


Рис. 280

неизменном световом потоке (интенсивности света), то какая штриховая линия 2 на рис. 280, *б* или на рис. 280, *в* верно покажет изменение графика?

Задание 35. В каких электромагнитных волнах энергия фотонов наибольшая:

а) в инфракрасном излучении;
б) в фиолетовом свете;
в) в рентгеновских лучах;
г) в зеленом свете?

Задание 36. На рис. 281 показан график зависимости максимальной кинетической энергии фотоэлектронов, летящих к аноду, от частоты световой волны, падающей на катод. Чему равна работа выхода электронов?

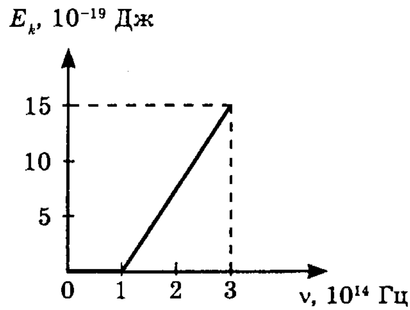


Рис. 281

Задание 37. У какого излучения импульс фотона имеет наименьшее значение:

а) у красного света;
б) у радиоволн;
в) у рентгеновских лучей;
г) у ультрафиолетовых лучей?

Задание 38. Длина волны де Бройля составляет $5 \cdot 10^{-12}$ м. Чему равен ее импульс?

Задание 39. Определить абсолютный показатель преломления среды, в которой свет с энергией кванта ε_γ имеет длину волны λ.

Задание 40. Источник света испускает в течение $t = 4$ с $N = 8 \cdot 10^{10}$ фотонов с длиной волны 0,5 мкм. Какова мощность излучения?

Задание 41. Когда длина падающей на металл световой волны λ вдвое меньше красной границы фотоэффекта λ_0 для этого металла, запирающее напряжение $U_{зап1}$. Каким станет запирающее напряжение $U_{зап2}$, если длину волны, падающей на металл, сделать вчетверо меньше красной границы фотоэффекта λ_0?

1) $U_{зап2} = 2/3U_{зап1}$; 2) $U_{зап2} = 3U_{зап1}$;
3) $U_{зап2} = 2U_{зап1}$; 4) $U_{зап2} = 1{,}5U_{зап1}$.

Задание 42. Два фотона летят навстречу друг другу каждый со скоростью c. Их скорость относительно друг друга равна:

1) $0{,}5c$; 2) $2c$; 3) 0; 4) c.

Задание 43. Спектр атома кислорода наблюдали на Земле и в космическом корабле, движущемся с постоянной скоростью. Результаты наблюдения показали, что:

1) спектры одинаковы;
2) цвета спектров различны;
3) ширина спектральных линий на Земле меньше, чем в космическом корабле;
4) порядок расположения линий в спектре на Земле обратный порядку их расположения в космическом корабле.

Задание 44. Навстречу космическому кораблю будущего, движущемуся в вакууме со скоростью $2 \cdot 10^8$ м/с относительно звезд, летит фотон со скоростью $3 \cdot 10^8$ м/с. Скорость фотона относительно корабля равна:

1) $5 \cdot 10^8$ м/с; 2) $1 \cdot 10^8$ м/с;
3) $3 \cdot 10^8$ м/с; 4) $6 \cdot 10^8$ м/с.

Задание 45. Космонавты, простившись со своими сверстниками, слетали с релятивистской скоростью за пределы Солнечной системы и вернулись на Землю. При этом они обнаружили, что:

1) сверстники моложе их;
2) возраст их и сверстников одинаков;
3) сверстники старше их;

4) одни сверстники старше, другие моложе, в зависимости от места их проживания на земном шаре.

Задание 46. Время по часам космонавтов между событиями на корабле равно t_0. Корабль летит со скоростью $0{,}8c$, где c — скорость света в вакууме. Какое время t пройдет между этими же событиями по часам землян?

Задание 47. Длина стержня, измеренная космонавтами на корабле, равна l_0. Корабль летит со скоростью $0{,}6c$, где c — скорость света в вакууме. Чему равна длина этого же стержня по мерке землян?

Задание 48. Релятивистская частица с массой покоя m_0 летит со скоростью $0{,}8c$. Чему равна ее релятивистская масса?

Задание 49. Какой энергией покоя обладает тело с массой покоя 1 кг? Ответ дать в мегаэлектронвольтах (МэВ). 1 МэВ = $1{,}6 \cdot 10^{-13}$ Дж.

Задание 50. Энергия движущегося тела равна $E = 3 \cdot 10^{17}$ Дж, энергия покоя этого тела $E_0 = 7 \cdot 10^{16}$ Дж. Чему равна кинетическая энергия тела E_k?

Задание 51. Две частицы движутся навстречу друг другу со скоростями $0{,}4c$ и $0{,}6c$ относительно неподвижных объектов. В начале наблюдения расстояние между ними 6 км. Через сколько времени они столкнутся? Ответ округлить до целых микросекунд.

Задание 52. Найти удельную энергию связи ядра кислорода ${}^{16}_{8}O$ в МэВ. Масса ядра кислорода 15,99052 а.е.м., масса протона 1,00783 а.е.м., масса нейтрона 1,00866 а.е.м. Ответ выразить в МэВ/нуклон и округлить до десятых.

Задание 53. Период полураспада радия 1600 лет. Определить, через сколько времени число оставшихся атомов уменьшится в 4 раза.

Задание 54. Идею планетарного строения атома выдвинул:

1) Планк; 2) Резерфорд;
3) Томсон; 4) Максвелл.

Задание 55. Ядро элемента захватило ближайший к нему электрон. Как изменились при этом: заряд ядра, число нейтронов в нем, массовое число?

Задание 56. Какой является ядерная реакция — экзотермической или эндотермической:

$$^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{0}n \ ?$$

Чему равна энергия реакции? Ответ выразить в мегаэлектронвольтах. Масса дейтерия 2,01410 а.е.м., масса трития 3,01605 а.е.м., масса альфа-частицы 4,00260 а.е.м., масса нейтрона 1,00866 а.е.м.

Задание 57. Радиоактивное ядро испытало альфа-распад. Как изменились при этом заряд ядра, число нейтронов в нем, число протонов и массовое число ядра? Куда смещается элемент в таблице Менделеева?

Задание 58. Радиоактивное ядро испытало бета-распад. Как изменились при этом заряд ядра, число нейтронов в нем, число протонов и массовое число ядра?

Задание 59. В процессе термоядерного синтеза ядра гелия выделяется энергия $E_1 = 8{,}4$ пДж. Молярная масса гелия $M = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Какая масса гелия образуется каждые $t = 20$ с на Солнце, если мощность солнечного излучения $P = 4 \cdot 10^{26}$ МВт?

Задание 60. Покоившийся мезон с массой $5 \cdot 10^{-28}$ кг распался на два гамма-кванта. Найти длину волны каждого из них.

Задание 61. Покоившийся мезон с массой $5 \cdot 10^{-28}$ кг распался на два гамма-кванта. Найти импульс каждого из них.

Задание 62. Атом элемента содержит 14 электронов, 15 протонов и 16 нейтронов. Это:

1) атом серы $^{31}_{16}\mathrm{S}$; 2) ион серы $^{31}_{16}\mathrm{S}$;

3) ион фосфора $^{31}_{15}S$; 3) атом фосфора $^{31}_{15}S$.

Задание 63. В результате бомбардировки бериллия $^{6}_{4}Be$ частицами образуется ядро углерода $^{12}_{6}C$ и вылетает нейтрон. Какими частицами бомбардировали бериллий? Запишите ядерную реакцию.

Задание 64. Сколько разных гамма-квантов может поглотить атом водорода при переходе из первого (основного) энергетического уровня на четвертый?

Задание 65. Массовое число — это:

1) число ядер в куске урана;
2) масса ядра;
3) масса нуклонов в ядре;
4) число нуклонов в ядре.

Задание 66. Возбужденный атом перешел из энергетического состояния E_n в энергетическое состояние E_m. Длина волны излученного кванта равна:

1) $\frac{E_n - E_m}{hc}$; 2) $\frac{hc}{E_n - E_m}$;

3) $\frac{hc}{E_n + E_m}$; 4) $hc(E_n - E_m)$.

Задание 67. Аннигиляция — это превращение:

1) нейтрального атома в положительный ион;
2) нейтрального атома в отрицательный ион;
3) частиц вещества в полевые частицы;
4) полевых частиц в частицы вещества.

Задание 68. Изотопами называются элементы с:

1) одинаковым числом нейтронов, но разным числом протонов;
2) одинаковым числом протонов и нейтронов, но разным числом электронов;
3) одинаковым числом протонов, но разным числом нейтронов;

4) одинаковым числом протонов, но разным числом электронов.

Задание 69. На рис. 282 изображены энергетические уровни атома. Чему равна длина волны фотона λ_{14}, поглощенного атомом при переходе с уровня 1 на уровень 4, если длины поглощенных волн λ_{13} = 500 нм, λ_{24} = 300 нм и λ_{23} = 200 нм?

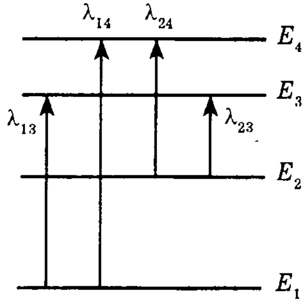


Рис. 282

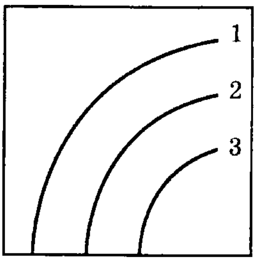


Рис. 283

Задание 70. На рис. 283 изображены треки трех частиц, влетевших в камеру Вильсона с одинаковыми скоростями. Трек 1 принадлежит альфа-частице. Каким частицам принадлежат треки 2 и 3: тритию, протону, электрону или нейтрону?

Задание 71. Радон $^{219}_{86}\mathrm{Rn}$ после одного альфа-распада и двух бета-распадов превратился в элемент со следующими зарядовым и массовым числами:

1) $Z = 86$;	2) $Z = 84$;	3) $Z = 80$;	4) $Z = 88$.
$A = 215$;	$A = 213$;	$A = 222$;	$A = 219$.

Задание 72. На рис. 284 изображены линейчатые спектры водорода, гелия и неизвестного газа. В химический состав этого газа:

1) не входят атомы водорода и гелия;
2) входят только атомы водорода;
3) входят только атомы гелия;
4) входят и атомы водорода, и атомы гелия.

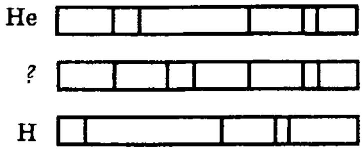


Рис. 284

Задание 73. Период полураспада ядер элемента равен 20 с. Это означает, что через 20 с:

1) масса каждого ядра уменьшится вдвое;
2) число ядер этого элемента уменьшится вдвое;
3) все ядра распадутся пополам;
4) зарядовое число элемента уменьшится вдвое.

Задание 74. В начале наблюдения масса радиоактивного элемента составляла 10 г. Его период полураспада 1,5 года. Во сколько раз уменьшится масса элемента через 3 года?

Задание 75. На рис. 285 показан график зависимости числа не распавшихся ядер радиоактивного элемента от времени распада. Чему равен период полураспада этого элемента?

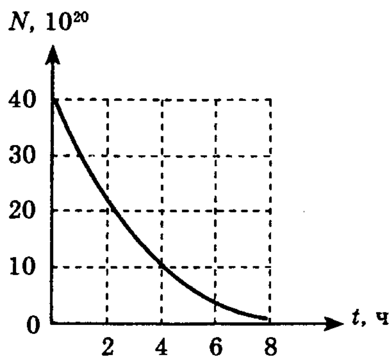


Рис. 285

Задание 76. Светящийся радиоактивный газ гелий испытывает бета-распад. Период полураспада его ядер составляет t с. Как изменится спектр излучения газа через $2t$ с?

1) спектр гелия сохранится, но станет ярче;
2) спектр гелия сохранится, но станет менее ярким;
3) к линиям гелия добавятся линии изотопа лития ${}^4_3\mathrm{Li}$;
4) спектр гелия исчезнет, появится спектр лития.

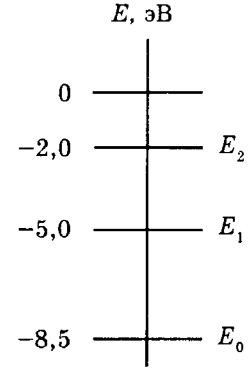


Рис. 286

Задание 77. На рис. 286 изображены энергетические уровни атома водорода. Может ли атом из основного состояния E_0 перейти на более высокий энергетический уровень, поглотив фотон с длиной волны $6{,}62 \cdot 10^{-7}$ м?

Часть 2. Задания повышенной сложности

Задание 1. Посередине стены bc в комнате $abcd$ длиной L висит плоское зеркало mn высотой h (рис. 287). Какой должна быть максимальная высота H комнаты, чтобы наблюдатель, находясь на расстоянии l от стены bc, на которой оно висит, увидел в зеркале изображение стены ad во всю его высоту?

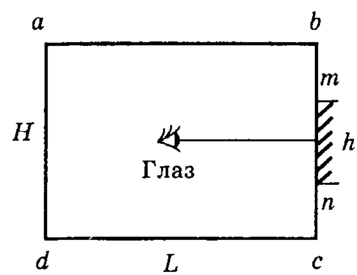


Рис. 287

Задание 2. На поверхности воды с показателем преломления n плавает без погружения тонкий диск диаметром d. На него сверху падает рассеянный свет. Определить глубину тени под диском. Рассеянием света в воде пренебречь.

Задание 3. В дно пруда вбит вертикальный столб. Его вершина находится под водой. Высота Солнца над горизонтом $\varphi = 60°$, показатель преломления воды $n = 1{,}33$, длина тени столба на дне пруда $l = 60$ см. Чему равна высота столба h? Ответ округлить до десятых долей метра.

Задание 4. Собирающая линза дает на экране изображение стрелки с четырехкратным увеличением. Стрелка и плоскость экрана перпендикулярны главной оптической оси линзы. Экран придвинули к линзе вдоль главной оптической оси на $l = 20$ см, и при этом увеличение изображения стало равно 2. Определить оптическую силу линзы.

Задание 5. Освещенный пружинный маятник совершает вертикальные колебания с периодом T. После преломления в линзе его изображение проецируется на экран, расположенный перпендикулярно главной оптической оси линзы. Максимальная скорость маятника v_m, расстояние от него до экрана L. Оптическая сила линзы D. Чему равна амплитуда колебаний изображения маятника на экране?

Задание 6. Катод освещается светом с длиной волны λ. К катоду и аноду подсоединен плоский воздушный конденсатор емкостью C . При освещении катода возникший фототок через некоторое время прекратился, и при этом на обкладках конденсатора возник заряд q. Определить красную границу фотоэффекта по длине волны.

Задание 7. При облучении катода фотонами с энергией $\varepsilon_\gamma = 5$ эВ вылетевшие из него электроны в электрическом поле между электродами пролетают разность потенциалов $U = 12$ В, после чего их максимальная кинетическая энергия втрое превышает энергию выбивших их фотонов. Чему равна красная граница фотоэффекта λ_0 у этого катода?

Задание 8. Катод освещается светом с длиной волны $\lambda = 100$ нм. Работа выхода электронов из него

$A_{вых} = 4{,}5 \cdot 10^{-10}$ нДж. Вылетевшие из катода фотоэлектроны попадают в однородное магнитное поле индукцией $B = 4$ мТл перпендикулярно линиям магнитной индукции и начинают двигаться по окружности. Найти площадь этой окружности.

Задание 9. Во сколько раз увеличится масса релятивистской частицы с массой покоя m_0 и зарядом q, когда она пролетит отрезок длиной d по силовой линии электрического поля напряженностью E?

Задание 10. Чему равна длина волны фотона, у которого энергия равна средней кинетической энергии теплового движения атомов идеального газа массой m с молярной массой M, занимающего объем V под давлением p?

Задание 11. В атоме водорода электрон вращается вокруг ядра. Для его орбиты выполняется условие квантования $h = \pi r p$, где h — постоянная Планка, r — радиус орбиты, p — импульс электрона. Найти скорость электрона на орбите.

Задание 13. На рис. 288 изображена схема энергетических уровней атома. Электрон, летевший со скоростью $8 \cdot 10^6$ м/с, налетел на атом, который до этого покоился в состоянии с энергией 4 эВ. После соударения электрон отскочил, приобретя дополнительную энергию. Найти импульс электрона после столкновения.

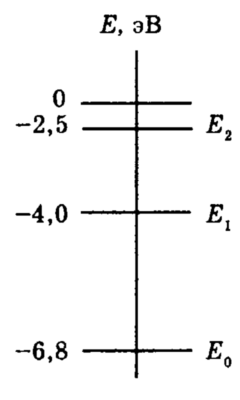


Рис. 288

Задание 12. Энергетические уровни атома водорода определяет выражение $-\dfrac{13{,}6}{n^2}$ эВ, где $n = 1, 2, 3, \ldots$. При переходе из состояния E_2 в состояние E_3 атом испустил фотон. Поток фотонов упал на катод фотоэлемента с работой выхода электронов $2{,}2 \cdot 10^{-19}$ Дж. Чему равно запирающее напряжение фотоэлемента?

Задание 14. Активность раствора радиоактивного изотопа в сосуде объемом $V_1 = 2$ см^3 составляла $a_0 = 1000$ Бк. Период полураспада изотопа $T = 2$ ч. Раствор перелили в сосуд большего объема, где через $t = 6$ ч активность препарата такого же объема уменьшилась до $a = 25$ Бк. Найти объем большего сосуда V_2.

Задание 15. Радиоактивный препарат за $t_1 = 2$ с испускает $N = 8 \cdot 10^{10}$ альфа-частиц, выделяя за $t_2 = 30$ мин $E = 60$ Дж энергии. Масса альфа-частицы $m_\alpha = 4{,}0026$ а.е.м. Считая альфа-частицы классическими, определить, чему равен импульс альфа-частицы. Принять его одинаковым для всех частиц, а энергией отдачи ядер и гамма-излучением пренебречь. Ответ округлить до целого числа, умноженного на 10^{-16} кг · м/с.

Задание 16. В теплоизолированном медном сосуде находится радиоактивное вещество, испускающее альфа-частицы с энергией каждой частицы $E_\alpha = 10$ МэВ. Объем меди $V = 10$ см^3, ее удельная теплоемкость $c = 380$ Дж/(кг · К), ее плотность $\rho = 8900$ кг/м^3. Энергия альфа-частиц полностью превращается во внутреннюю энергию меди. За $t = 1$ ч температура меди повысилась на $\Delta t = 4$ °С. Найти активность a радиоактивного вещества. Ответ округлить до целого числа, умноженного на 10^{10} Бк (беккерель = распад/с).

Ответы на задания части 1

Ответ на задание 1. Выполним рис. 289.

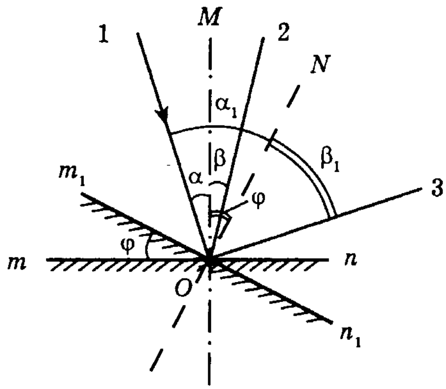


Рис. 289

К зеркалу mn проведем перпендикуляр OM, а к повернутому на угол φ зеркалу m_1n_1 — перпендикуляр ON. Из математики известно, что углы со взаимно перпендикулярами равны между собой, поэтому угол φ между зеркалами равен углу между перпендикулярами OM и ON. Обозначим его тоже φ. Проведем падающий луч 1 к зеркалу mn и обозначим угол падения α. Затем под таким же углом к перпендикуляру OM построим отраженный луч 2, ведь угол отражения $\beta = \alpha$.

Теперь обозначим новый угол падения α_1 между падающим лучом 1 и перпендикуляром ON к повернутому зеркалу m_1n_1 и проведем новый отраженный луч 3. Угол отражения этого луча β_1 между отраженным лучом 3 и перпендикуляром ON равен новому углу падения α_1.

Если теперь внимательно посмотреть на рис. 289, то можно заметить, что $\alpha + \varphi = \alpha_1$. Но $\alpha_1 = \beta_1$, поэтому и $\beta_1 = \alpha + \varphi = 25° + 30° = 55°$.

Ответ на задание 2. Угол отражения равен углу падения. А угол падения — это угол между падающим лучом и перпендикуляром к отражающей поверхности.

Если луч падает перпендикулярно поверхности, то при этом угол падения α равен 0. Поэтому и угол отражения β тоже равен 0.

Ответ на задание 3. Плоское зеркало дает мнимое и прямое изображение, расположенное от зеркала на таком же расстоянии, что и сам предмет.

Верный ответ 1.

Ответ на задание 4. Штриховое изображение A_1B_1 верно показано на рис. 271, *в*.

Ответ на задание 5. Из рис. 290 видно, что расстояние между предметом 2 и его новым мнимым изображением 2

$$S = 2(d + \Delta d) = 2(60 + 10)\text{ см} = 140\text{ см}.$$

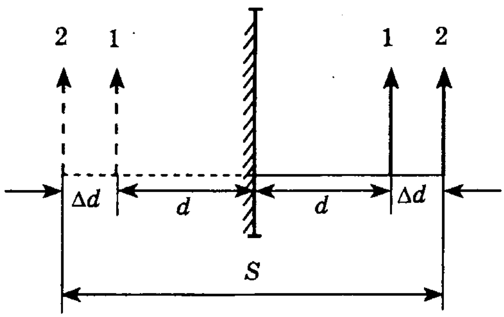


Рис. 290

Ответ на задание 6. Луч не выйдет из воды в воздух, если угол падения луча из воды на ее поверхность больше предельного угла полного внутреннего отражения. Синус угла падения у нас

$$\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0{,}7.$$

Мы видим, что синус угла падения меньше синуса предельного угла, который, согласно условию, равен 0,75. Значит, и угол падения меньше предельного, поэтому луч выйдет из воды в воздух.

Верный ответ 2.

Ответ на задание 7. Плоскопараллельная стеклянная пластинка не меняет направление падающего на нее луча, а лишь смещает его параллельно прежнему направлению, поэтому правильно показан дальнейший ход луча на рис. 272, *г*.

Ответ на задание 8. Стеклянная треугольная призма в воздухе отклоняет луч, падающий на ее боковую грань, к основанию, а изображение S_1 источника S смещается к вершине (рис. 291). Поэтому правильно показан дальнейший ход луча на рис. 273, *г*.

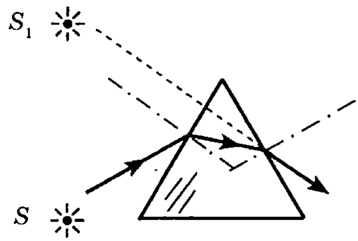


Рис. 291

Ответ на задание 9. При переходе луча из оптически менее плотной среды в оптически более плотную угол падения α больше угла преломления и падающий и преломленный лучи лежат по разные стороны от перпендикуляра к поверхности воды. Поэтому правильно показывает направление преломленного луча стрелка 3.

Ответ на задание 10. По закону преломления $\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n$, откуда синус угла преломления $\sin\gamma = \frac{\sin\alpha}{n}$, а косинус этого угла

$$\cos\gamma = \sqrt{1-\sin^2\gamma} = \sqrt{1-\left(\frac{\sin\alpha}{n}\right)^2} = \sqrt{1-\left(\frac{\sin 60^\circ}{1,33}\right)^2} = 0,76.$$

Ответ на задание 11. Показатель преломления алмаза $n = \frac{c}{v}$, откуда скорость света в алмазе $v = \frac{c}{n}$. Следовательно, скорость света в алмазе меньше скорости света в вакууме на $c - v = c - \frac{c}{n} = c\left(1-\frac{1}{n}\right) = 3 \cdot 10^8\left(1-\frac{1}{1,7}\right)$ м/с = $= 1,24 \cdot 10^8$ м/с.

Ответ на задание 12. Абсолютный показатель преломления стекла $n_С = \frac{c}{v_С}$, а абсолютный показатель преломления воды $n_В = \frac{c}{v_В}$. Отсюда скорость света в стекле $v_С = \frac{c}{n_С}$, а скорость света в воде $v_В = \frac{c}{n_В}$. Отношение скорости света в воде к скорости света в стекле найдем, поделив эти равенства друг на друга:

$$\frac{v_В}{v_С} = \frac{cn_С}{n_В c} = \frac{1,5}{1,33} = 1,13.$$

Ответ на задание 13. Плоскопараллельная пластинка не изменяет направление падающего на нее луча, а лишь смещает его. Из рис. 292 следует, что $\sin\alpha = \frac{be}{Ob}$, $\sin\gamma = \frac{ad}{aO} = \frac{ad}{Ob}$, так как aO и Ob — радиусы одной окружности, поэтому они равны. По закону преломления $n = \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{be \cdot Ob}{Ob \cdot ad} = \frac{be}{ad}$. Правильный ответ 2.

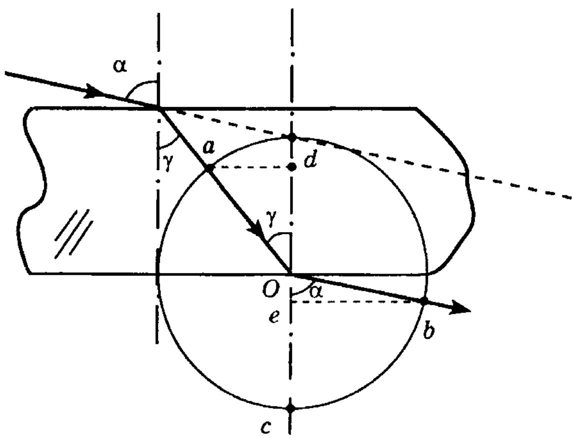


Рис. 292

Ответ на задание 14. Обратимся к рис. 293. Смещение x найдем из прямоугольного треугольника с катетом x и гипотенузой l, представляющей собой путь луча в толще стекла: $x = l \sin(\alpha - \gamma) = l(\sin\alpha \cos\gamma - \cos\alpha \sin\gamma)$.

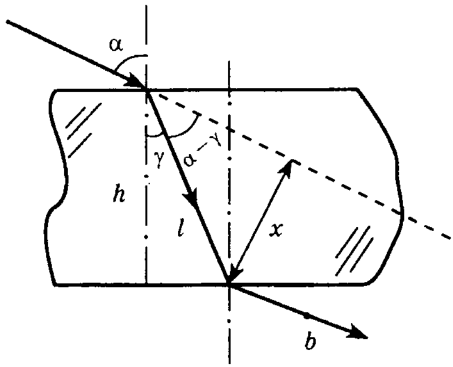


Рис. 293

По закону преломления $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n$, откуда $\sin\gamma = \dfrac{\sin\alpha}{n}$,

а $\cos\gamma = \sqrt{1-\sin^2\gamma} = \sqrt{1-\dfrac{\sin^2\alpha}{n^2}} = \dfrac{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}{n}$.

С учетом этих равенств

$$x = l\left(\frac{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}{n}\sin\alpha - \frac{\sin\alpha}{n}\cos\alpha\right) =$$

$$= \frac{l}{n}\left(\sqrt{n^2-\sin^2\alpha} - \cos\alpha\right)\sin\alpha . \qquad (1)$$

Отрезок l найдем из прямоугольного треугольника с катетом h и гипотенузой l:

$$l = \frac{h}{\cos\gamma} = \frac{nh}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}} . \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$x = \frac{nh}{n\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}\left(\sqrt{n^2-\sin^2\alpha} - \cos\alpha\right)\sin\alpha =$$

$$= h\left(1 - \frac{\cos\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}\right)\sin\alpha = 5\left(1 - \frac{\cos 60^\circ}{\sqrt{1,5^2 - \sin^2 60^\circ}}\right)\sin 60^\circ \text{ см} =$$

$= 2,5$ см.

Ответ на задание 15. Изображение A_1B_1 стрелки AB будет мнимым, прямым и уменьшенным (рис. 294).

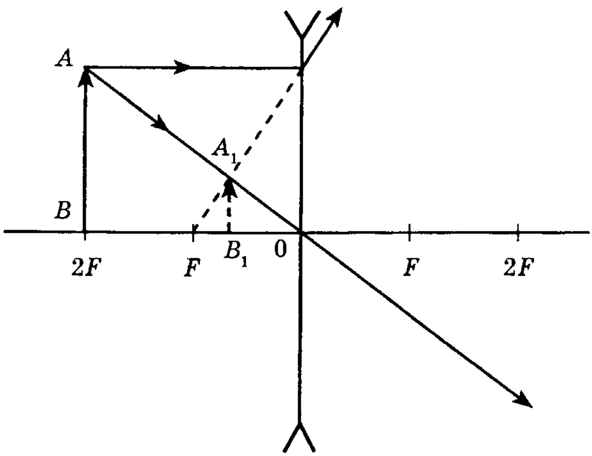


Рис. 294

Верный ответ 4.

Ответ на задание 16. Изображение A_1B_1 стрелки AB будет действительным, обратным и уменьшенным (рис. 295).

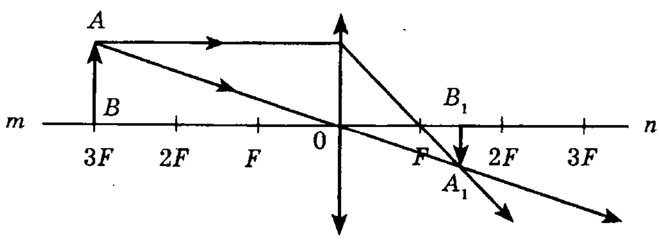


Рис. 295

Верный ответ 2.

Ответ на задание 17. Изображение A_1B_1 стрелки AB будет мнимым, прямым и увеличенным (рис. 296).

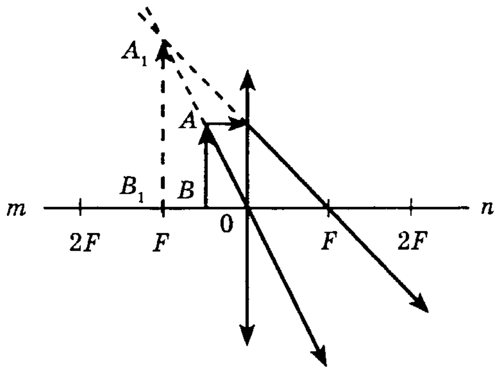


Рис. 296

Верный ответ 4.

Ответ на задание 18. Изображение A_1B_1 стрелки AB не будет параллельным ее главной оптической оси (рис. 297).

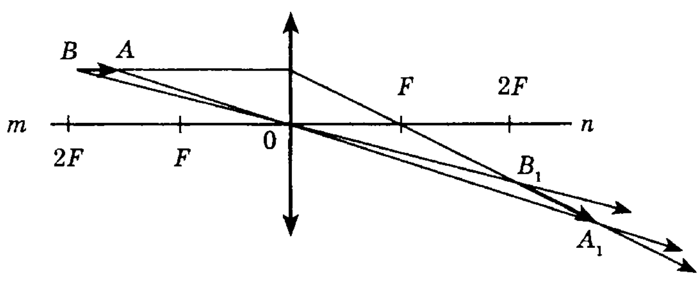


Рис. 297

Ответ на задание 19. Линейное увеличение линзы $\Gamma = \frac{H}{h}$, а также $\Gamma = \frac{f}{d}$. С учетом этих равенств $\frac{H}{h} = \frac{f}{d}$,

откуда $H = h\frac{f}{d} = 0{,}8 \cdot \frac{0{,}1}{1}$ м = 0,08 м = 8 см.

Ответ на задание 20. Согласно условию расстояние от предмета до линзы $d = F$. Формула рассеивающей линзы $\frac{1}{d}-\frac{1}{f}=-\frac{1}{F}$. С учетом равенства $d = F$, формула линзы примет вид $\frac{1}{F}-\frac{1}{f}=-\frac{1}{F}$, откуда $\frac{1}{f}=2\frac{1}{F}$ и

$f=\frac{F}{2}=\frac{10}{2}$ см = 5 см.

Ответ на задание 21. Из рис. 278 следует, что фокусное расстояние линзы F = 10 см = 0,1 м. Оптическая сила линзы $D=\frac{1}{F}=\frac{1}{0,1}$ дптр = 10 дптр.

Ответ на задание 22. Чтобы изображение предмета было действительным, обратным и уменьшенным, предмет должен располагаться за двойным фокусным расстоянием линзы (рис. 298).

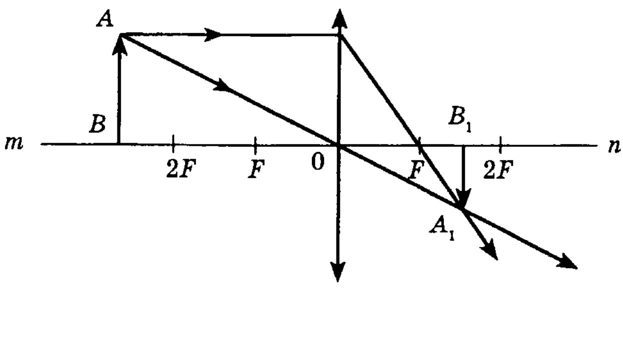


Рис. 298

Ответ на задание 23. К глазам ученика без очков применима формула линзы $\frac{1}{d_2}+\frac{1}{f}=D_{глаза}$, где $D_{глаза}$ — оптическая сила глаза. Когда ученик наденет очки, формула линзы примет вид $\frac{1}{d_1}+\frac{1}{f}=D_{глаза}+D_{очков}$, где

$D_{очков}$ — оптическая сила очков. Вычтем из второй формулы первую $\frac{1}{d_1}+\frac{1}{f}-\frac{1}{d_2}-\frac{1}{f}=D_{глаза}+D_{очков}-D_{глаза}$. Получим

$$D_{очков}=\frac{1}{d_1}-\frac{1}{d_2}=\frac{1}{0,2}-\frac{1}{0,125}\text{ дптр}=-3\text{ дптр}.$$

Ученик близорукий.

Ответ на задание 24. Изображение S_1 источника света S на рис. 279 будет в точке 3 (рис. 299).

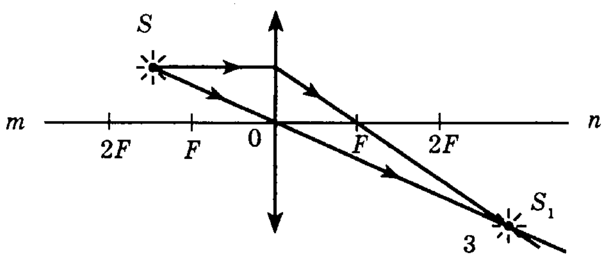


Рис. 299

Ответ на задание 25. Фотоэффект наступает тогда, когда на металл падают лучи с частотой большей красной границы фотоэффекта для этого металла. Из перечисленных лучей частота волны больше, чем у синих, только у ультрафиолетовых лучей (рис. 262), поэтому фотоэффект наступит, если на этот металл упадут ультрафиолетовые лучи.

Верный ответ 2.

Ответ на задание 26. Импульс фотона $p=\frac{h}{\lambda}$.

Верный ответ 4.

Ответ на задание 27. Масса фотона $m_\gamma=\frac{h\nu}{c^2}$.

Верный ответ 3.

Ответ на задание 28. Энергия фотона $\varepsilon_\gamma=m_\gamma c^2$, а импульс фотона $p=m_\gamma c$, поэтому энергия фотона $\varepsilon_\gamma=pc$.

Ответ на задание 29. При частоте $\nu = 8 \cdot 10^{14}$ Гц энергия фотонов $\varepsilon_\gamma = h\nu = 6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 8 \cdot 10^{14}$ Дж $= 5{,}30 \cdot 10^{-19}$ Дж больше работы выхода $A_{\text{вых}} = 3{,}31 \cdot 10^{-19}$ Дж, значит, свет выбьет электроны из катода и внешний фотоэффект будет. Согласно закону Столетова максимальная кинетическая энергия электронов, летящих к аноду, не зависит от светового потока, падающего на катод (от интенсивности света), значит, не зависит и от числа фотонов, падающих на катод. Но она зависит от частоты световой волны, согласно формуле Эйнштейна для фотоэффекта $h\nu = A_{\text{вых}} + E_k$, откуда кинетическая энергия фотоэлектронов $E_k = h\nu - A_{\text{вых}}$. Следовательно, с увеличением частоты ν вдвое максимальная кинетическая энергия электронов, летящих к аноду, тоже увеличится, но менее, чем в два раза.

Ответ на задание 30. С увеличением длины волны λ уменьшается частота ν в соответствии с формулой $\nu = \dfrac{c}{\lambda}$. Значит, при этом уменьшается и энергия фотонов в соответствии с формулой $\varepsilon_\gamma = h\nu$. Работа выхода электронов из металла $A_{\text{вых}}$ не зависит от падающего на него света, а зависит только от свойств самого металла. Согласно формуле Эйнштейна для фотоэффекта $h\nu = A_{\text{вых}} + \dfrac{m_e v^2}{2}$ с уменьшением частоты ν при неизменных работе выхода $A_{\text{вых}}$ и массе электрона m_e скорость фотоэлектронов v тоже уменьшается. Поскольку $eU_{\text{зап}} = \dfrac{m_e v^2}{2}$, то $h\nu = A_{\text{вых}} + eU_{\text{зап}}$, значит, с уменьшением частоты запирающее напряжение тоже уменьшается.

Ответ на задание 31. Запишем формулу Эйнштейна для фотоэффекта $\varepsilon_\gamma = A_{\text{вых}} + \dfrac{m_e v^2}{2}$. При запирающем напряжении работа электрического поля $A = eU_{зап} = \frac{m_e v^2}{2}$, поэтому $\varepsilon_\gamma = A_{вых} + eU_{зап}$, откуда

$$U_{зап} = \frac{\varepsilon_\gamma - A_{вых}}{e} = \frac{4,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} - 4 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ В} = 2 \text{ В}.$$

Ответ на задание 32. Работа выхода электрона $A_{вых}$ связана с красной границей фотоэффекта λ_0 соотношением $A_{вых} = h\frac{c}{\lambda_0}$. Запишем формулу Эйнштейна для фотоэффекта $h\nu = A_{вых} + E_k$. Согласно условию кинетическая энергия электронов $E_k = 0,25\varepsilon_\gamma = 0,25h\nu$, где частота ν световой волны, падающей на катод, связана с ее длиной волны λ формулой $\nu = \frac{c}{\lambda}$. С учетом этих равенств

$$h\frac{c}{\lambda} = h\frac{c}{\lambda_0} + 0,25h\frac{c}{\lambda}, \qquad \frac{0,75}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_0},$$

откуда $\lambda = 0,75\,\lambda_0 = 0,75 \cdot 400$ нм $= 300$ нм.

Ответ на задание 33. Согласно формуле Эйнштейна для фотоэффекта $h\nu = A_{вых} + \frac{m_e v^2}{2}$ скорость v выбитых из катода электронов увеличится, если увеличить частоту световой волны ν.

Верный ответ 4.

Ответ на задание 34. При неизменном световом потоке (интенсивности света) Ф, согласно первому закону Столетова для фотоэффекта $I_{нас} = k\Phi$, сила тока насыщения $I_{нас}$ останется прежней. Если увеличить частоту ν, то по формуле Эйнштейна для фотоэффекта

$$h\nu = A_{вых} + eU_{зап}$$

запирающее напряжение $U_{зап}$ по модулю увеличится, значит, верно показано изменение графика на рис. 280, *в*.

Ответ на задание 35. Энергия фотонов связана с частотой световой волны формулой Планка $\varepsilon_\gamma = h\nu$. Согласно шкале электромагнитных волн (рис. 262) наибольшая частота из приведенных в условии волн у рентгеновских лучей. Значит, энергия фотонов наибольшая в рентгеновских лучах.

Верный ответ *в*.

Ответ на задание 36. Запишем формулу Эйнштейна для фотоэффекта: $h\nu = A_{\text{вых}} + E_k$. При $E_k = 0$ $A_{\text{вых}} = h\nu$. Из графика на рис. 281 следует, что при $E_k = 0$

$\nu = 1 \cdot 10^{14}$ Гц, значит, при этом

$A_{\text{вых}} = 6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 10^{14}$ Дж $= 6{,}62 \cdot 10^{-20}$ Дж.

Ответ на задание 37. Импульс фотона определяет формула $p = \dfrac{h}{\lambda}$. Значит, импульс фотона наименьший у того излучения, где длина волны наибольшая. Согласно шкале электромагнитных волн (рис. 262) наибольшая длина волны из приведенных в условии волн у радиоволн, значит, у них импульс фотона имеет наименьшее значение.

Верный ответ *б*.

Ответ на задание 38. Импульс волны де Бройля определяет формула $p = \dfrac{h}{\lambda} = \dfrac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{5 \cdot 10^{-12}}$ кг · м/с $=$ $= 1{,}324 \cdot 10^{-22}$ кг · м/с.

Ответ на задание 39. Показатель преломления среды n связан со скоростью распространения света в этой среде υ соотношением $n = \dfrac{c}{\upsilon}$.

В свою очередь, скорость света в прозрачной среде υ связана с длиной волны в этой среде λ и частотой колебаний в волне ν соотношением $\lambda = \dfrac{\upsilon}{\nu}$, откуда $\upsilon = \nu\lambda$. С учетом этого

$$n = \frac{c}{\nu\lambda}. \qquad (1)$$

Частоту колебаний в световой волне найдем из формулы Планка, поскольку энергия кванта ε_γ нам известна: $\varepsilon_\gamma = h\nu$, откуда

$$\nu = \frac{\varepsilon_\gamma}{h}. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1): $n = \dfrac{ch}{\varepsilon_\gamma \lambda}$.

Ответ на задание 40. Энергия испускаемого света W равна произведению его мощности P и времени излучения t: $W = Pt$. Эту энергию можно представить как произведение числа фотонов N на энергию одного фотона ε_γ: $W = N\varepsilon_\gamma$. Следовательно, $Pt = N\varepsilon_\gamma$. Энергия фотона связана с его длиной световой волны формулой Планка: $\varepsilon_\gamma = h\dfrac{c}{\lambda}$. С учетом этого $Pt = Nh\dfrac{c}{\lambda}$, откуда

$$P = \frac{Nhc}{\lambda t} = \frac{8 \cdot 10^{10} \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{0{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot 4}\ \text{Вт} =$$

$= 8 \cdot 10^{-9}$ Вт $= 8$ нВт.

Ответ на задание 41. Согласно формуле Эйнштейна для фотоэффекта

$$h\nu = A_{\text{вых}} + E_{k1},$$

где $\nu = \dfrac{c}{\lambda}$ и $A_{\text{вых}} = h\dfrac{c}{\lambda_0}$, поэтому $h\dfrac{c}{\lambda} = h\dfrac{c}{\lambda_0} + E_{k1}$, где

$E_{k1} = eU_{\text{зап}1}$, поэтому $$h\frac{c}{\lambda} = h\frac{c}{\lambda_0} + eU_{\text{зап}1}.$$

Согласно условию, длина падающей на металл световой волны λ вдвое меньше красной границы фотоэффекта λ_0 для этого металла, т.е. $\lambda_0 = 2\lambda$.

С учетом этого равенства

$$h\frac{c}{\lambda}=h\frac{c}{\lambda_0}+eU_{зап1} \qquad \text{или} \qquad h\frac{c}{2\lambda}=eU_{зап1}.$$

Если длину волны λ, падающей на металл, сделать вчетверо меньше красной границы фотоэффекта λ_0, т.е. когда $\lambda_0 = 4\lambda$, то $h\frac{c}{\lambda}=h\frac{c}{4\lambda}+eU_{зап2}$, $h\frac{3c}{4\lambda}=eU_{зап2}$ или $\frac{3}{2}\cdot h\frac{c}{2\lambda}=eU_{зап2}$, $\frac{3}{2}eU_{зап1}=eU_{зап2}$, откуда $U_{зап2} = 1{,}5\ U_{зап1}$.

Верный ответ 4.

Ответ на задание 42. Их скорость относительно друг друга равна c согласно второму постулату Эйнштейна: скорость света в вакууме абсолютна и одинакова относительно любых инерциальных систем отсчета.

Верный ответ 4.

Ответ на задание 43. Согласно первому постулату Эйнштейна все законы природы выполняются одинаковым образом в любых инерциальных системах отсчета, поэтому спектры на Земле и в космическом корабле, движущемся с постоянной скоростью, одинаковы.

Верный ответ 1.

Ответ на задание 44. Согласно второму постулату Эйнштейна, скорость света в вакууме абсолютна и одинакова относительно любых инерциальных систем отсчета, поэтому скорость фотона относительно корабля $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Верный ответ 3.

Ответ на задание 45. По возвращении космонавты обнаружили, что бывшие сверстники старше их.

Верный ответ 3.

Ответ на задание 46. Время по часам землян

$$t=\frac{t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{t_0}{\sqrt{1-\frac{(0{,}8c)^2}{c^2}}}=\frac{t_0}{0{,}6c}=\frac{5}{3}t_0.$$

Ответ на задание 47. Длина стержня по мерке землян

$$l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = l_0\sqrt{1-\frac{0{,}36c^2}{c^2}} = 0{,}8l_0.$$

Ответ на задание 48. Масса движущейся частицы

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{0{,}64c^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{0{,}6c} = \frac{5}{3}m_0.$$

Ответ на задание 49. Энергия покоя тела $E_0 = m_0c^2 =$
$= 1 \cdot (3 \cdot 10^8)^2$ Дж $= 9 \cdot 10^{16}$ Дж $= \dfrac{9\cdot10^{16}}{1{,}6\cdot10^{-13}}$ МэВ $=$
$= 5{,}625 \cdot 10^{29}$ МэВ.

Ответ на задание 50. Энергия движущегося тела $E = E_0 + E_k$, откуда $E_k = E - E_0 =$
$= 3 \cdot 10^{17}$ Дж $- 7 \cdot 10^{16}$ Дж $= 2{,}3 \cdot 10^{17}$ Дж.

Ответ на задание 51. Время сближения частиц определим из уравнения равномерного движения

$$t = \frac{S}{v}, \qquad (1)$$

где скорость частиц относительно друг друга

$$v = \frac{v_1 + v_2}{1+\frac{v_1v_2}{c^2}} = \frac{0{,}4c + 0{,}6c}{1+\frac{0{,}4c\cdot0{,}6c}{c^2}} = 0{,}8\ \text{c}. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$t = \frac{S}{0{,}8c} = \frac{6000}{0{,}8\cdot3\cdot10^8}\ \text{с} = 2{,}5 \cdot 10^{-5}\ \text{с}.$$

Ответ на задание 52. Удельной энергией связи называют энергию связи, приходящуюся на один нуклон. Поэтому удельная энергия $\varepsilon_{св}$ связи ядра может быть определена отношением всей энергии связи $E_{св}$ ядра к массовому числу A: $\varepsilon_{св} = \dfrac{E_{св}}{A}$.

Энергию связи ядра $E_{св}$ можно определить по формуле $E_{св} = 931{,}5(Zm_p + Nm_n - M_{ядра})$ МэВ, где $N = A - Z$.

С учетом этого

$$E_{св} = 931{,}5(Zm_p + (A - Z)m_n - M_{ядра})\ \text{МэВ}.$$

Подставив это выражение в первую формулу, получим

$$\varepsilon_{св} = \frac{931{,}5\left(Zm_p + \left(A - Z\right)m_n - M_{ядра}\right)}{A} =$$

$$= \frac{931{,}5\left(8 \cdot 1{,}00783 + \left(16 - 8\right)1{,}00866 - 15{,}99052\right)}{16}\ \text{МэВ/нуклон} =$$

$= 8{,}2$ МэВ/нуклон.

Ответ на задание 53. Запишем закон радиоактивного распада $N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$. Отсюда $2^{\frac{t}{T}} = \frac{N_0}{N} = 4 = 2^2$, следовательно, $\frac{t}{T} = 2$, откуда $t = 2T = 2 \cdot 1600$ лет $= 3200$ лет.

Ответ на задание 54. Идею планетарного строения атома выдвинул Резерфорд.

Верный ответ 2.

Ответ на задание 55. При захвате электрона ядром в нем на один протон стало меньше, поэтому заряд ядра уменьшился, но на один нейтрон стало больше, поэтому массовое число осталось прежним.

Ответ на задание 56. Энергия ядерной реакции E равна разности между энергией ядер и частиц, вступивших в реакцию, и энергией частиц — продуктов реакции:

$$E = 931{,}5\left(m_{{}^2_1\text{H}} + m_{{}^3_1\text{H}} - m_{{}^4_2\text{He}} - m_{{}^1_0 n}\right) =$$

$= 931{,}5\ (2{,}01410 + 3{,}01605 - 4{,}00260 - 1{,}00866)$ МэВ $=$
$= 17{,}5960$ МэВ.

Поскольку энергия частиц, вступивших в реакцию, больше энергии частиц — продуктов реакции, реакция идет с выделением энергии, значит, это экзотермическая реакция.

Ответ на задание 57. При альфа-распаде исходное ядро элемента ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$ испускает альфа-частицу ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$ и превращается в ядро нового элемента ${}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{Y}$. Значит, заряд ядра уменьшается на два протона, число нейтронов тоже уменьшается на два нейтрона, а массовое число уменьшается на четыре нуклона. При этом элемент смещается на две клетки к началу таблицы Менделеева.

Ответ на задание 58. При бета-распаде исходное ядро элемента ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$ испускает электрон ${}^{0}_{-1}e$ и превращается в ядро нового элемента ${}^{A}_{Z+1}\mathrm{Y}$. Значит, заряд ядра увеличивается на один протон, число нейтронов уменьшается, а массовое число не изменяется. При этом элемент смещается на одну клетку к концу таблицы Менделеева.

Ответ на задание 59. Массу гелия, образующуюся на Солнце за 20 с, можно найти, умножив число образующихся за это время ядер гелия N на массу одного ядра m_0:

$$m = Nm_0. \qquad (1)$$

Массу одного ядра гелия определим по формуле

$$m_0 = \frac{M}{N_A}. \qquad (2)$$

Число ядер гелия N можно найти, если разделить всю энергию E, выделяющуюся за 20 с, на энергию, выделяющуюся при синтезе одного ядра гелия E_1: $N = \frac{E}{E_1}$,

где вся выделяющаяся энергия равна произведению мощности процесса и его времени: $E = A = Pt$. С учетом этого

$$N = \frac{Pt}{E_1}. \qquad (3)$$

Подставим правые части равенств (2) и (3) в формулу (1):

$$m = \frac{PtM}{E_1 N_A} = \frac{4\cdot 10^{26}\cdot 20\cdot 4\cdot 10^{-3}}{8{,}4\cdot 10^{-12}\cdot 6{,}02\cdot 10^{23}} \text{ кг} = 6{,}3\cdot 10^{12} \text{ кг}.$$

Ответ на задание 60. По закону сохранения энергии энергия покоя мезона равна энергии двух гамма-квантов: $E_0 = 2\varepsilon_\gamma$, где $E_0 = m_0c^2$, и по формуле Планка $\varepsilon_\gamma = h\nu$.

С учетом этих равенств $m_0c^2 = 2h\nu$, откуда $\nu = \dfrac{m_0c^2}{2h}$.

Выразим длину волны через частоту:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{c \cdot 2h}{m_0c^2} = \frac{2h}{m_0c} = \frac{2 \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-34}}{5 \cdot 10^{-28} \cdot 3 \cdot 10^{8}} \text{ м} = 8{,}8 \cdot 10^{-15} \text{ м}.$$

Ответ на задание 61. По закону сохранения энергии энергия покоя мезона m_0c^2 равна суммарной энергии двух квантов $2m_\gamma c^2$: $m_0c^2 = 2m_\gamma c^2$, откуда масса каждого кванта $m_\gamma = 0{,}5m_0$, а его импульс

$$p_\gamma = m_\gamma c = 0{,}5m_0c = 0{,}5 \cdot 5 \cdot 10^{-28} \cdot 3 \cdot 10^{8} \text{ кг} \cdot \text{м/с} = 7{,}5 \cdot 10^{-20} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Ответ на задание 62. Зарядовое число элемента равно числу протонов, т. е. 15, а массовое число равно сумме числа протонов и нейтронов 15 + 16 = 31. Значит, это фосфор. Число электронов меньше числа протонов, значит, это ион фосфора.

Верный ответ 3.

Ответ на задание 63. Запишем ядерную реакцию: ${}^{9}_{4}\mathrm{Be} + ? \rightarrow {}^{12}_{6}\mathrm{C} + {}^{1}_{0}n$. Согласно закону сохранения зарядового числа у неизвестной частицы заряд равен 6 – 4 = 2, а согласно закону сохранения массового числа ее массовое число 12 + 1 – 9 = 4. Значит, это альфа-частица ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$, и реакция имеет вид ${}^{9}_{4}\mathrm{Be} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{12}_{6}\mathrm{C} + {}^{1}_{0}n$.

Ответ на задание 64. Из рис. 300 следует, что атом водорода при переходе из первого (основного) энергетического уровня на четвертый может поглотить 6 разных гамма-квантов.

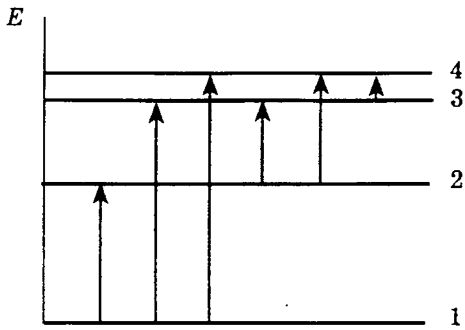


Рис. 300

Ответ на задание 65. Массовое число это число нуклонов в ядре.

Верный ответ 4.

Ответ на задание 66. Согласно второму постулату Бора энергия излученного кванта $h\nu = E_n - E_m$. Частота ν связана с длиной волны λ формулой $\nu = \dfrac{c}{\lambda}$. С учетом этого равенства $h\dfrac{c}{\lambda} = E_n - E_m$, откуда $\lambda = \dfrac{hc}{E_n - E_m}$.

Верный ответ 2.

Ответ на задание 67. Аннигиляция — это превращение частиц вещества в полевые частицы.

Верный ответ 3.

Ответ на задание 68. Изотопами называются элементы с одинаковым числом протонов, но разным числом нейтронов.

Верный ответ 3.

Ответ на задание 69. Согласно второму постулату Бора

$$h\frac{c}{\lambda_{14}} = E_4 - E_1, \qquad (1)$$

$$h\frac{c}{\lambda_{13}} = E_3 - E_1, \qquad (2)$$

$$h\frac{c}{\lambda_{24}} = E_4 - E_2, \qquad (3)$$

и

$$h\frac{c}{\lambda_{23}} = E_3 - E_2. \qquad (4)$$

Вычтем из равенства (1) равенство (2):

$$h\frac{c}{\lambda_{14}} - h\frac{c}{\lambda_{13}} = E_4 - E_1 - E_3 + E_1 = E_4 - E_3, \qquad (5)$$

Из равенства (3)

$$E_4 = h\frac{c}{\lambda_{24}} + E_2. \qquad (6)$$

Подставим (6) в (5):

$$h\frac{c}{\lambda_{14}} - h\frac{c}{\lambda_{13}} = h\frac{c}{\lambda_{24}} + E_2 - E_3. \qquad (7)$$

Из равенства (4)

$$E_2 = E_3 - h\frac{c}{\lambda_{23}}. \qquad (8)$$

Подставим (8) в (7): $h\frac{c}{\lambda_{14}} - h\frac{c}{\lambda_{13}} =$

$$= h\frac{c}{\lambda_{24}} + E_3 - h\frac{c}{\lambda_{23}} - E_3 = h\frac{c}{\lambda_{24}} - h\frac{c}{\lambda_{23}}.$$

Сократим hc: $\frac{1}{\lambda_{14}} - \frac{1}{\lambda_{13}} = \frac{1}{\lambda_{24}} - \frac{1}{\lambda_{23}}$,

$$\frac{1}{\lambda_{14}} = \frac{1}{\lambda_{24}} - \frac{1}{\lambda_{23}} + \frac{1}{\lambda_{13}} = \frac{\lambda_{23}\lambda_{13} - \lambda_{24}\lambda_{13} + \lambda_{24}\lambda_{23}}{\lambda_{24}\lambda_{23}\lambda_{13}},$$ откуда

$$\lambda_{14} = \frac{\lambda_{24}\lambda_{23}\lambda_{13}}{\lambda_{23}\lambda_{13} - \lambda_{24}\lambda_{13} + \lambda_{24}\lambda_{23}} =$$

$$= \frac{300 \cdot 200 \cdot 500}{200 \cdot 500 - 300 \cdot 500 + 300 \cdot 200}\ \text{нм} = 3000\ \text{нм}.$$

Ответ на задание 70. Заряженная частица, влетевшая в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 90°$, станет двигаться по окружности, охватывающей магнитные линии, под действием силы Лоренца, направленной к центру этой окружности. По второму закону Ньютона $F_л = ma_ц$, где центростремительное ускорение частицы $a_ц = \frac{v^2}{R}$, поэтому

$$F_л = m\frac{v^2}{R}. \quad (1)$$

По формуле силы Лоренца $F_л = Bve \sin \alpha$, где $\alpha = 90°$, поэтому

$$F_л = Bve. \quad (2)$$

Приравняем правые части равенств (1) и (2):

$$m\frac{v^2}{R} = Bve, \quad m\frac{v}{R} = Be, \quad (3)$$

откуда радиус кривизны траектории частицы

$$R = \frac{mv}{Be}. \quad (4)$$

Обратимся к рис. 283. Треки 2 и 3 не могут принадлежать нейтрону, потому что он не имеет заряда, поэтому, влетев в магнитное поле, станет двигаться в прежнем направлении. Значит, это или тритий, или протон, или электрон. Но электрон имеет отрицательный заряд, а альфа-частица положительный, поэтому электрон станет двигаться по окружности против часовой стрелки, так как альфа-частица, согласно рис. 283, движется по часовой стрелке. Значит, треки 2 и 3 принадлежат тритию и протону. Масса трития ^3_1H больше массы протона ^1_1H, поэтому согласно формуле (4) радиус кривизны траектории трития при одинаковых скоростях влета в магнитное поле тоже больше радиуса кривизны протона. Следовательно, трек 2 принадлежит тритию, а трек 3 — протону.

Ответ на задание 71. Запишем сначала реакцию альфа-распада радона: ${}^{219}_{86}Rn \to {}^{215}_{84}X + {}^{4}_{2}He$. После двух бета-распадов ${}^{215}_{84}X \to {}^{215}_{86}Y + 2\,{}^{0}_{-1}e$.

Значит, зарядовым и массовым числами нового элемента будут $Z = 86$ и $A = 215$.

Верный ответ 1.

Ответ на задание 72. На приведенных спектрах совпадают по вертикали только линии неизвестного газа и гелия (рис. 284). Значит, в неизвестном газе есть атомы гелия, а атомов водорода там нет.

Ответ на задание 73. Это означает, что через 20 с число ядер этого элемента уменьшится вдвое.

Верный ответ 2.

Ответ на задание 74. Масса радиоактивного элемента в начале наблюдения $m_1 = m_0N_0$, где m_0 — масса одного ядра, а N_0 — число ядер в начале наблюдения. Через 3 года масса оставшихся ядер $m_2 = m_0N$, где N — число не распавшихся ядер. По закону радиоактивного распада

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}.$$

С учетом этого

$$m_2 = m_0N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}} = \frac{m_0N_0}{2^{\frac{t}{T}}} = \frac{m_0N_0}{2^{\frac{3}{1,5}}} = \frac{m_0N_0}{4} = \frac{m_1}{4}.$$

Значит, масса элемента через 3 года уменьшится в 4 раза.

Ответ на задание 75. Из графика на рис. 285 следует, что период полураспада элемента, т. е. время, через которое число не распавшихся ядер $N = 40 \cdot 10^{20}$ уменьшится вдвое по сравнению с их числом при $t = 0$, т. е. станет $N = 20 \cdot 10^{20}$, равен 2 с.

Ответ на задание 76. Запишем правило смещения при бета-распаде для гелия ${}^{4}_{2}He \to {}^{4}_{3}Li + {}^{0}_{-1}e$. Через t с останется половина ядер гелия и появятся ядра лития. Еще через t с останется четверть ядер гелия и увеличится число ядер лития. Значит, к линиям гелия добавятся линии изотопа лития ${}^{4}_{3}\mathrm{Li}$.

Верный ответ 3.

Ответ на задание 77. Фотон с длиной волны

$\lambda = 6{,}62 \cdot 10^{-7}$ м имеет энергию

$$\varepsilon_\gamma = h\frac{c}{\lambda} = 6{,}62 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^{8}}{6{,}62 \cdot 10^{-7}} \text{ Дж} = 3 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} =$$

$$= \frac{3 \cdot 10^{-19}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} \text{ эВ} = 1{,}9 \text{ эВ}.$$

Из схемы на рис. 286 следует, что для перехода атома из состояния с энергией $E_0 = -8{,}5$ эВ хотя бы на ближайший уровень с энергией $E_1 = -5$ эВ нужна энергия -5 эВ $- (-8{,}5$ эВ$) = 3{,}5$ эВ. Эта энергия больше энергии фотона, значит, атом не сможет перейти на более высокий энергетический уровень, поглотив фотон с длиной волны $6{,}62 \cdot 10^{-7}$ м.

Ответы на задания части 2

Ответ на задание 1. Обратимся к схеме на рис. 301.

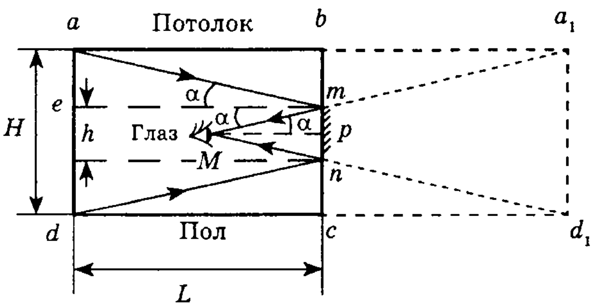


Рис. 301

Пусть глаз наблюдателя находится в точке M. Из подобия треугольников ame и mMp следует:

$$\frac{ae}{em} = \frac{mp}{pM}, \text{ где } ae = \frac{H-h}{2},\ em = L,\ mp = \frac{h}{2} \text{ и } pM = l.$$

С учетом этих равенств $\frac{H-h}{2L} = \frac{h}{2l}$, или $\frac{H-h}{L} = \frac{h}{l}$.

Отсюда $$H = h + \frac{Lh}{l} = h\left(1 + \frac{L}{l}\right).$$

Ответ на задание 2. Обратимся к рис. 302. Конус тени образуют лучи, упавшие на воду почти под углом $\alpha = 90°$. Глубину тени h можно определить из треугольника abc:

$$h = 0{,}5d \operatorname{ctg} \gamma, \qquad (1)$$

где γ — угол преломления лучей. По закону преломления $\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n$, где $\sin \alpha = \sin 90° = 1$, поэтому $\sin \gamma = \frac{1}{n}$.

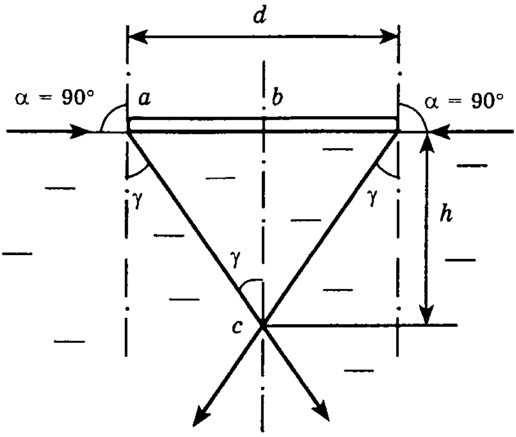


Рис. 302

$$\operatorname{ctg} \gamma = \frac{\cos\gamma}{\sin\gamma} = \frac{\sqrt{1-\sin^2\gamma}}{\sin\gamma} = \frac{\sqrt{1-\frac{1}{n^2}}}{\frac{1}{n}} = n\frac{\sqrt{n^2-1}}{n} = \sqrt{n^2-1}. \qquad (3)$$

С учетом (2) и (3) формула (1) примет вид

$$h = 0{,}5d\sqrt{n^2 - 1}.$$

Ответ на задание 3. Обратимся к рис. 303. Из прямоугольного треугольника с катетами h и l следует: $h = l\,\mathrm{ctg}\,\gamma$. По закону преломления $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n$, где угол падения $\alpha = 90° - \varphi = 90° - 60° = 30°$.

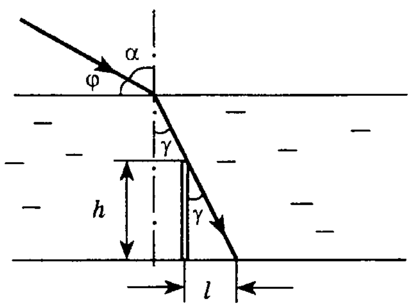


Рис. 303

Из закона преломления $\sin\gamma = \dfrac{\sin\alpha}{n}$.

$$\mathrm{ctg}\,\gamma = \frac{\cos\gamma}{\sin\gamma} = \frac{\sqrt{1-\sin^2\gamma}}{\sin\gamma} = \frac{\sqrt{1-\dfrac{\sin^2\alpha}{n^2}}}{\dfrac{\sin\alpha}{n}} = \frac{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}{\sin\alpha}.$$

С учетом этого равенства

$$h = l\frac{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}{\sin\alpha} = 0{,}6\frac{\sqrt{1{,}33^2-\sin^2 30°}}{\sin 30°}\ \text{м} = 1{,}5\ \text{м}.$$

Ответ на задание 4. По формуле линзы $D = \dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{f}$, где D — оптическая сила линзы, d — расстояние от предмета до линзы, f — расстояние от линзы до изображения до передвижения экрана. Согласно формуле линейного увеличения первоначальное увеличение изображения стрелки на экране

$\Gamma_1 = \frac{f}{d}$, откуда $d = \frac{f}{\Gamma_1}$. С учетом этого равенства

$$D = \frac{\Gamma_1}{f} + \frac{1}{f} = \frac{\Gamma_1 + 1}{f}. \qquad (1)$$

После того, как экран придвинули к линзе, новое расстояние от него до экрана стало равным $f - l$, и теперь выражение для оптической силы линзы примет вид

$$D = \frac{\Gamma_2 + 1}{f - l}. \qquad (2)$$

Из формулы (1) выразим f и подставим в (2):

$$f = \frac{\Gamma_1 + 1}{D}, \quad D = \frac{\Gamma_2 + 1}{\frac{\Gamma_1 + 1}{D} - l} = D\frac{\Gamma_2 + 1}{\Gamma_1 + 1 - Dl}, \quad 1 = \frac{\Gamma_2 + 1}{\Gamma_1 + 1 - Dl}.$$

Отсюда выразим D:

$\Gamma_1 + 1 - Dl = \Gamma_2 + 1$,

$$D = \frac{\Gamma_1 - \Gamma_2}{l} = \frac{4 - 2}{0,2} \text{ дптр} = 10 \text{ дптр}.$$

Ответ на задание 5. Согласно формуле линейного увеличения $\Gamma = \frac{A}{A_0}$, где A — амплитуда колебаний изображения маятника, а A_0 — амплитуда колебаний маятника. Кроме того, $\Gamma = \frac{f}{d}$, где f — расстояние от изображения до линзы, а d — расстояние от маятника до линзы. С учетом этого равенства

$$\frac{A}{A_0} = \frac{f}{d}, \quad \text{причем} \quad d + f = L.$$

Выразим d и f через A, A_0 и L. Правда, амплитуда A_0 нам не известна, но мы ее найдем, зная максимальную скорость маятника υ_m и период колебаний T. Из предыдущего равенства $f = L - d$. С учетом этого

$\dfrac{A}{A_0} = \dfrac{L-d}{d}$, откуда

$$A = A_0 \frac{L-d}{d} = A_0\left(\frac{L}{d} - 1\right). \qquad (1)$$

Теперь запишем формулу линзы

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = D \text{, или } \frac{1}{d} + \frac{1}{L-d} = D.$$

Отсюда выразим d:

$$L - d + d = DdL - Dd^2, \quad Dd^2 - DdL + L = 0,$$

откуда

$$d = \frac{DL - \sqrt{(DL)^2 - 4DL}}{D} = L - \sqrt{L^2 - 4\frac{L}{D}} = L - \sqrt{L\left(L - \frac{4}{D}\right)}. \qquad (2)$$

Знак «плюс» перед корнем мы опустили, потому что d не может быть больше L.

Из теории колебаний известно, что максимальная скорость $\upsilon_m = \omega A_0$, где $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ – циклическая (угловая) частота. С учетом этого $\upsilon_m = \dfrac{2\pi}{T} A_0$, откуда

$$A_0 = \frac{\upsilon_m T}{2\pi}. \qquad (3)$$

Нам осталось подставить (2) и (3) в (1):

$$A = \frac{\upsilon_m T}{2\pi}\left(\frac{L}{L - \sqrt{L\left(L - 4\frac{4}{D}\right)}} - 1\right).$$

Ответ на задание 6. Согласно уравнению Эйнштейна для фотоэффекта энергия фотона $\varepsilon_\gamma = h\dfrac{c}{\lambda}$, упавшего на катод, расходуется на совершение работы выхода электрона из катода и на сообщение этому электрону кинетической энергии:

$$h\frac{c}{\lambda} = A_{\text{вых}} + E_k. \qquad (1)$$

Выразим работу выхода электрона через красную границу фотоэффекта λ_0:

$$A_{\text{вых}} = h\frac{c}{\lambda_0}. \qquad (2)$$

Кинетическая энергия выбитых светом электронов должна быть равна работе электрического поля конденсатора:

$$E_k = A = eU, \qquad (3)$$

Напряжение связано с зарядом на обкладках конденсатора и его емкостью соотношением

$$U = \frac{q}{C}, \qquad (4)$$

Подставим (2), (3) и (4) в формулу (1) и из полученного соотношения определим красную границу фотоэффекта λ_0: $h\frac{c}{\lambda} = h\frac{c}{\lambda_0} + \frac{eq}{C}$. Отсюда $\lambda_0 = \frac{ch\lambda C}{chC - eq\lambda}$.

Ответ на задание 7. Согласно уравнению Эйнштейна для фотоэффекта энергия фотона ε_γ, упавшего на катод, расходуется на совершение работы выхода электрона $A_{\text{вых}}$ из катода и на сообщение этому электрону кинетической энергии E_k:

$$\varepsilon_\gamma = A_{\text{вых}} + E_k. \qquad (1)$$

После пролета разности потенциалов к кинетической энергии выбитых электронов E_k добавится работа электрического поля $A = eU$, в результате чего новая энергия электронов равна $E_k + eU$. По условию задания $E_k + eU = 3\varepsilon_\gamma$,

откуда

$$E_k = 3\varepsilon_\gamma - eU. \qquad (2)$$

Выразим работу выхода электрона через красную границу фотоэффекта λ_0:

$$A_{вых} = h\frac{c}{\lambda_0}. \qquad (3)$$

Подставим (2) и (3) в (1):

$\varepsilon_\gamma = h\frac{c}{\lambda_0} + 3\varepsilon_\gamma - eU, \quad h\frac{c}{\lambda_0} = eU - 2\varepsilon_\gamma$, откуда

$$\lambda_0 = \frac{ch}{eU - 2\varepsilon_\gamma} = \frac{3\cdot 10^8 \cdot 6,62\cdot 10^{-34}}{1,6\cdot 10^{-19}\cdot 12 - 2\cdot 5\cdot 1,6\cdot 10^{-19}}\text{ м} =$$

$= 6,2 \cdot 10^{-7}$ м.

Ответ на задание 8. На электрон, влетевший в магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции, действует сила Лоренца $F_л$, направленная по радиусу к центру окружности, по которой он станет двигаться в этом поле. По второму закону Ньютона эта сила

$$F_л = m_e a_ц \text{ и } F_л = Bve, \text{ поэтому } m_e a_ц = Bve.$$

Центростремительное ускорение найдем по формуле

$$a_ц = \frac{v^2}{R}.$$

С учетом этого равенства $m_e\frac{v^2}{R} = Bve, \quad m_e\frac{v}{R} = Be,$

откуда радиус траектории электрона $R = \frac{m_e v}{Be}$, а площадь

его траектории $\qquad S = \pi R^2 = \pi\left(\frac{m_e}{Be}\right)^2 v^2.$

Скорость электрона, влетевшего в магнитное поле, определим из формулы Эйнштейна для фотоэффекта $h\nu = A_{вых} + \frac{m_e v^2}{2}$, откуда $v = \sqrt{\frac{2}{m_e}(h\nu - A_{вых})}$. Частоту ν

выразим через длину световой волны λ: $\nu = \dfrac{c}{\lambda}$. С учетом этого равенства $\upsilon = \sqrt{\dfrac{2}{m_e}\left(h\dfrac{c}{\lambda} - A_{\text{вых}}\right)}$.

Подставим это равенство в формулу площади траектории:

$$S = \pi\left(\frac{m_e}{Be}\right)^2 \frac{2}{m_e}\left(h\frac{c}{\lambda} - A_{\text{вых}}\right) = \frac{2\pi m_e}{(Be)^2}\left(h\frac{c}{\lambda} - A_{\text{вых}}\right)\ \text{м}^2 =$$

$$= \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}}{\left(4 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\right)^2}\left(6{,}62 \cdot 10^{-34}\frac{3 \cdot 10^8}{100 \cdot 10^{-9}} - 4{,}5 \cdot 10^{-10} \cdot 10^{-9}\right)\text{м}^2 =$$

$= 2 \cdot 10^{-5}$ м^2.

Ответ на задание 9. Полная энергия частицы, разогнанной однородным электрическим полем, $E = E_0 + E_k$, где $E = mc^2$, $E_0 = m_0c^2$ и $E_k = A_{\text{поля}} = qEd$. С учетом этих равенств

$$mc^2 = m_0c^2 + qEd.$$

Разделим каждый член этого равенства на m_0c^2:

$$\frac{mc^2}{m_0c^2} = \frac{m_0c^2}{m_0c^2} + \frac{qEd}{m_0c^2},\quad \frac{m}{m_0} = 1 + \frac{qEd}{m_0c^2}.$$

Ответ на задание 10. По формуле Планка энергия гамма-кванта $\varepsilon_\gamma = h\nu$, где частота $\nu = \dfrac{c}{\lambda}$, поэтому

$$\varepsilon_\gamma = h\frac{c}{\lambda}. \qquad (1)$$

Средняя кинетическая энергия теплового движения атомов газа $E_k = \dfrac{3}{2}kT$. Абсолютную температуру газа T найдем из уравнения Менделеева — Клапейрона:

$pV = \frac{m}{M}RT$, откуда $T = \frac{pVM}{mR}$.

С учетом этого равенства

$$E_k = \frac{3}{2}k\frac{pVM}{mR}.$$

Постоянная Больцмана $k = \frac{R}{N_A}$, поэтому

$$E_k = \frac{3}{2}\frac{R}{N_A}\cdot\frac{pVM}{mR} = \frac{3pVM}{2N_A m}. \quad (2)$$

Приравняем правые части равенств (1) и (2):

$h\frac{c}{\lambda} = \frac{3pVM}{2N_A m}$, откуда $\lambda = \frac{2hcN_A m}{3pVM}$.

Ответ на задание 11. На электрон в атоме водорода действует со стороны ядра сила притяжения F, равная по второму закону Ньютона произведению его массы m_e и центростремительного ускорения $a_ц$:

$$F = m_e a_ц. \quad (1)$$

По закону Кулона эта сила прямо пропорциональна произведению модулей зарядов электрона и ядра e и обратно пропорциональна квадрату радиуса орбиты электрона r:

$$F = k\frac{e^2}{r^2}. \quad (2)$$

Центростремительное ускорение электрона равно отношению квадрата его линейной скорости υ к радиусу орбиты r :

$$a_ц = \frac{\upsilon^2}{r}. \quad (3)$$

Подставим (3) в (1) и приравняем правые части полученного равенства и формулы (2):

$$F = m_e\frac{v^2}{r}, \qquad m_e\frac{v^2}{r} = k\frac{e^2}{r^2}, \qquad m_e v^2 = k\frac{e^2}{r}. \qquad (4)$$

Скорость электрона связана с его импульсом формулой $p = m_e v$. Из условия квантования импульс электрона $p = \frac{h}{\pi r}$, поэтому $\frac{h}{\pi r} = m_e v$, откуда радиус траектории электрона $r = \frac{h}{\pi m_e v}$. Подставим это равенство в (4):

$$m_e v^2 = k\frac{\pi m_e v e^2}{h}, \text{ откуда } v = k\frac{\pi e^2}{h}.$$

Ответ на задание 12. Согласно второму постулату Бора энергия испущенного атомом фотона $h\nu = E_3 - E_2 = -\frac{13,6}{3^2} - \left(-\frac{13,6}{2^2}\right)$ эВ $= \frac{17}{9}$ эВ $= \frac{17}{9} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

По формуле Эйнштейна для фотоэффекта

$$h\nu = A_{\text{вых}} + E_k,$$

где кинетическая энергия фотоэлектронов связана с запирающим напряжением равенством $E_k = eU_{\text{зап}}$. С учетом этого $h\nu = A_{\text{вых}} + eU_{\text{зап}}$, откуда

$$U_{\text{зап}} = \frac{h\nu - A_{\text{вых}}}{e} = \frac{\frac{17}{9}\cdot 1,6\cdot 10^{-19} - 2,2\cdot 10^{-19}}{1,6\cdot 10^{-19}} \text{ В} = 0,5 \text{ В}.$$

Ответ на задание 13. До столкновения с атомом электрон имел кинетическую энергию $E_{k1} = \frac{m_e v_1^2}{2}$.

При соударении покоившийся атом отдал электрону часть своей энергии, перейдя из состояния с энергией $E_1 = -4$ эВ в состояние с энергией $E_2 = -6,8$ эВ. Следовательно, атом отдал электрону часть своей энергии

$\Delta E = = E_1 - E_2 = -4$ эВ $- (-6,8)$ эВ $= 2,8$ эВ $=$
$= 2,8 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$Дж $= 4,5 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Кинетическая энергия электрона после столкновения с атомом $E_{k2} = \frac{m_e v_2^2}{2} = \frac{m_e v_1^2}{2} + \Delta E$, откуда скорость электрона после столкновения $v_2 = \sqrt{v_1^2 + \frac{2\Delta E}{m_e}}$.

Новый импульс электрона

$$p = m_e v_2 = m_e \sqrt{v_1^2 + \frac{2\Delta E}{m_e}} = \sqrt{m_e \left(m_e v_1^2 + 2\Delta E\right)} =$$

$$= \sqrt{9{,}1 \cdot 10^{-31}\left(9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot \left(8 \cdot 10^6\right)^2 + 2 \cdot 4{,}5 \cdot 10^{-19}\right)} \text{ кг} \cdot \text{м/с} =$$

$= 7{,}3 \cdot 10^{-24}$ кг · м/с.

Ответ на задание 14. Отношение объема большего сосуда V_2 к объему меньшего V_1 равно отношению активности в сосуде меньшего объема a_0 к активности a_{02} в сосуде большего объема сразу после переливания:

$\frac{V_2}{V_1} = \frac{a_0}{a_{02}}$, откуда $V_2 = V_1 \frac{a_0}{a_{02}}$. По закону радиоактивного распада $a = a_{02} 2^{-\frac{t}{T}}$, откуда $a_{02} = \frac{a}{2^{\frac{t}{T}}} = \frac{a}{2^{\frac{6}{3}}} = \frac{a}{4}$. С учетом этого равенства $V_2 = 4V_1 \frac{a_0}{a} = 4 \cdot 2 \cdot \frac{1000}{25}$ см³ = 320 см³.

Ответ на задание 15. Импульс альфа-частицы

$$p = m_\alpha v, \qquad (1)$$

а ее кинетическая энергия $E_k = \frac{m_\alpha v^2}{2}$. Отсюда

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m_\alpha}}. \qquad (2)$$

Кинетическую энергию каждой альфа-частицы найдем, разделив энергию E_1 частиц, испущенных за время

t_1, на их количество N: $E_k = \frac{E_1}{N}$. За каждую единицу времени выделяется энергия $\frac{E}{t_2}$, а за время t_1 будет выделена энергия $E_1 = \frac{E}{t_2}t_1$. С учетом этих равенств кинетическая энергия каждой частицы $E_k = \frac{Et_1}{Nt_2}$. Подставим это равенство в формулу (2): $\upsilon = \sqrt{\frac{2Et_1}{m_\alpha Nt_2}}$.

Осталось подставить это равенство в формулу (1):

$$p = m_\alpha\sqrt{\frac{2Et_1}{m_\alpha Nt_2}} = \sqrt{m_\alpha^2\frac{2Et_1}{m_\alpha Nt_2}} = \sqrt{\frac{2m_\alpha Et_1}{Nt_2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2\cdot 4{,}0026\cdot 1{,}66\cdot 10^{-27}\cdot 60\cdot 2}{8\cdot 10^{10}\cdot 30\cdot 60}}\ \text{кг}\cdot\text{м/с} = 1\cdot 10^{-19}\ \text{кг}\cdot\text{м/с}.$$

Ответ на задание 16. Активность радиоактивного вещества

$$a = \frac{\Delta N}{t}, \tag{1}$$

где число распавшихся за время t ядер альфа-частиц

$$\Delta N = \frac{Q}{E_\alpha}. \tag{2}$$

Количество теплоты, пошедшее на нагревание меди, $Q = cm\Delta t$, где масса меди $m = \rho V$. С учетом этого

$$Q = c\rho V\Delta t. \tag{3}$$

Подставим (3) в (2):

$$\Delta N = \frac{c\rho V\Delta t}{E_\alpha}. \tag{4}$$

Осталось подставить (4) в (1):

$$a = \frac{c\rho V\Delta t}{E_\alpha t} = \frac{380\cdot 8900\cdot 10\cdot 10^{-6}\cdot 4}{10\cdot 1{,}6\cdot 10^{-13}\cdot 3600}\ \text{Бк} = 2\cdot 10^{10}\ \text{Бк}.$$

СОДЕРЖАНИЕ

Издание учебное

Касаткина Ирина Леонидовна

Физика
Подробные ответы на задания ЕГЭ
и решение типовых задач
10–11 классы

Ответственный редактор С.А. Осташов
Технический редактор Л.А. Багрянцева

Подписано в печать 04.03.13.
Формат 84×108/32. Бум. тип № 2.
Гарнитура Newton. Печать офсетная. Усл. п. л. 26,88
Тираж 2500 экз. Зак. № 167.

ООО «Феникс»
344082, г. Ростов-на-Дону, пер. Халтуринский, 80
Тел./факс: (863) 261-89-50, 261-89-75

Сайт издательства: www.phoenixrostov.ru
Интернет-магазин: www.phoenixbooks.ru

Отпечатано с готовых диапозитивов в ЗАО «Книга»
344019, г. Ростов-на-Дону, ул. Советская, 57

Качество печати соответствует предоставленным диапозитивам.